01;04

ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИАЛЬНОЙ ОДНОРОДНОСТИ ЖИДКОГО РАСШИРЯЮЩЕГОСЯ ПРОВОДНИКА, НАГРЕВАЕМОГО ИМПУЛЬСОМ ТОКА

© *Н.И.Кускова, С.И.Ткаченко*

В работе исследуется радиальная однородность конденсированного цилиндрического проводника, нагреваемого импульсными токами плотностью $j \sim (10^{11}-10^{12})$ А/м^2, при которых время развития гидродинамических и перегревных неустойчивостей в вольфрамовом проводнике больше характерного времени задачи [1]. Так как характерное время процесса $t > 10^{-8}$ с, то может быть применено однотемпературное МГД-приближение [2], тогда нагрев проводника описывается следующей системой одномерных уравнений в цилиндрических лагранжевых координатах:

$$\frac{dm}{dt} = 0, \tag{1}$$

$$\rho\frac{dv}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{0.5}{\mu r^2}\frac{\partial(r^2 B_\varphi^2)}{\partial r}, \tag{2}$$

$$\rho\frac{d\varepsilon}{dt} = -P\frac{1}{r}\frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\varkappa r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{j^2}{\sigma}, \tag{3}$$

$$\frac{d(\mu B_\varphi)}{dt} = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{\sigma r}\frac{\partial(rB_\varphi)}{\partial r}\right), \tag{4}$$

где $j = 1/(\mu r)[\partial(rB_\varphi)/\partial r]$ — плотность тока; $P = P(\rho, T)$, $\varepsilon = \varepsilon(\rho, T)$ — уравнение состояния с учетом фазовых переходов; $\sigma = \sigma(\rho, T)$ — электропроводность.

Радиальная неоднородность в твердом (нерасширяющемся) проводнике, обусловленная эффектами скинирования тока, хорошо изучена [3]. Однако в процессе нагрева проводника, после его плавления, происходит интенсивное гидродинамическое расширение и перераспределение тока по глубине. Было показано [4], что точного аналитического решения МГД-системы (1)–(4), описывающего однородное по радиусу расширение цилиндрического проводника, не существует, поэтому будем искать слабонеоднородное решение (без учета теплопроводности, а также энергии, выделяющейся при сжатии).

Для замыкания системы запишем уравнение цепи

$$L\frac{d^2I}{dt^2}+\frac{d}{dt}(RI)+\frac{I}{C}=0, \quad (5)$$

уравнение состояния в виде $\rho=\rho_0/[1+\alpha(T-T_0)]$ и зависимость

$$\sigma=\frac{\sigma_0}{1+\beta(T-T_0)}\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma}, \quad (6)$$

где α, β — температурные коэффициенты плотности и электропроводности.

Временные составляющие приближенного решения, описывающего нагрев и расширение вольфрамового проводника, полученного в предположении однородности ρ, T, σ, имеют вид:

$$u\simeq 0.5\alpha(A_1+2A_2\cdot\Delta t), \quad (7)$$

$$a\simeq a^0(1+0.5\alpha\cdot A_1\cdot\Delta t+0.5\alpha\cdot A_2\cdot\Delta t^2), \quad (8)$$

$$T\simeq T^0+A_1\cdot\Delta t+A_2\cdot\Delta t^2, \quad (9)$$

$$I\simeq I^0\exp(\omega^0\cdot\Delta t-k\cdot\Delta t^2), \quad (10)$$

$$\sigma\simeq\sigma^0\Big\{1-(\beta+\alpha\cdot\gamma)A_1\cdot\Delta t-$$
$$-\left[(\beta+\alpha\cdot\gamma)A_2+\beta\cdot\alpha\cdot\gamma\cdot A_1^2\right]\cdot\Delta t^2\Big\}, \quad (11)$$

где $\Delta t=t-t^0$, $A_1=(I^0)^2R^0/(mc)$, $A_2=0.5R^0\times\times[\beta+\alpha(\gamma-1)]A_1^2/L+\omega^0A_1$, $v=u\cdot r$, $k=(\omega^0)^2+\omega^0\cdot R^0/L++R^0\cdot A_1\cdot[\beta+\alpha\cdot(\gamma-1)]/L+1/CL$; $\omega^0=(dI/dt)^0/I^0$; c — удельная теплоемкость, параметры с верхним индексом ^{0} относятся к моменту времени окончания плавления.

При этом искомое решение уравнения (4)

$$B_\varphi\simeq\frac{\mu I}{2\pi a^2}r\cdot\left(1+\frac{1}{8}\mu\sigma\omega r^2+\frac{1}{96}(\mu\sigma)^2\omega(\omega-u)r^4\right) \quad (12)$$

имеет место при выполнении следующих условий:

$$a_{\max}\sqrt{\mu\sigma_{\max}\omega}\ll 1, \quad (13)$$

$$a_{\max}\sqrt{\mu\sigma_{\max}u_{\max}}\ll 1, \quad (14)$$

где $\omega = (dI/dt)/I$; $a_{\max}$, $\sigma_{\max}$ и $u_{\max}$ — максимальные значения функций (7), (8) и (11), достигаемые к моменту вскипания поверхности проводника. Критерий (13) аналогичен условию отсутствия скин-эффекта в предельном случае малых частот [3] для нерасширяющегося проводника (в данном критерии ω играет роль частоты изменения тока).

При выполнении условий (13), (14) радиальное распределение плотности тока имеет вид

$$j \simeq \frac{I}{\pi a^2}\left(1 + \frac{1}{4}\mu\sigma\omega r^2 + \frac{1}{32}(\mu\sigma)^2\omega(\omega - u)r^4\right). \qquad (15)$$

Оценивая величину неоднородности распределения тока по сечению вольфрамового проводника при $I^0 \simeq 10^5$ А ($j \simeq \simeq 10^{12}$ А/м^2, $\omega \simeq 8 \cdot 10^8$ с$^{-1}$), получим $j(a) \simeq 1.05 \cdot j(0)$. При плотностях тока $j \leqslant 10^{11}$ А/м^2 и $(dI/dt) < 0$, $\omega < 0$, а плотность тока максимальна в центре $j(0) > j(a)$.

Неоднородность плотности жидкого проводника, связанная с влиянием магнитного давления (имеющего максимум на оси), согласно оценке, проведенной для вольфрама, возникает при $j \sim 2 \cdot 10^8/a$.

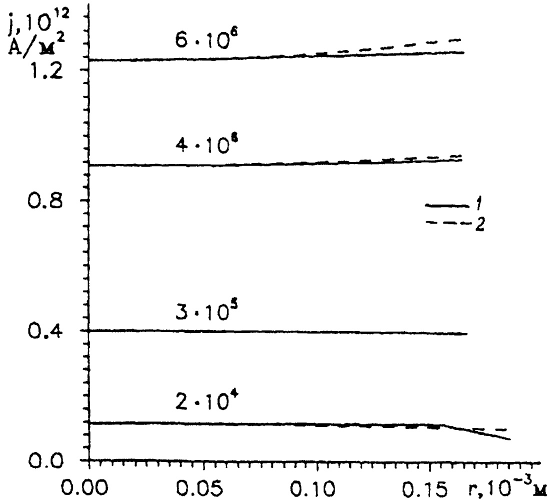
Критическая плотность тока j_{cr}, при которой еще сохраняется радиальная однородность всех характеристик жидкого металла, для вольфрама $j_{\text{cr}} \sim 10^{12}$ А/м^2. При выполнении этого условия решение системы МГД-уравнений будет слабонеоднородным: $\delta w \ll w_0$; $\delta w = w - w_0$, w — параметр течения.

Для исследования граничного режима перехода однородного по радиусу нагрева проводника в неоднородный был проведен численный эксперимент, при этом решалась система МГД-уравнений (1)–(5), для замыкания которой использовались соотношение (6) и уравнение состояния Ван-дер-Ваальса–Максвелла в виде

$$P = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}; \quad \varepsilon = \varepsilon_0 + c(T - T_0) + a(\rho_0 - \rho); \qquad (16)$$

$$\mu_f - \mu_g = \int_f^g d\mu = \int_f^g V dP = \int_f^g V\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T dV = 0, \qquad (17)$$

где $V = 1/\rho$ — удельный объем, коэффициенты a и b определяются через параметры вещества в критической точке фазовой диаграммы [5]. Соотношение для удельной внутренней энергии получено из основных термодинамических со-



Радиальное распределение плотности тока в проводнике при различных начальных напряжениях: *1* — результаты численного моделирования, *2* — расчет по зависимости (15).

отношений в предположении постоянства удельной теплоемкости. Условие (17) описывает поведение вещества в области сосуществования жидкой (индекс f) и газообразной (индекс g) фаз: фазы, находящиеся в равновесии друг с другом, должны иметь равные химические потенциалы.

Начальные условия задавались в момент включения тока:

$$\rho(0,r)=\rho_0;\ T(0,r)=T_0;\ v(0,r)=0;\ B_\varphi(0,r)=0;\ j_z(0,r)=0;$$

граничное условие на оси проводника — условие цилиндрической симметрии, а на внешней границе (в предположении погруженности проводника в безграничную водную среду) — невозмущенные параметры воды при комнатной температуре.

Вычислительный эксперимент проводился для различных плотностей тока, получаемых при варьировании параметров цепи и проводника. Наиболее наглядной (с точки зреняи сравнения с теоретическими результатами) является серия расчетов, в которых энергетика взрыва изменялась посредством вариации начального напряжения.

Моделировался взрыв вольфрамовой проволочки при следующих параметрах: длина проводника — $l = 0.087$ м, начальный радиус — $a_0 = 1.75 \cdot 10^{-4}$ м, индуктивность — $L = 4.5 \cdot 10^{-e}$ Гн, емкость — $C = 6.0 \cdot 10^{-8}$ Ф. Для определения коэффициентов β и γ в выражении (6) для жидкой фазы использовались экспериментальные данные [6].

На рисунке приведено радиальное распределение плотности тока в проводнике для различных начальных напряжений $U_0 = 3 \cdot 10^5$ В, $2 \cdot 10^4$ В, $4 \cdot 10^6$ В, $6 \cdot 10^6$ В в моменты времени, близкие к началу кипения поверхности проводника. Относительная величина неоднородности радиального распределения температуры и плотности в эти же моменты времени для указанных режимов не превышает 10%. При $j < 10^{11}$ А/м^2 и $j > 10^{12}$ А/м^2 возникает перераспределение тока по радиусу, вызываемое расширением проводника и диффузией магнитного поля.

Анализируя результаты, можно сделать вывод, что режимы, в которых плотность тока 10^{11} А/м$^2 < j < 10^{12}$ А/m^2, в достаточной степени однородны и могут использоваться для исследования термодинамических свойств жидкого вольфрама в диапазоне температур от плавления до кипения (при нормальных условиях).

Список литературы

[1] *Абрамова К.Б., Златин Н.А., Перегуд Б.П.* // ЖЭТФ. 1975. Т. 69. В. 6. С. 2007–2022.

[2] *Бурцев В.А., Калинин Н.В., Лучинский А.В.* Электрический взрыв проводников и его применение в электрофизических установках. М.: Энергоатомиздат, 1990. 289 с.

[3] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 623 с.

[4] *Ткаченко С. И.* Математическое моделирование. 1995. Т. 7. № 1. С. 3–10.

[5] *Фортов В.Е., Дремин А.Н., Леонтьев А.А.* // ТВТ. 1975. Т. 13. № 5. С. 1072–1080.

[6] *Коваль С.В., Кускова Н.И.* // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. В. 6. С. 36–40.

Институт импульсных процессов
и технологий НАН Украины

Поступило в Редакцию
15 мая 1995 г.
В окончательной редакции
26 марта 1996 г.