

05.1

О СТРУКТУРЕ ПОЛНОЙ ДЕФОРМАЦИИ В РАМКАХ КОНТИНУАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ДЕФЕКТОВ

© Ю.В.Гриняев, Н.В.Чертова

Традиционно [1,2] полная деформация за пределом упругости представляется в виде суммы упругой ϵ^{el} и пластической ϵ^{pl}

$$\epsilon^{tot} = \epsilon^{el} + \epsilon^{pl}. \quad (1)$$

Упругая деформация CD (см. рисунок) однозначно определяется внешне приложенными нагрузками и при снятии их релаксирует со скоростью звуковых волн. Пластическая или остаточная деформация OD неизменна при упругой разгрузке и характеризует деформацию, оставшуюся в материале после разгрузки. Данная схема представления деформации не отражает совокупности процессов вязкоупругой наследственности, многие явления которой связаны с наличием в материале дислокаций и дислокационных комплексов [3].

В рамках континуального описания [4] моделью кристалла с дислокациями является упругое тело с внутренними напряжениями, которые существуют в материале при отсутствии внешних сил. Обобщая известные положения континуальной теории дефектов [5], полную деформацию в материале с дислокациями можно представить в виде суммы трех слагаемых

$$\epsilon^{tot} = \epsilon^{el} + \epsilon^{el-pl.D} + \epsilon^{c.pl}, \quad (2)$$

каждое из которых определяется симметричной частью градиента непрерывного вектора смещений

$$U_{(ij)}^{tot} = U_{(ij)}^{el} + U_{(ij)}^{el-pl.D} + U_{(ij)}^{c.pl}. \quad (3)$$

Индексы, записанные в круглых скобках, обозначают симметрирование. Первое слагаемое соответствует обратимой упругой деформации, связанной с внешними нагрузками. Второе слагаемое определяет упругопластическую деформацию, обусловленную дефектами материала, и записывается в виде

$$\nabla U^{el-pl.D} = \beta^{el.D} + \beta^{pl.D}. \quad (4)$$

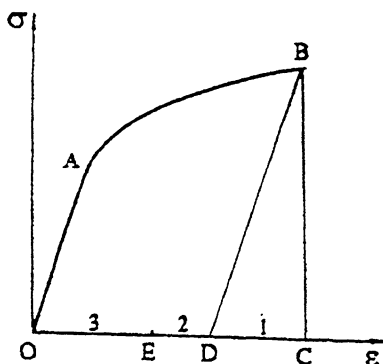


Схема представления полной деформации в рамках континуальной теории дефектов.

Как принято в континуальной теории дефектов [5], произвольно заданная пластическая дисторсия $\beta^{pl.D}$ определяет плотность дислокаций

$$\alpha = \nabla \cdot \beta^{pl.D}, \quad (5)$$

а упругая дисторсия, связанная с дефектами $\beta^{el.D}$, определяет искажения тела, которые обеспечивают его непрерывность при данной плотности дислокаций

$$\nabla \cdot \nabla U^{el-pl.D} = \nabla \cdot (\beta^{el.D} + \beta^{pl.D}) = 0. \quad (6)$$

Поскольку в отдельности $\beta^{el.D}$ и $\beta^{pl.D}$ не удовлетворяют условию совместности (6), то для их обозначения используется термин “несовместная упругая” и “несовместная пластическая” дисторсия. Последний член (2) представляет совместную пластическую деформацию, не связанную с напряжениями, и определяет необратимое формоизменение тела, например за счет аннигиляции дефектов или выхода их на поверхность.

Согласно предложенной схеме представления деформации, упругие искажения в материале с дефектами определяются алгебраической суммой ∇U^{el} и $\beta^{el.D}$. Эффективные напряжения, вычисляемые по закону Гука

$$\sigma_{kl} = C_{klij}(U_{i,j}^{el} + \beta_{ij}^{el}), \quad (7)$$

представляют собой сумму внешних и внутренних напряжений. Внешние напряжения определяются приложенными

нагрузками, под действием которых также формируется дефектная структура материала. Дефекты материала являются источниками внутренних напряжений. Взаимосвязь внешних и внутренних напряжений может быть найдена в рамках калибровочной модели среды [6,7], если записать ее через упругие потенциалы, определяющие состояние системы

$$L = \rho D_0 u_i D_0 u_j - C_{ijkl} D_i u_j D_k u_l + B I_{ij} I_{ij} - S \alpha_{ij} \alpha_{ij},$$

где

$$D_0 u_i = \frac{\partial u_i^{el}}{\partial t} + v_i, \quad D_j u_i = \frac{\partial u_i^{el}}{\partial x_j} + \beta_{ji}^{el},$$

$$I_{ij} = \frac{\partial \beta_{ij}^{el.D}}{\partial t} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i}, \quad \alpha_{ij} = \epsilon_{inm} \frac{\partial}{\partial x_n} \beta_{mj}^{el.D},$$

$v_i = \frac{\partial}{\partial t} (u_i^{el-pl.D} + u_i^{c.pl})$, ρ — плотность материала, C_{ijkl} — тензор упругих модулей, B и S — новые константы теории.

Схема разбиения деформации (2)–(4) позволяет исследовать многие неупругие явления, связанные с релаксацией несовместной упругой дисторсии, и предположить следующий механизм возникновения совместной пластической деформации. Согласно (4), релаксация несовместной упругой дисторсии ($\beta^{el.D} \rightarrow 0$ целиком или частично) приводит к тому, что несовместная пластика становится совместной, т. е. определяется в виде градиента непрерывного вектора смещений, и увеличивает деформацию участка ОЕ. В рамках данного предположения генерация совместной пластической деформации обусловлена релаксацией внутренних напряжений, сопровождается уменьшением плотности дефектов и опосредованно связана с внешними нагрузками, которые являются причиной внутренних напряжений. Вероятно, существуют другие механизмы возникновения совместной пластической деформации. Однако нам представляется, что большинство кристаллических тел, именно таким образом накапливают совместную пластическую деформацию.

Список литературы

- [1] Седов Л.И. Механика сплошных сред. М.: Наука, 1976. Т. 2. 572 с.
- [2] Физический энциклопедический словарь. М.: Сов. энцикл. 1984. 943 с.
- [3] Вольтцев А.Б. Наследственная механика дислокационных ансамблей. Компьютерные модели и эксперимент. Иркутск: Изд-во Иркутского ун-та, 1990. 288 с.
- [4] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. Т. VII. 244 с.

- [5] *Де Витт Р.* Континуальная теория дисклинаций. М.: Мир, 1977. 209 с.
- [6] *Кадич А., Эделен Д.* Калибровочная теория дислокаций и дисклинаций. М.: Мир, 1987. 168 с.
- [7] *Гриняев Ю.В., Чертова Н.В.* // Изв. вузов. Физика. 1990. В. 2. С. 34-50.

Поступило в Редакцию
22 сентября 1995 г.
В окончательной редакции
22 января 1996 г.
