

01;03

ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КАПЛИ ЖИДКОСТИ С ТВЕРДОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

© А.В. Чижов, А.А. Шмидт

1. Распространение сильных волн сжатия в жидкости и их взаимодействие со свободной поверхностью может сопровождаться образованием волн разрежения, деформацией поверхности, развитием кумулятивных струй, возникновением кавитационных каверн.

Исследованию удара капли посвящены работы [1,2], в которых приведены данные, относящиеся либо к упрощенной геометрии задачи (цилиндрическая капля), либо к самым начальным моментам до начала растекания. Целью данной работы является исследование эффектов, связанных с кривизной поверхностей как самой капли, так и мишени для времен вплоть до образования кавитационной полости, анализ ударно-волновой картины течения в капле и распределение давления на поверхности. Обнаружено "запаздывание" растекания.

2. Математическое моделирование удара капли жидкости о твердую поверхность предполагает решение системы уравнений течения сжимаемого вязкого баротропного газа. В лагранжевой формулировке для осесимметричной задачи безразмерные уравнения в цилиндрической системе координат имеют вид

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial u}{\partial y} \right\}, \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{v}{y^2} \right\}, \\ \frac{1}{\rho a^2} \frac{\partial p}{\partial t} &= -\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right), \\ \rho &= \rho(p); \end{aligned} \quad (1)$$

здесь u , v , p , ρ — компоненты скорости, давление и плотность, соответственно; $a = \sqrt{dp/d\rho}$ — скорость звука; $\text{Re} = \rho_0 V_0 L_0 / \mu_0$, где L_0 , V_0 , ρ_0 , μ_0 — масштабы длины, скорости, плотности и вязкости соответственно.

Граничными условиями являются условия скольжения на твердой поверхности, отсутствие касательных напряжений на свободной поверхности и условия симметрии на оси. Постановка условия скольжения на стенке оправдывается тем, что толщина нестационарного пограничного слоя пренебрежимо мала и расчетная область ограничивается его внешней границей.

3. При составлении численной схемы для уравнений (1) (без вязких членов) использование лагранжевого описания позволяет получить после расщепления по координатным направлениям две гиперболические системы уравнений со знакопостоянными собственными числами. Это существенно упрощает численную схему, исключая решение задачи о распаде произвольного разрыва. Переходя к характеристическим переменным $w_1^x = p + \rho a u$, $w_2^x = p - \rho a u$ вдоль направления x и $w_1^y = p + \rho a v$, $w_2^y = p - \rho a v$ вдоль направления y , полученные системы сводятся к набору независимых гиперболических уравнений. К каждому из них применяется TVD-схема Ошера, предварительно записанная через центрально-разностные производные, вычисляемые с помощью метода конечных элементов (МКЭ) в формулировке Галеркина [3]. Возвращаясь к первоначальным переменным, получаем численную схему следующего вида:

$$\rho u_t = -p_x + k_u u_{xx} - \frac{\delta x}{2} \rho a (\bar{u}_x)_x + \frac{\delta x}{2} \frac{\Delta x}{2} (\bar{p}_x)_{xx},$$

$$\rho v_t = -p_y + k_v v_{yy} - \frac{\delta y}{2} \rho a (\bar{v}_y)_y + \frac{\delta y}{2} \frac{\Delta y}{2} (\bar{p}_y)_{yy},$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho a^2} p_t = & -u_x - v_y - \frac{v}{y} + k_p^x p_{xx} + k_p^y p_{yy} - \frac{\delta x}{2 \rho a} (\bar{p}_x)_x - \frac{\delta y}{2 \rho a} (\bar{p}_y)_y + \\ & + \frac{\delta x}{2} \frac{\Delta x}{2} (\bar{u}_x)_{xx} + \frac{\delta y}{2} \frac{\Delta y}{2} (\bar{v}_y)_{yy}, \end{aligned}$$

где

$$\Delta x = \max_{j:(i,j) \in (e)} \{x_j - x_i\}, \quad \Delta y = \max_{j:(i,j) \in (e)} \{y_j - y_i\},$$

$$\delta x = \Delta x - a \Delta t, \quad \delta y = \Delta y - a \Delta t.$$

Под величинами с нижними индексами подразумеваются численные производные, составленные с помощью МКЭ:

$$k_u = \Delta x / 2 \rho a, \quad k_v = \Delta y / 2 \rho a, \quad k_p^x = \Delta x / 2 \rho a, \quad k_p^y = \Delta y / 2 \rho a$$

— коэффициенты искусственной вязкости. Ограниченные численные производные (подчеркнутые сверху), составляющие антидиффузионные члены, вычисляются следующим образом:

$$\overline{p_x} = (\overline{w_{1_x}^x} + \overline{w_{2_x}^x})/2, \quad \overline{u_x} = (\overline{w_{1_x}^x} - \overline{w_{2_x}^x})/2r,$$

$$\overline{p_y} = (\overline{w_{1_y}^y} + \overline{w_{2_y}^y})/2, \quad \overline{v_y} = (\overline{w_{1_y}^y} - \overline{w_{2_y}^y})/2r,$$

где

$$u = \text{limiter} \left(u_x + \frac{\Delta x}{2} \overline{u_{xx}} \cdot u_x - \frac{\Delta x}{2} \overline{u_{xx}} \right),$$

а функция ограничителя берется в форме Van-Leer'a.

Составленная схема является квазимонотонной и обеспечивает второй порядок точности решения.

Для повышения эффективности и разрешающей способности алгоритма используется неструктурированная лагранжева адаптивная сетка.

4. Описанный подход использован при моделировании высокоскоростного удара капли воды о твердую поверхность. Скорость удара равнялась 500 м/с, радиус капли 1 мм. Рассматривались случаи плоской, вышуклой и вогнутой поверхностей. Моделирование позволило качественно объяснить эффект нерегулярного взаимодействия ударной волны со свободной поверхностью, выражающийся в отставании растекания капли. Суть этого эффекта такова.

В начальный момент взаимодействия (рис. 1, а) возникает волна сжатия, присоединенная к пятну контакта капли с твердой поверхностью. В некоторый момент времени волна сжатия отрывается от пятна контакта и выходит на свободную поверхность с образованием отраженной волны разрежения. Последняя вызывает ускорение свободной поверхности, образуется высокоскоростная радиальная струя кумулятивного типа. Волна сжатия продолжает движение к вершине капли. Однако из-за кривизны свободной поверхности происходит интерференция волны разрежения, распространяющейся от нее в глубь капли, и падающей волны сжатия. Последняя "отодвигается" от свободной поверхности (см. рис. 1, б). При этом основание струи (область ускоренного движения поверхности) занимает не всю зону возмущения. Этот эффект наблюдался в экспериментах [2]. Его можно трактовать как "нерегулярное" взаимодействие волны сжатия со сферической свободной поверхностью капли. На последней исследуемой стадии волна сжатия отражается от вершины капли и в результате взаимодействия волн разрежения образуется торообразная область кавитации, которая постепенно разрастается (см. рис. 1, в). Свободная

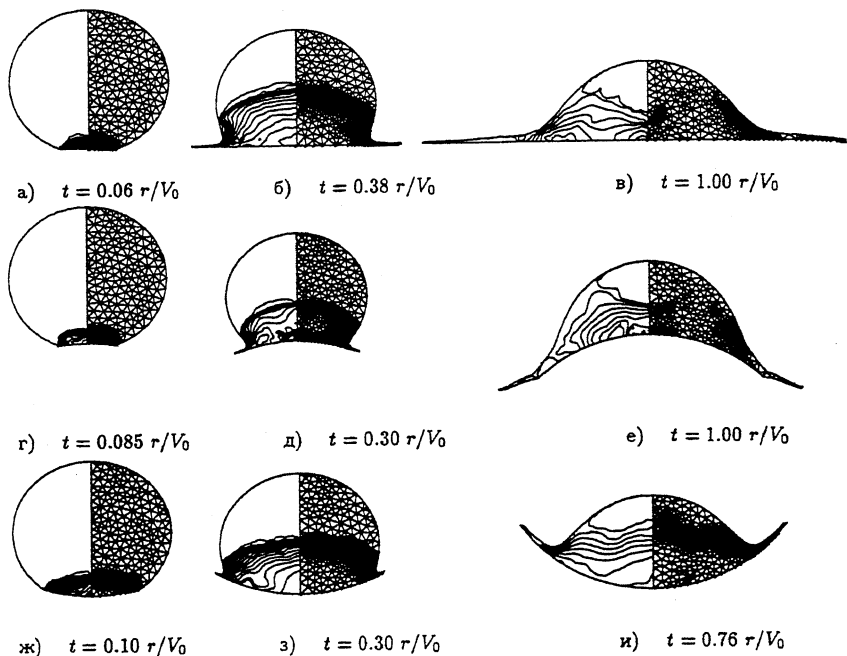


Рис. 1. *а* — $t = 0.06r/V_0$, *б* — $t = 0.38r/V_0$, *в* — $t = 1.00r/V_0$, *г* — $t = 0.085r/V_0$, *д* — $t = 0.30r/V_0$, *е* — $t = 1.00r/V_0$, *ж* — $t = 0.10r/V_0$, *з* — $t = 0.30r/V_0$, *и* — $t = 0.76r/V_0$.

поверхность, граничащая с каверной, неустойчива, что, в конечном счете, ведет к разрушению капли (“разбрызгиванию”).

Удар по выпуклой или вогнутой поверхностям сопровождается подобной картиной течения (см. рис. 1, *г*, *д*, *е* и *ж*, *з*, *и* соответственно). При этом для вогнутой поверхности инициализируемая волна сжатия сильнее, растекание начинается позднее. Обратная ситуация имеет место для выпуклой поверхности.

На рис. 2 представлены эпюры давления на подложке для разных моментов времени, которые сразу после удара имеют немонотонный характер, связанный с кривизной свободной поверхности.

5. Таким образом, предложена математическая модель удара капли по твердой поверхности и численный алгоритм ее реализации, основанный на применении лагранжевого

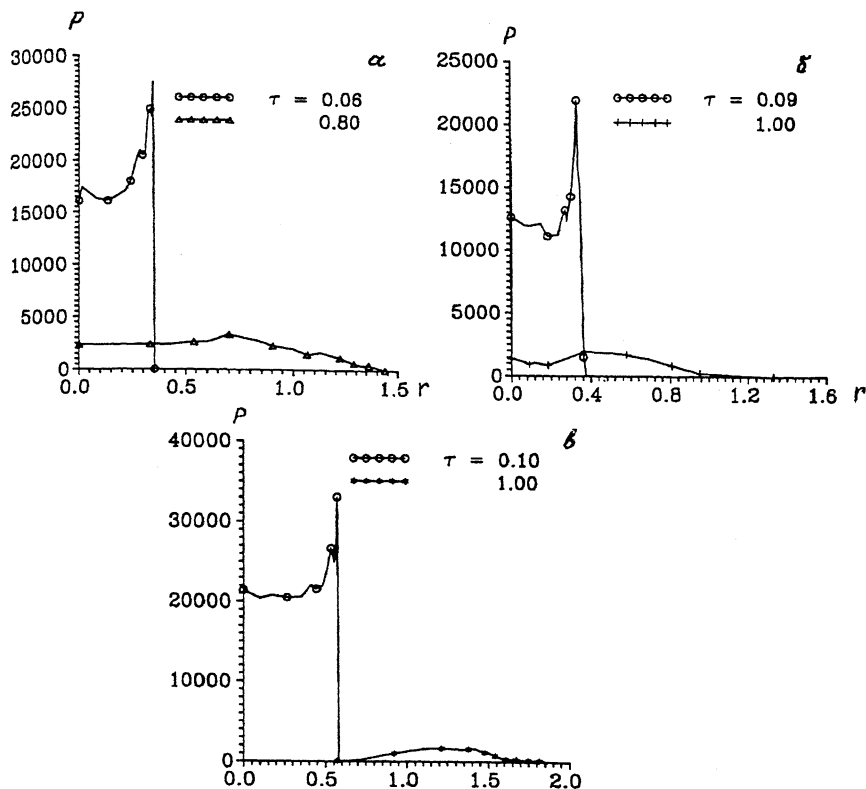


Рис. 2. Распределение давления вдоль пятна контакта в различные моменты времени: а — плоская поверхность, б — выпуклая поверхность, в — вогнутая поверхность.

описания течения и синтезе метода конечных элементов с технологией TVD-схем.

Лагранжев подход позволил описать течение со свободными поверхностями и существенно упростить численный алгоритм, исключив процедуру решения задачи о распаде произвольного разрыва. МКЭ позволяет эффективно использовать неструктурированные адаптивные сетки и аппроксимировать вязкие члены.

Проведенные с помощью этого алгоритма расчеты качественно объяснили эффект “нерегулярного” взаимодействия волны сжатия со свободной поверхностью и позволили получить детальную волновую структуру течения.

Проведение исследований частично поддерживается Российским фондом фундаментальных исследований (грант 95-01-00521а), INTAS (грант 94-4348) и стипендией Международного центра фундаментальной физики в Москве INTAS (грант 93-2492).

Список литературы

- [1] Гонор А.Л., Ривкинд В.Я. // ВИНТИ. Итоги науки и техники. МЖГ. 1982. Т. 17. С. 86-159.
- [2] Lesser M., Field J. // Proc. of the XVII Int. Symp. on Shock Waves. 1991. P. 61-72.
- [3] Chizhov A.V., Schmidt A.A. // Proc. of the IX Int. Conf. on Finite Elements in Fluids. Italy. 1995. V. 2. P. 1019-1028.

Физико-технический институт
им. А.Ф. Иоффе РАН
С.-Петербург

Поступило в Редакцию
24 ноября 1996 г.