

Письма в ЖТФ, том 22, вып. 11

12 июня 1996 г.

01; 05.4

## О ПЕРЕХОДЕ В НОРМАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ РАЗРУШЕНИИ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

© И.Л.Максимов, Н.Г.Голубева

В последнее время в литературе активно обсуждается возможность создания сверхпроводящих магнитов на основе хрупких ВТСП материалов. Однако ясно, что воздействие больших пондеромоторных напряжений, возникающих в магните, неизбежно вызовет локальные пластические деформации и (или) разрушения материала, способные (посредством диссирируемой энергии) перевести сверхпроводник в нормальное состояние. Это заведомо должно привести к ограничению области параметров, при которых возможна устойчивая работа магнита [1-2]. Поэтому выяснение условий перехода сверхпроводника в нормальное состояние при квазихрупком разрушении материала представляет заметный интерес. Отметим, что данный вопрос практически не исследован в литературе.

В настоящей работе исследуется явление деградации сверхпроводящих свойств, обусловленное локальным квазихрупким разрушением материала под действием переменной механической нагрузки. Предложена упрощенная модель, описывающая динамику роста трещины в керамическом сверхпроводящем материале и сопутствующие неравновесно-термодинамические эффекты диссипации энергии в привершинной области. В результате решения совместной системы эволюционных уравнений найден кри-

терий локального перехода сверхпроводника (С) в нормальное (Н) состояние. Аналитически определена длительность временного интервала, в течение которого пластически деформируемая (активная) зона сверхпроводника разогревается до критической температуры вследствие диссипации энергии при необратимом росте трещины.

Рассматривается сверхпроводящий образец (пластина, провод и т.д.), содержащий микротрещину, размер которой мал по сравнению с характерным размером образца. Динамика роста трещины под действием растягивающего напряжения  $P(t)$  (обусловленного, например, пондеромоторными силами) описывается эволюционным уравнением, предложенным в [3] для керамических материалов (теоретическое обоснование см. [4]):

$$\frac{dl}{dt} = v_0 \left[ \frac{\alpha P^2 l / E - 2\gamma_0}{2\gamma_0} \right]^n. \quad (1)$$

Здесь  $l$  — длина трещины;  $E$  — модуль Юнга;  $n$  — феноменологический параметр, характеризующий степень разупрочнения материала ( $n \gg 1$ );  $v_0$  — скорость звука в среде [1];  $2\gamma_0$  — поверхностная энергия Гриффита;  $\alpha$  — численный коэффициент порядка единицы. Ниже предполагается, что внешняя нагрузка  $P = P(t)$  линейно растет со временем:

$$P(t) = P_0(1 + t/t_0), \quad (2)$$

а поверхностная энергия  $2\gamma_0$  не зависит от температуры  $T$  активной зоны. Уравнение (1) содержит характерный масштаб размерности длины  $l_0 = 2E\gamma_0/(\alpha P_0^2)$ , позволяющий выделить два типа трещин, для которых возможно аналитическое решение (1). Для "больших" трещин, стартовая длина которых  $l_i$  удовлетворяет условию

$$(l_i - l_0)/l_0 \gg (2t_0/t_0)^{1/n}, \quad (3)$$

асимптотическая (при  $\tau \rightarrow \tau_\infty$ ) зависимость  $l(\tau)$  имеет вид

$$l(\tau) \sim (\tau_\infty - \tau)^{-1/(n-1)}. \quad (4)$$

где  $t_0 = l_0/v_0$ ,  $\tau = t/t_0$ , а величина

$$\tau_\infty = (n-1)^{-1}(l_i/l_0 - 1)^{-(n-1)} \quad (5)$$

определяет время полного разрушения, за которое длина трещины формально достигает бесконечно большого значения. Отметим, что на временному интервале  $\tau/\tau_\infty \ll 1$  имеет место линейный закон роста трещины со временем:

$$l(\tau) = l_i + (l_i/l_0 - 1)^n l_0 \tau. \quad (6)$$

Нетрудно убедиться, что режим (6) реализуется также на начальном этапе ( $\tau/\tau_\infty \ll 1$ ) роста "малых" трещин, длина которых  $l$ ; не удовлетворяет неравенству (3).

Измерение температуры  $T$  активной зоны можно определить в результате решения уравнения теплопроводности, усредненного по объему зоны пластической деформации [5]:

$$\bar{T}\bar{l} = \Gamma_1\bar{l} - \Gamma_2\bar{T}, \quad (7)$$

где  $\bar{l} = l/l_0$  — безразмерная длина трещины,  $\bar{T} = (T - T_0)/T_0$ ,  $T_0$  — температура области, окружающей зону пластической деформации. Параметры  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ , согласно [5], равны

$$\Gamma_1 = G_0(P)/(C_v T_0 \phi(P)), \quad \Gamma_2 = W_0 \tau_0 \psi(P)/(C_v l_0 \Phi(P)).$$

Здесь  $l^2 \Phi(P)$  — площадь зоны пластической деформации;  $l\psi(P)$  — ее периметр;  $G_0(P)ll$  — тепло, выделяемое в единицу времени за счет работы сил пластической деформации;  $W_0$  — константа, характеризующая тепловой поток на границе раздела пластической и упругой зон. Уравнение (7) записано в пренебрежении температурной зависимостью теплоемкости материала  $C_v$  (что является неплохим приближением в случае ВТСП материалов типа  $\text{RBaCuO}$  при  $T \approx 77$ ). В этом случае разогрев до критической температуры изменяет теплоемкость всего лишь на 20%, что является допустимой погрешностью для рассматриваемой модели.

Зависимости функций  $\Phi$ ,  $\psi$ ,  $G$  от напряжения  $P$  представлены в работе [6]. Для случая напряжений  $P$ , малых по сравнению с пределом упругости  $\delta_s$ , можно оставить главные члены разложения этих функций в ряд Тейлора по степеням малого параметра  $P/\delta_s \ll 1$ , в результате чего величины  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  приобретают временную зависимость вида

$$\Gamma_1 = \Gamma_1^0 [1 + \delta_0 \tau]^{-2}, \quad \Gamma_2 = \Gamma_2^0 [1 + \delta_0 \tau]^{-2}, \quad (8)$$

где  $\delta_0 = \tau_0/t_0$  и

$$\Gamma_1^0 = \frac{48\delta_s}{C_v T_0} (\delta_s/(\pi P))^2, \quad \Gamma_2^0 = 12W_0/(C_v v_0) (E\delta_s/(\pi P^2)). \quad (9)$$

Далее рассмотрим случай медленного измерения нагрузки ( $\delta_0 \tau \ll 1$ ), когда реализуется режим линейного роста трещины. В этом приближении можно найти аналитическое выражение для момента времени перехода  $\tau_1$  сверхпроводника в нормальное состояние. С-Н переход реализуется,

когда максимальная температура разогрева активной зоны  $\bar{T}_{\max}$ , определяемая из условия  $\dot{T}(T_{\max}) = 0$  и равная

$$\bar{T}_{\max} = \Gamma_1^0 / \Gamma_2^0 (l_i/l_0 - 1)^n, \quad (10)$$

превысит критическую температуру сверхпроводника  $\bar{T}_c$  (здесь  $\bar{T}_c = (T_c - T_0)/T_0$ ). Выполнение неравенства  $\bar{T}_{\max} > \bar{T}_c$  может быть обеспечено при слабом теплоотводе ( $\Gamma_2^0 \ll 1$ ), а для "больших" трещин также за счет множителя  $(l_i/l_0 - 1)^n \gg 1$ . С учетом (6) общее решение уравнения теплового баланса (7) при  $\tau \ll \tau_\infty$  имеет вид

$$\bar{T}(\tau) = \bar{T}_{\max} - (\bar{T}_{\max} - \bar{T}_i) \exp(-A\tau), \quad (11)$$

где  $A = \Gamma_2^0 l_0 = l_i$ .

Длительность временного интервала  $\tau_1$ , в течение которого активная зона нагревается от температуры  $T_i$  до температуры  $T_c$ , определяется из условия  $\bar{T}(\tau_1) = \bar{T}_c$ . В результате для  $\tau_1$  получим

$$\tau_1 \simeq \frac{(\bar{T}_0 - \bar{T}_i)l_i/l_0}{\Gamma_1^0(l_i/l_0 - 1)^n}. \quad (12)$$

Отметим, что условие применимости полученного результата ( $\tau_1/\tau_\infty \ll 1$ ) согласно (5) и (12) выполняется в случае низкой теплоемкости материала, что может быть реализовано в области криогенных температур.

Таким образом, в работе показано, что локальный разогрев, возникающий при квазихрупком разрушении сверхпроводящего материала, способен вызвать переход сверхпроводника в нормальное состояние. В соответствии с (10) этот переход может произойти при определенной связи между критической температурой  $T_c$ , стартовым размером трещины  $l_i$  и параметрами  $\Gamma_1^0$  и  $\Gamma_2^0$ , характеризующими мощность диссиляции и теплоотвод соответственно. Подставив в неравенство (10)  $T = T_c$  и приведенные выше значения параметров  $\Gamma_1^0$  и  $\Gamma_2^0$ , разложенные в ряд Тэйлора по малому параметру  $p/\delta_s \ll l$  с точностью до членов второго порядка малости, окончательно получим условие разогрева сверхпроводника в виде:

$$l_i/l_0 - 1 > (W_0/\bar{W})^{1/n}, \quad (13)$$

где  $\bar{W} = 4\delta_s^2 v_0 / [\pi E(T_c - T_0)]$ . Условие (13) выделяет пороговый размер трещины

$$l_{th} = l_0 [1 + (W_0/\bar{W})^{1/n}], \quad (14)$$

выше которого реализуется закритический перегрев сверхпроводящего материала. При  $l > l_{th}$  рост трещины приводит к тепловой неустойчивости сверхпроводника, а при  $l < l_{th}$  тепловая неустойчивость не имеет места. Условие (13) является, таким образом, локальным аналогом критерия Стекли [7] для случая диссипативного разрушения сверхпроводников. Как показывают оценки, для типичных ВТСП материалов (например, YBaCuO) при  $\delta_s \sim 10^7 \text{ н/м}^2$ ,  $\delta_s = E \sim 10^{-2}$ ,  $v_0 \sim 3 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ ,  $T_c \sim 100 \text{ К}$ ,  $\bar{T}_c \sim 10^{-2}$  величина  $W \sim 10^7 \text{ Вт/м}^2/\text{К}$  соответствует интенсивности охлаждения в жидким азоте. Из (14) следует, что возникновение тепловой неустойчивости при  $W_0/\bar{W} \sim 1$  следует ожидать вблизи размера  $l_{th}$ , незначительно превышающего критическое значение по Гриффитсу. При охлаждении жидким гелием величина  $k_{th}$  может заметно превысить  $l_0$ .

Следует отметить, что примененный подход допускает обобщение на случай дополнительного учета джоулевой диссипации, возникающей при протекании транспортного тока в сверхпроводнике, содержащем макродефекты. Критерии локальной тепловой неустойчивости в этом случае можно получить, используя метод, описанный в работе [8].

В заключение заметим, что рассмотренная постановка задачи в большей степени соответствует ситуации, реализующейся в ВТСП магнитах, нежели в их низкотемпературных аналогах, поскольку в последних локальное разрушение могло иметь место только лишь в непроводящем пропиточном материале (например, эпоксидной смоле), но отнюдь не в токопроводящей области. Соответствующая этому случаю модификация предложенной модели вполне могла быть применена для описания С-Н перехода в низкотемпературных магнитах.

Работа поддержана Госкомвузом Российской Федерации (гранты № 242-539 и № 95-0-7.3-178), Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 93-02-16876), а также Международным Научным фондом совместно с Миннауками РФ (грант R8J300).

### Список литературы

- [1] Минц Р.Г., Рахманов А.Л. // Неустойчивости в сверхпроводниках. М.: Наука, 1984.
- [2] Maksimov I.L. // Cryogenics. 1990. V. 30. P. 309–315.
- [3] Cook R.F. // J. Mater. Res. 1986. V. 1. P. 852.
- [4] Maksimov I.L. et al. // Materials Science and Engineering. 1994. V. A176. P. 309–315.
- [5] Maksimov I.L. // Appl. Phys. Lett. 1989. V. 55. N 6. P. 42–45.

- [6] *Maksimov I.L., Svirina J.V.* // Mater. Sci. and Eng. 1994. A 176. P. 321-328.
- [7] *Альтов В.А., Зенкевич В.Г., Кремлев М.Г., Сычев В.В.* // Стабилизация сверхпроводящих магнитных систем. М.: Энергия, 1975.
- [8] *Максимов И.Л., Свирина Ю.В.* // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. С. 1-6.

Нижегородский государственный  
университет

Поступило в Редакцию  
10 ноября 1995 г.  
В окончательной редакции  
4 апреля 1996 г.

---