

Сверхпроводниковые джозефсоновские структуры с высокой линейностью преобразования магнитного сигнала в напряжение

© И.И. Соловьев, В.К. Корнев, Н.В. Кленов, О.А. Муханов

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Москва, Россия

E-mail: isol@phys.msu.ru

Описаны возможные подходы к созданию сверхпроводниковых джозефсоновских цепей с высокой линейностью преобразования магнитного сигнала в напряжение и большим динамическим диапазоном. Рассматривается реализация такой цепи путем создания специальной пространственной неоднородности цепочек джозефсоновских переходов и соединения этих цепочек в дифференциальную схему. Описан новый метод линеаризации передаточной функции одиночного двухконтактного сверхпроводящего квантового интерферометра — элементарной ячейки цепочки — с помощью подключения к нему дополнительного контура, играющего роль нелинейного трансформатора магнитного потока. Для обоих подходов представлены основные аналитические выражения, описывающие синтезируемые схемы. Приведены данные численного расчета и экспериментального измерения образцов, изготовленных на основе ниобиевой технологии с плотностью критического тока джозефсоновских переходов 4.5 kA/cm^2 . Развитые подходы могут послужить основой создания высокоэффективных сверхпроводниковых усилителей гигагерцевого диапазона частот для систем сотовой и спутниковой связи, а также применяться для улучшения характеристик устройств на основе скивдов.

Работа проводилась при поддержке фондов CRDF RUP-05-1493, ISTC 3743 и ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009–2013 гг.

1. Введение

Создание и совершенствование ниобиевой технологии производства сверхпроводниковых интегральных схем с плотностью критического тока джозефсоновских переходов 1 и 4.5 kA/cm^2 [1] позволило реализовать сверхпроводниковые аналого-цифровые преобразователи (АЦП), работающие в частотных диапазонах $1–2$, 5 и $7–12 \text{ GHz}$, для которых были продемонстрированы предельно низкая шумовая температура, крайне высокая линейность и динамический диапазон до 60 dB [2]. На основе таких АЦП в настоящее время создаются программно-определяемые сверхпроводниковые приемные системы для сотовой и спутниковой связи нового поколения с прямой оцифровкой входного сигнала [3].

Общая эффективность этих систем ограничивается антенной и следующим за ней низкошумящим усилителем. Широко используемые в низкочастотном диапазоне (до 10 MHz) сверхпроводниковые усилители на основе двухконтактных сверхпроводящих квантовых интерферометров — скивдов — легко интегрируются со сверхпроводниковым АЦП в один криогенный пакет. К сожалению, такие усилители не способны обеспечить требуемые характеристики из-за невозможности реализации эффективной обратной связи в гигагерцевом диапазоне частот [4,5]. Несмотря на достаточно низкую шумовую температуру $T_n \sim 1–3 \text{ K}$ [4], низкая температура насыщения $T_{\text{sat}} \sim 100–150 \text{ K}$ [4,5] приводит к слишком малому динамическому диапазону $D = T_{\text{sat}}/T_n$ (порядка $10–15 \text{ dB}$) в отсутствие цепи следящей обратной связи. Линейность преобразования магнитного сигнала в напряжение этих устройств также недостаточна и составляет порядка 20 dB [6].

2. Многоэлементные структуры

Линейность отклика напряжения джозефсоновской цепи на магнитный сигнал тесно связана с динамическим диапазоном, что обуславливает необходимость одновременного улучшения этих характеристик. В настоящей работе предлагается использование специальной структуры параллельных, последовательных и параллельно-последовательных цепочек скивдов, обеспечивающих увеличение динамического диапазона и высокую линейность передаточной характеристики магнитного поля в напряжение.

Теоретический анализ показал, что спектры абсолютно линейного треугольного периодического сигнала (1) и отклика двухконтактного интерферометра с малой индуктивностью (2) в случае пропускания через него тока питания, равного критическому току интерферометра, характеризуются схожим видом закона спада амплитуд гармоник

$$V(B) = \left| \frac{\pi B a_0}{\Phi_0} \right| = \sum_k A_k \cos(k\omega_0 B),$$

$$A_k(\omega_0) = \frac{A_0(\omega_0)}{k^2}, \quad k = 2n - 1, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (1)$$

$$V(B) = \left| \sin\left(\frac{\pi B a_0}{\Phi_0}\right) \right| = \sum_n C_n \cos(n\omega_0 B),$$

$$C_n(\omega_0) = \frac{C_0(\omega_0)}{n^2 - 1}. \quad (2)$$

Здесь a_0 — площадь интерферометра, ω_0 — эффективная частота, соответствующая площади a_0 ($a_0 = \omega_0 \Phi_0 / 2\pi$, Φ_0 — квант магнитного потока), A_0

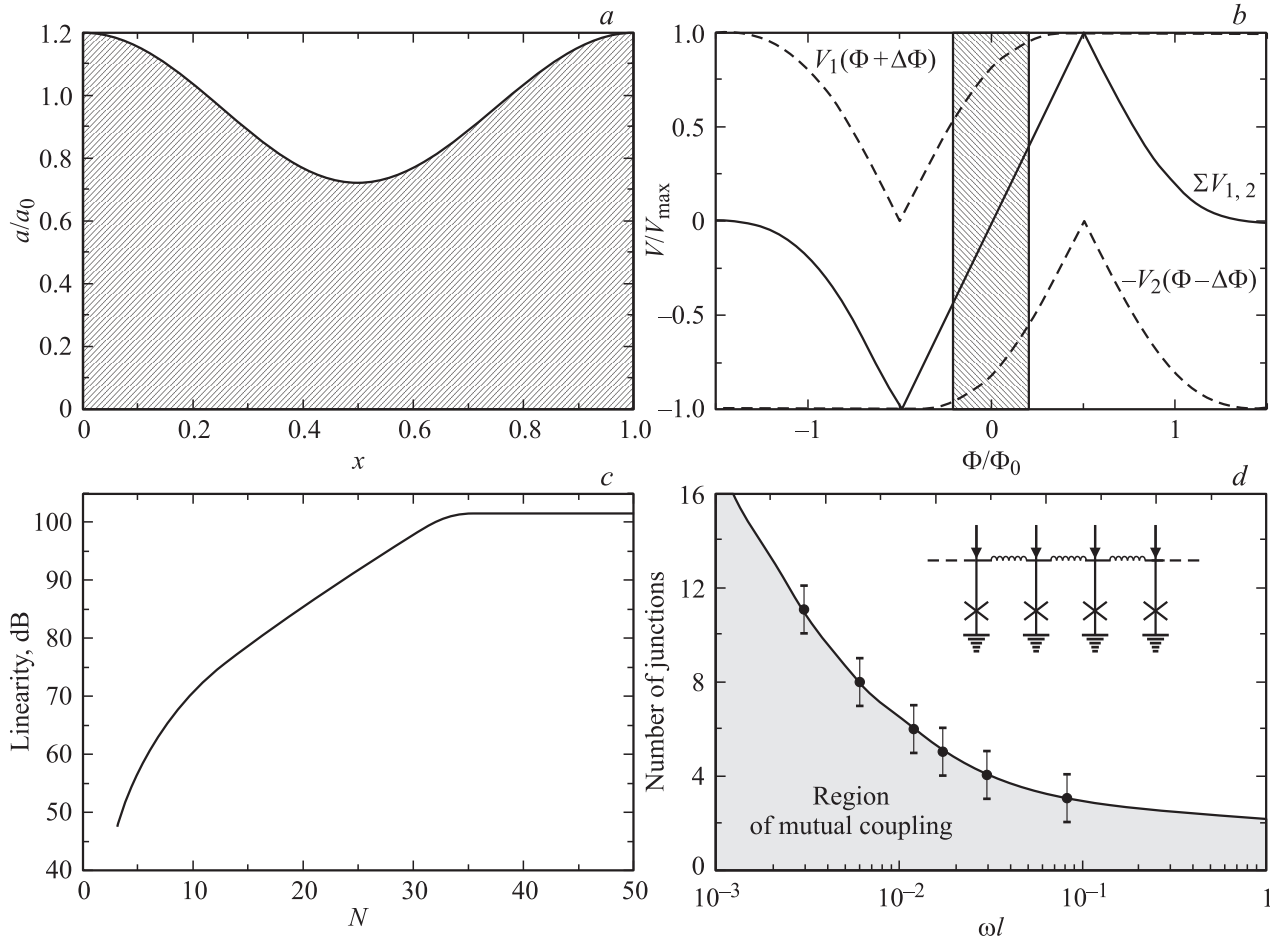


Рис. 1. *a)* Распределение площадей ячеек параллельного СКИФ, обеспечивающее линейность отклика напряжения дифференциальной схемы соединения параллельных СКИФ до 100 dB. *b)* Отклики напряжения двух СКИФ с найденным оптимальным распределением площадей ячеек в дифференциальной схеме, смещенные друг относительно друга на величину $2\Delta\psi$ по магнитному потоку (штриховые линии), и суммарный отклик дифференциальной схемы (сплошная линия). Линейность отклика дифференциальной схемы в заштрихованной области составляет 100 dB. *c)* Зависимость линейности отклика дифференциальной схемы в заштрихованной области на части *b)* от числа в СКИФ N . *d)* Частотно-зависимый радиус взаимодействия — количество джозефсоновских переходов, эффективно взаимодействующих на частоте ω , связанных индуктивностями l , в параллельной цепочке. Уменьшение спектральной плотности шумов с ростом числа переходов в параллельной цепочке прекращается, как только ее размеры начинают превосходить радиус взаимодействия, что накладывает ограничение на увеличение динамического диапазона.

и C_0 — константы. Заметим, что в спектре (1) присутствуют только нечетные компоненты, а в спектре (2) и четные, и нечетные. Если в спектре (2) удалить все четные компоненты, то получившийся спектр будет близок к требуемому (1) с небольшими отклонениями амплитуд первых гармоник.

Эффективное „вычитание“ отклика одного интерферометра из отклика другого может быть реализовано посредством дифференциального соединения двух интерферометров. Приложение к интерферометру дополнительного магнитного потока в половину кванта приводит к смещению его отклика на половину периода и изменению знака амплитуд всех нечетных гармоник его спектра. Если в дифференциальной схеме к одному интерферометру не прикладывается дополнительный магнитный поток, а к другому прикладывается дополнительный поток $\Phi_0/2$, то при этом четные компоненты

спектра вычитаются, а амплитуды нечетных гармоник удваиваются, что обеспечивает линейризацию итоговой функции преобразования магнитного сигнала в напряжение.

В настоящей работе вместо двухконтактного интерферометра в дифференциальной схеме используется нерегулярная параллельная цепочка джозефсоновских переходов, так называемый СКИФ — сверхпроводящий квантовый интерференционный фильтр (SQIF) [7]. Форма отклика СКИФ зависит от площадей его ячеек и их расположения в цепочке. Требуемая структура цепочки, используемой в дифференциальной схеме, должна обеспечивать отклик, удовлетворяющий условию

$$V(B_0 + B) - V(B_0 - B) = kB, \quad (3)$$

где B_0 — постоянное смещение по магнитному полю, k — константа линейной зависимости (зависящая в

общем случае от B_0). Примером такого отклика является отклик параболического вида. Действительно, при $V(B) = -aB^2 + bB + c$

$$V(B_0 + B) - V(B_0 - B) = (-4aB_0 + 2b)B.$$

Следует отметить, что в данном случае отклик напряжения дифференциальной схемы будет линейным для любой величины смещения B_0 в рамках диапазона поля, в котором реализована параболическая форма зависимости $V(B)$.

Отклик напряжения параллельного СКИФ в общем случае в пределе малых индуктивностей описывается выражением

$$V_{\text{SQIF}}(B) = \langle I_c \rangle \langle R_n \rangle \sqrt{J_N^2 - |S(B)|^2},$$

в котором введены обозначения критического тока $\langle I_c \rangle = \frac{1}{N} \sum_m I_{c,m}$, нормального сопротивления $\langle R_n \rangle^{-1} = \frac{1}{N} \sum_m R_{n,m}^{-1}$ и тока питания $J_N = \frac{I_B}{N \langle I_c \rangle}$, $m = 0, \dots, N$, N — количество интерферометров в СКИФ, $S(B)$ — структурный фактор СКИФ. В случае большого количества интерферометров структурный фактор можно определить с использованием функции распределения площадей интерферометров вдоль цепочки $a(x)$, переходя от суммы к интегралу

$$\begin{aligned} S(B) &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \exp\left(i \frac{2\pi}{\Phi_0} \frac{B}{\sum_{k=1}^n a_k} \sum_{m=1}^n a_m\right) \Rightarrow S(B) \\ &= \int_0^1 \exp\left(i \frac{2\pi}{\Phi_0} \frac{B}{\int_0^1 a(y) dy} \int_0^x a(z) dz\right) dx. \end{aligned}$$

Здесь x — координата, нормированная на длину цепочки. Численное решение оптимизационной задачи позволило найти распределение площадей ячеек СКИФ, обеспечивающее линейность отклика напряжения дифференциальной схемы соединения параллельных СКИФ до 100 dB,

$$a(x)/a_0 = 1.2 - 0.48 \sin^3(\pi x), \quad (4)$$

где $a(x)$ — площадь ячейки, положение которой в цепочке определяется нормированной координатой x , a_0 — средняя площадь ячейки СКИФ. Линейность здесь определена как отношение амплитуды основной гармоники сигнала к максимальной амплитуде гармоник, порожденных интермодуляционными искажениями. Найденное решение и соответствующий ему отклик дифференциальной схемы представлены на рис. 1, *a, b*. Рис. 1, *c* показывает зависимость линейности отклика в выделенном диапазоне от числа ячеек в СКИФ N .

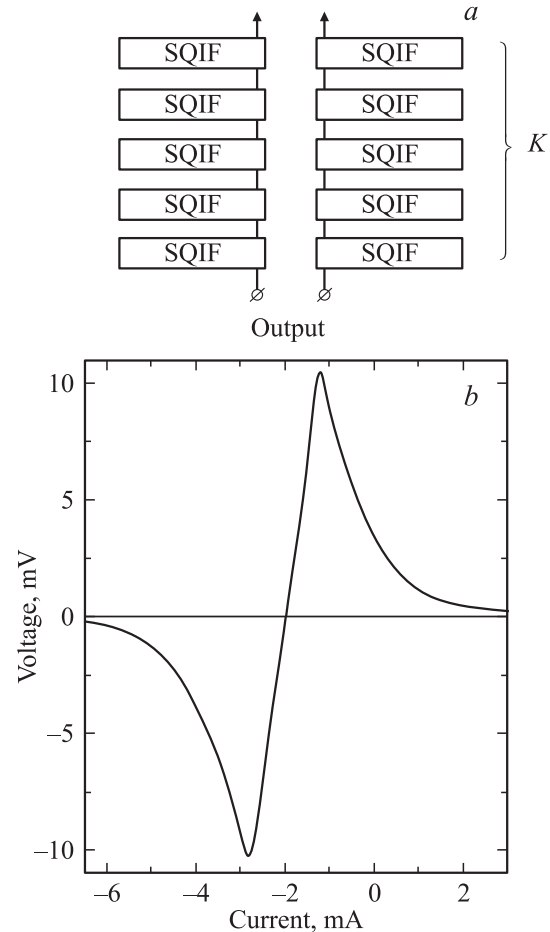


Рис. 2. *a)* Дифференциальная схема соединения двух последовательных цепочек, состоящих из параллельных СКИФ. *b)* Экспериментальный отклик напряжения дифференциального соединения двух последовательных цепочек из $K = 108$ СКИФ с найденным оптимальным распределением площадей ячеек. Образец изготовлен на основе ниобиевой технологии с плотностью критического тока джозефсоновских переходов 4.5 kA/cm^2 .

Ненулевая величина индуктивности связи l между джозефсоновскими переходами в цепочке приводит к ограничению радиуса взаимодействия переходов, обусловленного частотно-зависимым импедансом связи. Мы провели численное моделирование динамики параллельной цепочки в присутствии тепловых флуктуаций для определения этого радиуса и оптимизации числа переходов в цепочке. Результаты моделирования представлены на рис. 1, *d*. Возможное увеличение динамического диапазона с ростом цепочки ограничено величиной радиуса взаимодействия на сигнальной частоте, тогда как формирование отклика напряжения происходит на частотах, близких к характерной джозефсоновской частоте [8]. Для увеличения динамического диапазона в дифференциальной схеме можно использовать две последовательные цепочки, состоящие из параллельных СКИФ, как показано на рис. 2, *a*. Нами были спроектированы

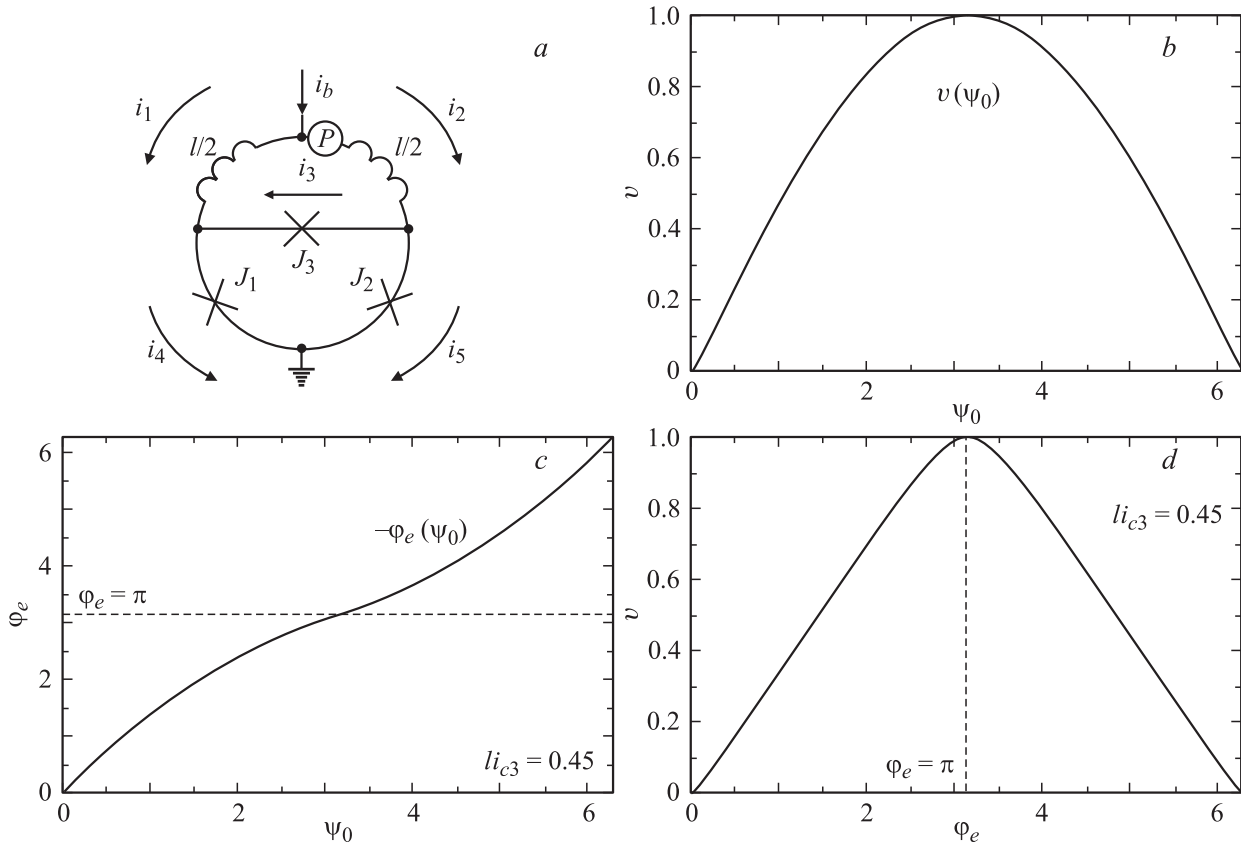


Рис. 3. *a*) Схема би-скивда, представляющего собой гальваническое соединение одноконтактного и двухконтактного интерферометров. Контур одноконтактного скивда играет роль нелинейного трансформатора магнитного потока, линейризующего отклик напряжения двухконтактного интерферометра. *b*) Зависимость среднего напряжения на би-скивде от средней разностной джозефсоновской фазы переходов контура двухконтактного интерферометра — решение уравнения (10). *c*) Зависимость внешнего магнитного потока от средней разностной джозефсоновской фазы переходов контура двухконтактного интерферометра — решение уравнения (11). *d*) Зависимость среднего напряжения на би-скивде от внешнего магнитного потока — решение системы уравнений (10), (11).

параллельно-последовательные структуры, каждое звено которых представит собой параллельный СКИФ из десяти джозефсоновских переходов с найденным оптимальным распределением площадей ячеек (4). Образцы были изготовлены на основе ниобиевой технологии с плотностью критического тока джозефсоновских переходов 4.5 kA/cm^2 . Экспериментально полученный отклик напряжения дифференциального соединения двух последовательных цепочек из $K = 108$ СКИФ представлен на рис. 2, *b*. Результат измерений хорошо совпал с данными численного расчета.

3. Би-скивды

В качестве другого подхода к линейризации функции преобразования магнитного сигнала в напряжение двухконтактного интерферометра была предложена идея нелинейного задания сигнала в скивд [9]. Нами был определен вид нелинейной функции магнитного потока $F(\Phi)$, при подстановке которой в качестве аргумента в вы-

ражение для отклика напряжения скивда зависимость этого напряжения от приложенного магнитного потока становится линейной

$$V_{\text{SQUID}}(\Phi) = I_c R_N \sqrt{I_B^2 - \cos^2(F(\Phi))} = k\Phi. \quad (5)$$

Найденная функция $F(\Phi)$ близка к зависимости фазы джозефсоновского перехода в одноконтактном интерферометре от внешнего потока. Синтез одно- и двухконтактного скивдов представляет собой показанный на рис. 3, *a* би-скивд, в котором контур одноконтактного скивда играет роль нелинейного трансформатора магнитного потока, линейризующего отклик напряжения двухконтактного интерферометра.

Мы провели аналитический анализ уравнений для исследования характеристик синтеризованной цепи. В рамках резистивной модели шунтированных джозефсоновских переходов с пренебрежимо малой емкостью, полагая критические токи переходов контура двухконтактного интерферометра равными $I_{c1} = I_{c2} = I_c$, можно записать следующие простые выражения в нормированных

величинах для баланса токов и баланса фаз в цепи:

$$i_b = i_1 + i_2, \quad i_1 + i_3 = i_4, \quad i_2 = i_3 + i_5,$$

$$i_4 = \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_1, \quad i_5 = \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2,$$

$$i_3 = i_{c3} \sin \varphi_3 + \dot{\varphi}_3,$$

$$\varphi_1 + \frac{l}{2} i_1 = \varphi_e + \varphi_2 + \frac{l}{2} i_2,$$

$$\varphi_1 + \varphi_3 = \varphi_2, \quad \dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_3 = \dot{\varphi}_2,$$

где токи нормируются на критический ток одного из переходов контура двухконтактного интерферометра I_c , i_b — ток питания би-сквида, $i_{c3} = I_{c3}/I_c$ — критический ток третьего перехода, $\varphi_e = \Phi_e/\Phi_0$ — нормированный внешний магнитный поток, $l = 2\pi I_c L/\Phi_0$ — нормированная индуктивность; используется нормированное время $\tau = \omega c t$, $\omega_c = \frac{2\pi}{\Phi_0}$. $V_c = I_c R_n$ — характерное напряжение. Данные выражения объединяются в систему двух уравнений

$$2\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 = \frac{i_b}{2} + \frac{(\varphi_e + \varphi_2 - \varphi_1)}{l} + i_{c3} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) - \sin \varphi_1, \quad (6a)$$

$$2\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1 = \frac{i_b}{2} - \frac{(\varphi_e + \varphi_2 - \varphi_1)}{l} - i_{c3} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) - \sin \varphi_2. \quad (6b)$$

Для дальнейшего анализа удобно ввести суммарную и разностную джозефсоновскую фазу $\theta = \varphi_2 + \varphi_1$, $\psi = \varphi_2 - \varphi_1$. В новых переменных система уравнений (6a), (6b) принимает вид

$$\dot{\theta} = i_b - 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2}, \quad (7)$$

$$3\dot{\psi} = -2 \frac{\varphi_e + \psi}{l} - 2i_{c3} \sin \psi - 2 \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2}. \quad (8)$$

В резистивном состоянии суммарная фаза θ неограниченно растет, в то время как разностная фаза ψ ограничена и может быть представлена в виде суммы медленно меняющейся части $\bar{\psi}$, зависящей от внешнего магнитного потока φ_e , и быстроменяющейся части $\tilde{\psi}$, которая в случае би-сквида оказывается малой при значениях нормированной индуктивности l меньше или порядка единицы. Используя малость быстроменяющейся части, можно считать, что при $l \leq 1$ разностная фаза $\psi \approx \bar{\psi} \approx \psi_0$ практически равна своей медленно меняющейся части. В данном приближении уравнение (7) эквивалентно уравнению для одиночного джозефсоновского перехода с критическим током $i_c = \cos(\psi_0/2)$ и током питания $i = i_b/2$

$$\frac{\dot{\theta}_0}{2} = \frac{i_b}{2} - \left(\cos \frac{\psi_0}{2} \right) \sin \frac{\theta_0}{2}. \quad (9)$$

Это уравнение имеет хорошо известные решения для $\theta_0(\tau)$, $\dot{\theta}_0(\tau)$ [10]. Выражение для среднего напряжения на би-сквиде получается путем усреднения решения для $\dot{\theta}_0(\tau)$ и имеет следующий вид:

$$v = \frac{1}{2} \langle \dot{\theta}_0 \rangle = \sqrt{\frac{i_b^2}{4} - \cos^2 \left(\frac{\psi_0}{2} \right)}. \quad (10)$$

Усреднение по времени уравнения (8) дает „фазовое уравнение“, определяющее функцию $F(\Phi)$ (в нормированных величинах $\psi_0(\varphi_e)$) в неявном виде

$$li_{c3} \sin(\psi_0) + \psi_0 = -\varphi_e. \quad (11)$$

Первый и последний члены уравнения (8) при усреднении обращаются в нуль: $\langle \dot{\psi} \rangle = 0$ и $\langle \cos \frac{\theta_0}{2} \rangle = 0$, по-

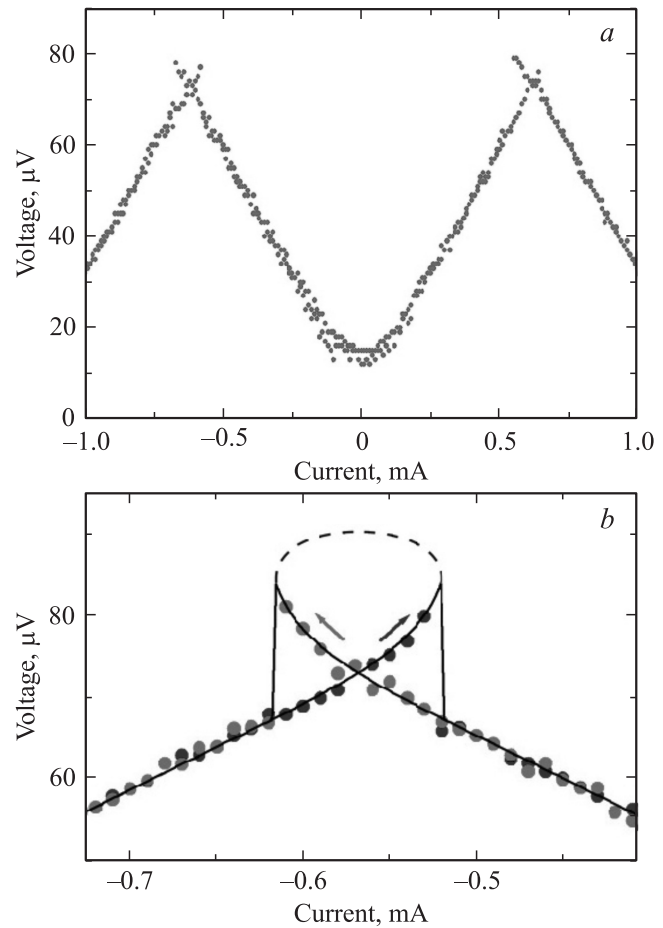


Рис. 4. а) Экспериментальный отклик напряжения би-сквида. Ток питания би-сквида слегка превышает критический ток цепи. Образец изготовлен на основе ниобиевой технологии с плотностью критического тока джозефсоновских переходов 4.5 kA/cm^2 . б) Сопоставление экспериментальных данных и результата численного моделирования отклика напряжения одиночного би-сквида. Гистерезис на вершине отклика объясняется сильной нелинейностью зависимости средней разностной джозефсоновской фазы переходов контура двухконтактного интерферометра от внешней фазы, возникающей при значении параметров контура одноконтактного интерферометра $li_{c3} > 1$.

скольку

$$\begin{aligned} \left\langle \cos \frac{\theta_0}{2} \right\rangle &= \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \cos \frac{\theta_0}{2} \frac{d\tau}{d\theta_0} d\theta_0 \\ &= \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \cos \frac{\theta_0}{2} \frac{d\theta_0}{\left(i_b - 2 \cos\left(\frac{\psi_0}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \right)} \\ &= -\frac{1}{T \cos(\psi_2/2)} \ln \left(\left| i_b - 2 \cos\left(\frac{\psi_0}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \right| \right) \Big|_0^{2\pi} = 0. \end{aligned}$$

Система уравнений (10), (11) оказывается аналогичной уравнениям для двухконтактного интерферометра с малой индуктивностью, за исключением первого члена в уравнении (11), который обеспечивает линейризацию отклика напряжения би-сквида. На рис. 3, *b-d* показаны решения уравнений (10) и (11), а также объединенное решение этой системы для зависимости среднего напряжения би-сквида от внешнего магнитного потока $v(\varphi_e)$.

Численное моделирование би-сквидов подтвердило возможность достижения высокой линейности отклика напряжения синтезированной цепи при значениях нормированной индуктивности порядка $l \sim 1-3$ и подобных в соответствии с заданной индуктивностью значениях критического тока третьего перехода i_{c3} .

Для оценки эффективности предлагаемого подхода на практике нами были спроектированы и экспериментально исследованы одиночные би-сквиды (рис. 4, *a*) и последовательные цепочки би-сквидов, изготовленные на основе ниобиевой технологии с плотностью критического тока джозефсоновских переходов 4.5 kA/cm^2 . Результаты тестирования образцов и сопоставление их с данными численного расчета, пример которого показан на рис. 4, *b*, показали адекватность используемых моделей и реалистичность увеличения линейности отклика сквида путем внедрения дополнительного контура цепи.

4. Заключение

Экспериментальное исследование дифференциальных схем параллельных СКИФ показало устойчивость таких цепей к технологическому разбросу критических токов джозефсоновских переходов. В то же время линейризация отклика напряжения в этом подходе подразумевает создание большой многоэлементной цепи, изготовление и использование которой не всегда удобно. Идея линейризации отклика напряжения одиночной ячейки цепочки — двухконтактного интерферометра — выглядит более выигрышной. Однако достижение высокого значения линейности отклика цепочки би-сквидов требует точного соблюдения параметров всех ее элементов при изготовлении, что зачастую сложно реализовать на практике. Дальнейшее развитие джозефсоновских цепей с высокой линейностью преобразования магнитного сигнала в напряжение авторы видят в объединении обоих

подходов в синтезе би-сквид-СКИФ для реализации преимуществ обеих концепций.

Несмотря на кажущуюся простоту основных идей, проблема синтеза джозефсоновских цепей, обладающих одновременно высокой линейностью и большим динамическим диапазоном, оказывается ложной задачей, решение которой лежит в стыке высокочастотной радиофизики и теории устройств на основе макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках. Развитие данного направления исследований может послужить основой создания высокоэффективных сверхпроводниковых высоколинейных усилителей гигагерцевого диапазона частот для систем сотовой и спутниковой связи, а также использоваться для улучшения характеристик существующих устройств на основе сквидов.

Список литературы

- [1] D. Yohannes, S. Sarwana, S.K. Tolpygo, A. Sahy, Y.A. Polyakov, V.K. Semenov. IEEE Trans, Appl. Supercond. **15**, 90 (2005).
- [2] O.A. Mulhanov, D. Gupta, A.M. Kadin, V.K. Demenov. Proc. IEEE **92**, 1564 (2004).
- [3] O.A. Mikhanov, D. Kirichenko, I.V. Vernik, T.V. Filippov, A. Kirichenko, R. Webber, V. Dotsenko, A. Talalaevskii, J.C. Tang, A. Sahu, P. Shevchenko, R. Miller, S.B. Kaplan, S. Sarwana, D. Gupta. IEICE Trans. Electron **E91-C**, 306 (2008).
- [4] G.V. Prokopenko, S.V. Shitov, I.L. Lapitskaya, V.P. Koshelets, J. Mygind. IEEE Trans. Appl. Supercond. **13**, 1042 (2003).
- [5] G.V. Prokopenko, S.V. Shitov, I.V. Borisenko, J. Mygind. IEEE Trans. Appl. Supercond. **13**, 1046 (2003).
- [6] M. Mueck, J. Clarke. Appl. Phys. Lett. **78**, 3666 (2001).
- [7] J. Oppenlander, Ch. Haussler, N. Schopol. Phys. Rev. B **63**, 024 511 (2001).
- [8] V.K. Kornev, I.I. Soloviev, N.V. Klenov, T.V. Filippov, H. Ensgeth, O.A. Mukhanov. IEICE Trans. Appl. Supercond. **19**, 916 (2009).
- [9] V.K. Kornev, I.I. Soloviev, N.V. Klenov, O.A. Mukhanov. Supercond. Sci. Techn. **22**, 114 011 (2009).
- [10] K.K. Likharev. Dynamics of Josephson junctions and circuits. Gorgon and Breach, N.Y. (1986). P. 634.