Письма в ЖТФ, том 22, вып. 3 12 февраля 1996 г.

01;0.3

ДИНАМИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ КОНВЕКЦИИ

© *Б.Л.Смородин, В.С.Шавкунов*

Термоэлектрическое поле в неоднородно нагретых жидких полупроводниках может приводить к неустойчивости равновесия и возникновению движения [1]. Стационарная конвекция в расплавах полупроводников, обусловленная термоэлектрическим механизмом, подробно изучена [2–4]. В условиях невесомости рэлеевский механизм неустойчивости не работает и неустойчивость может быть вызвана появлением термо-ЭДС. Проблема подавления конвекции, приводящей к переносу примеси, тесно связана с получением высокочистых образцов полупроводников. В [5] исследовано воздействие вибраций на термоэлектрическую конвекцию. Существует и другой механизм динамического воздействия на устойчивость равновесия жидкого полупроводника: параметрическое изменение температуры на его поверхности.

В настоящей работе исследовано влияние модуляции равновесного вертикального градиента температуры на конвекцию термо-ЭДС в горизонтальном слое жидкого полупроводника со свободными изотермическими границами. Рассматриваются такие частоты модуляции температуры ω_0, при которых толщина слоя h много меньше глубины проникновения тепловой волны $\delta = (\chi/\omega_0)^{1/2}$, χ — температуропроводность жидкости. С другой стороны, предполагается, что дебаевский радиус много меньше толщины слоя. В этом случае можно пренебречь пространственной неоднородностью равновесных градиента температуры ∇T_0 и поля E_0:

$$\nabla T_0 = -(A + a\sin\omega_0 t) = -A(1 + \eta\sin\omega t),$$
$$E = \gamma\nabla T_0 = -\gamma A(1 + \eta\sin\omega_0 t). \qquad (1)$$

Здесь A — средний градиент температуры, a — амплитуда, η — относительная амплитуда модуляции градиента температуры, γ — коэффициент термоэлектродвижущей силы.

Безразмерные уравнения, описывающие эволюцию малых возмущений нестационарного равновесия, запишутся в виде

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p + \Delta\mathbf{v} + \mathrm{Ra}T\mathbf{e} - B\rho(1 + \eta\sin\Omega t)\mathbf{e}; \quad \mathbf{e} = (0,0,1);$$

$$P\frac{\partial T}{\partial t} - (1 + \eta\sin\Omega t)v_z = \Delta T; \quad v_z = \mathbf{v}\cdot\mathbf{e};$$

$$P_1\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho + \Delta T; \qquad \mathrm{div}\mathbf{v} = 0;$$

$$z = 0,1; \quad v_z = 0, \quad \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} = 0; \quad \rho = 0; \quad T = 0, \qquad (2)$$

где p, $\mathbf{v}$, ρ, T — возмущения давления, скорости, плотности заряда и температуры; $\mathrm{Ra} = g\beta Ah^4/\chi\nu$ — число Рэлея; $B = \varepsilon\gamma^2A^2h^2/\rho l\chi\nu$ — термоэлектрический параметр конвекции; $\mathrm{Pr} = \nu/\chi$, $P_1 = \varepsilon\nu/\sigma h^2$ — тепловое и электрическое числа Прандтля; $\Omega = \omega_0 h^2/\chi$ — безразмерная частота вибрации (ρl, ν, σ, ε, β — плотность жидкости, коэффициенты вязкости, электропроводности, диэлектрической проницаемости, теплового расширения, g — ускорение свободного падения).

Будем считать, что $P_1 \approx 0$ (избыточный заряд возникает только за счет термодиффузии). Для жидких полупроводников с высоким коэффициентом термо-ЭДС, например Se электропроводность $\sigma \sim 10^{-4}\mathrm{Om}^{-1}\cdot\mathrm{м}^{-1}$ [6], что для слоев $h > 1$ мм оправдывает оценку $P_1 \approx 0$.

Рассмотрим нормальные возмущения равновесия $(\mathbf{v}, T, p, \rho) = a_i(t)\sin(\pi z)\exp(ik_x x + ik_y y)$. Здесь $a_i(t)$ — амплитуды возмущений; k_x, k_y — волновые числа, характеризующие периодичность возмущений в плоскости слоя.

Для амплитуд скорости a_1 и температуры a_2 получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами

$$\dot{a}_1 + na_1 = [R' + B'(1 + \eta\sin\omega t)]\,a_2;$$

$$\dot{a}_2 + \frac{1}{n} a_2 = (1 + \eta \sin \omega t) a_1;$$

$$R' = \frac{k^2 \mathrm{Ra}}{(k^2 + \pi^2)^3} = \frac{\mathrm{Ra}}{\mathrm{Ro}}; \qquad B' = \frac{k^2 B}{(k^2 + \pi^2)^2};$$

$$n = \sqrt{P}; \qquad \omega = \frac{\Omega}{(k^2 + \pi^2)}. \tag{3}$$

B_0, R_0 — пороговые значения параметров для термоэлектричекой [1] и рэлеевской [7] конвекции в статическом случае.

При произвольных значениях параметров R', B', η, ω, n решение системы (2) либо нарастает, либо затухает со временем. На границе устойчивости решение нейтрально, реализуется периодический режим. Для отыскания границ устойчивости применялся метод характеристических показателей [7–8]. Построение фундаментальной системы осуществлялось численно с помощью интегрирования уравнений (2), методом Рунге–Кутта.

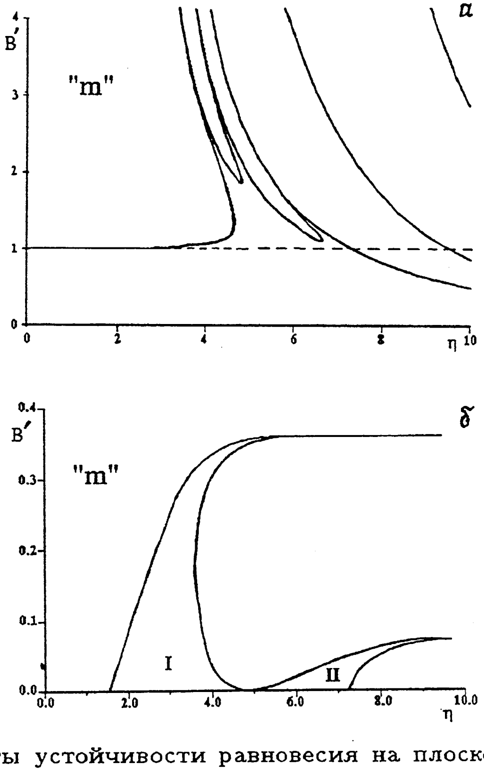

Рис. 1. Карты устойчивости равновесия на плоскости (η, B') при частоте $\omega = 1$: *а* — $R' = 0.0$, $n = 1.0$; *б* — $R' = 1.2$, $n = 1 + \sqrt{2}$.

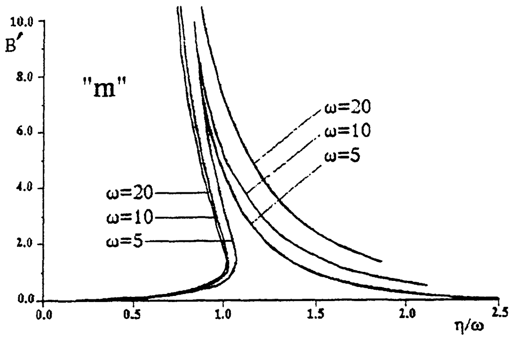

Рис. 2. Области неустойчивости на плоскости параметров (η/ω, B'). $R' = 1.2$, $n = 1.0$.

Результаты расчетов следующие. В невесомости ($R' = 0$) без модуляции температуры равновесие неустойчиво только для $B' > 1$. Модуляция температуры приводит к тому, что для $B' < 1$ появляются области параметрической неустойчивости (рис. 1, *а*, $\omega = 1$, $n = 1$), а при $B' > 1$ граница основной полосы "m" с ростом амплитуды η повышается, оставляя область параметрической стабилизации равновесия. При больших амплитудах модуляции η неустойчивость связана с параметрическим резонансом. В соседних областях возмущения имеют разный период: он либо вдвое превосходит период модуляции ("полуцелые" решения), либо совпадает с ним ("целые" решения).

В поле силы тяжести ($R' \neq 0$) ситуация изменяется: первая "полуцелая" область расширяется. Кроме того, в отличие от статического случая, когда при $R' > 1$ равновесие неустойчиво, модуляция температуры приводит к появлению на карте устойчивости областей стабилизации I, II (рис. 1, *б*, $R' = 1.2$, $\omega = 1$, $n = 1 + \sqrt{2}$).

Границы устойчивости на плоскости (B', η/ω) для $R = 1.2$, $n = 1$ и разных значений частоты $\omega = 5, 10, 20$ изображены на рис. 2. При увеличении частоты граница основной области неустойчивости сходится к предельной линии, а граница первой резонансной области ("полуцелое" решение) повышается, вытесняясь на бесконечность. Для основной области неустойчивости случай высоких частот наступает при $\omega \approx 10$.

Список литературы

[1] *Иоффе И.В., Калинин Н.В., Эйдельман Е.Д.* // Письма в ЖТФ. 1976. Т. 2. В. 9. С. 395–396.

[2] *Эйдельман Е.Д.* // ЖЭТФ. 1993. Т. 103. В. 5. С. 1633–1644.

[3] *Эйдельман Е.Д.* // ЖТФ. 1993. Т. 63. В. 10. С. 192–195.

[4] *Саранин В.А.* // Магнитная гидродинамика. 1983. № 1. С. 85–89.
[5] *Смородин Б.Л.* // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. В. 21. С. 6–8.
[6] *Катлер Н.* Жидкие полупроводники. М., 1980. 256 с.
[7] *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
[8] *Коддингтон Э.А., Левинсон Н.* Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. ИИЛ, 1958.

Пермский государственный
университет

Поступило в Редакцию
17 октября 1995 г.