Письма в ЖТФ, том 21, вып. 20 26 октября 1995 г.

01;09

АДИАБАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ТРАНСФОРМАЦИИ ФРОНТА ТЕМ ВОЛНЫ В НЕРЕГУЛЯРНОМ ВОЛНОВОДЕ

В.И.Короза

Ниже производится теоретическое рассмотрение предложенного ранее и экспериментально подтвержденного [1] нового механизма формирования электромагнитного импульса вблизи фронта (перепада напряженности поля) ТЕМ-волны при трансформации этой волны на распределенной неоднородности в допускающем ее распространение волноводе.

Рассмотрим изображенную на рис. 1 волноведущую систему ТЕМ волны простейшего вида. Область W, в которой распространяется волна, ограничена двумя идеально проводящими поверхностями Π_1 и Π_2 —полуплоскостями ($-\infty < z \leqslant z_0$), которые при $z > z_0$ изогнуты. Поверхности Π_1 и Π_2 имеют цилиндрический характер с образующей параллельной оси Y прямоугольной декартовой системы координат XYZ.

Пусть в положительном направлении оси Z в W распространяется волна ТЕМ. При переходе ее из регулярного участка волновода ($z \leqslant z_0$) в нерегулярный ($z > z_0$) в силу искривления электрических силовых линий, неизбежного из-за изгиба проводящих поверхностей Π_1 и Π_2, происходит трансформация ТЕМ-волны в волны ТМ-типа. Последние в отличие от волны ТЕМ обладают составляющей напряженности электрического поля вдоль направления распространения и являются сильно дисперсными. Предполагается, что все переменные не зависят от y.

При малых углах наклона поверхностей Π_1 и Π_2 к оси Z (при $z > z_0$) взаимная перекачка энергии между образующимися различными модами ТМ-типа пренебрежимо мала не только в сравнении с потоком энергии падающей ТЕМ-волны, но и с потоками энергии соответствующих мод ТМ-типа. В результате при адиабатическом характере процесса приходим к его двухмодовой модели, отражающей трансформацию волны ТЕМ в каждую конкретную ТМ-моду независимо от других мод этого типа.

Подход, близкий к методу "поперечных сечений" [2,3], для каждого значения $s = 1, 2, 3\ldots$ дает систему двух урав-

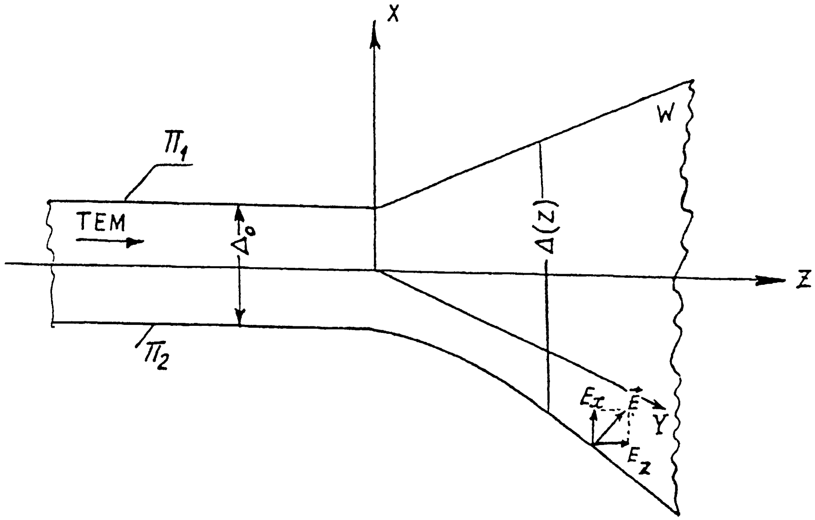

Рис. 1.

нений:

$$\frac{\partial^2 F_0}{\partial z^2} - 2\frac{\partial^2 F_0}{\partial z \partial \tau} + \frac{\Delta'}{\Delta} \cdot \left(\frac{\partial F_0}{\partial z} - \frac{\partial F_0}{\partial \tau} \right) = \frac{\partial}{\partial z} (\delta_s F_s) - \frac{\delta_s}{\Delta} \frac{\partial F_s}{\partial \tau}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 F_s}{\partial z^2} - 2\frac{\partial^2 F_s}{\partial z \partial \tau} + \frac{\Delta'}{\Delta} \left(\frac{\partial F_s}{\partial z} - \frac{\partial F_s}{\partial \tau} \right) - \alpha_s^2 F_s = 2\frac{\delta_s}{\Delta} \left(\frac{\partial F_0}{\partial \tau} - \frac{\partial F_0}{\partial z} \right). \quad (2)$$

Здесь $F_0(z, \tau)$ и $F_s(z, \tau)$ — амплитуды напряженности магнитного поля ТЕМ-волны и s-й моды волны ТМ-типа; $\tau = [ct(\varepsilon\mu)^{-1/2} - (z - z_0)]$ — "местное" время (с размерностью длины), c — скорость света в вакууме, ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды; $\Delta = \Delta(z)$ — расстояние между Π_1 и Π_2; $\alpha_s = \pi s/\Delta(z)$.

Из уравнения (1), пренебрегая в нем малыми членами, учитывающими обратное влияние возникающих мод на ТЕМ-волну, получаем в адиабатическом приближении

$$F_0 = (z, \tau) = \left[\frac{\Delta_0}{\Delta(z)} \right]^{1/2} \cdot \Phi_0(\tau). \quad (3)$$

Здесь Δ_0 — расстояние между Π_1 и Π_2 при $z \leqslant z_0$; функция $\Phi_0(\tau)$ определяется формой импульса падающей волны.

Из уравнения (2) с учетом (3) с применением преобразования Фурье по τ и метода ВКБ (WKB) приходим к выражению для "вынужденной" компоненты решения

$$F_s(z,\tau)=\frac{i}{\pi}\left[\frac{\Delta_0}{\Delta(z)}\right]^{1/2}\cdot\int\limits_{-\infty}^{\infty}\mathcal{F}_0(\sigma)\times$$

$$\times\left\{\frac{\delta_s(\xi)}{\Delta(\xi)}\cdot\frac{\operatorname{sh}\Psi_s}{[\Psi_s]'_\xi}\cdot\exp\left[-i\sigma(z-\xi+\tau)\right]d\xi\right\}\sigma d\sigma. \qquad (4)$$

Здесь $\mathcal{F}_l(\sigma)=(2\pi)^{-1}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\mathcal{F}_l(\tau)\exp(i\sigma\tau)d\sigma$; $\Psi_s=\Psi_s(\sigma,z,\xi)=$ $=\int\limits_{\xi}^{z}\sqrt{\alpha_s^2(u)-\sigma^2}du$. Выражение (4) записано с учетом того, что в соответствии с (3) в правой части (2) величиной $\frac{\partial F_0}{\partial z}$ в адиабатическом приближении можно пренебречь.

При наличии излома хотя бы одной из поверхностей Π_1 и Π_2 при $z=z_0$ вместо выражения (4), которое в общем случае можно анализировать, по-видимому, лишь численно, можно записать асимптотическое выражение

$$F_s(z,\tau)=\frac{i}{\pi^3 s^2}\cdot\left[\frac{\Delta_0}{\Delta(z)}\right]^{1/2}\cdot\left\{\delta_s(z)\cdot\Delta(z)\cdot\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\cdot\mathcal{F}_0(\sigma)\exp(-i\sigma\tau)d\sigma+\right.$$

$$+\,\delta_s(z_0)\Delta_0\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[i\sigma\frac{\operatorname{sh}\Psi_s}{[\Psi_s]'_\xi}-\operatorname{ch}\Psi_s\right]\bigg|_{\xi=z_0}\times$$

$$\left.\times\exp\left[-i\sigma(\tau+z-z_0)\right]\cdot\sigma\mathcal{F}_0(\sigma)d\sigma\right\}. \qquad (5)$$

При этом в качестве значений функций в точке $z=z_0$, у которых возникает разрыв в этой точке из-за излома границы, следует принимать их правосторонние пределы.

Рассмотрим изображенный на рис. 2 ступенчатый импульс с временем нарастания τ^* и амплитудой $\mathcal{H}_0$. Обычный прием введения исчезающе малого затухания позволяет обойти трудность, вызванную расходимостью интеграла Фурье для соответствующей $\mathcal{F}_0(\tau)$. В результате для подстановки в (4) и (5) имеем $\mathcal{F}_0(\sigma)=\mathcal{H}_0\cdot[1-\exp(-i\sigma\tau)]/2\pi\sigma^2\tau^*$.

При достаточно большом удалении точки наблюдения z от z_0 получаем с применением асимптотических методов [4] следующую формулу (старший член асимптотического разложения по приведенной длине $\lambda_s(z)$) для ступенчатого

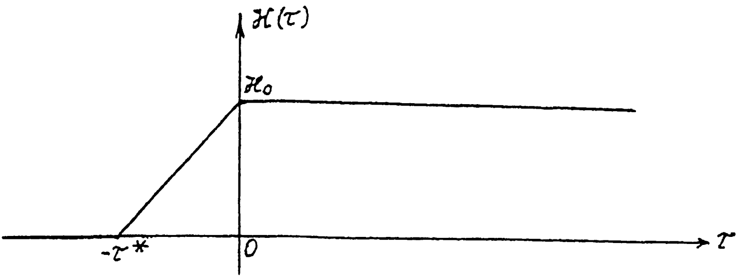

Рис. 2.

импульса:

$$F_s(z,\tau) \simeq \mathcal{H}_0 \cdot \left[\frac{\Delta_0}{\Delta(z)}\right]^{1/2} \cdot \frac{\delta_s(z_0)\cdot\Delta_0}{4\pi^3 s^2 q^*}\left[\operatorname{erf}\frac{\pi s(\tau+\tau^*)}{\langle\!\langle\Delta(z)\rangle\!\rangle\cdot\sqrt{2\lambda_s(z)}} - \right.$$
$$\left. - \operatorname{erf}\frac{\pi s(\tau\ )}{\langle\!\langle\Delta(z)\rangle\!\rangle\cdot\sqrt{2\lambda_s(z)}}\right]\cdot\exp\lambda_s(z). \qquad (6)$$

Здесь

$$\lambda_s(z) = \pi s \cdot \int\limits_{z_0}^{z}\frac{du}{\Delta(u)}, \quad \langle\!\langle\Delta(z)\rangle\!\rangle = \left\{\int\limits_{z_0}^{z}(u)dk/\int\limits_{z_0}^{z}\Delta^{-1}(u)du\right\}^{1/2}.$$

Таким образом, согласно выражению (6), существует ярко выраженный эффект при достаточно больших значениях $\lambda_s(z)$, возрастающий с увеличением $\lambda_s(z)$. Следует иметь в виду, однако, что при значительном увеличении $\lambda_s(z)$ асимптотическое выражение (6), согласно которому $F_s \sim \exp\lambda_s(z)$, может дать завышенный результат из-за неучтенного в приближенном решении (3) уравнения (1) обратного влияния возникающих ТМ-мод на падающую волну.

Список литературы

[1] *Короза В.И., Нечаев М.Н., Цветков С.А.* // Письма в ЖТФ.1995. Т. 21. В. 11.
[2] *Каценеленбаум Б.З.* Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. М.: Изд-во АН СССР, 1961. 216 с.
[3] *Короза В.И., Старжинский В.М.* // Вестн. московского ун-та (математика и механика). 1971.№ 1. С. 101–110.
[4] *Олвер Ф.* Введение в асимптотические методы и специальные функции. М.: Наука, 1978. 376 с.

Научно-исследовательский институт импульсной техники
Москва

Поступило в Редакцию
22 июля 1995 г.