Письма в ЖТФ, том 22, вып. 11 12 июня 1996 г.

01;06;07

О ФОРМИРОВАНИИ СОЛИТОНОВ КУБИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА

© *А.С.Щербаков, Е.И.Андреева*

Вопрос о формировании солитонных импульсов в системах, описываемых кубическим уравнением Шредингера, представляет несомненный самостоятельный интерес [1], а также весьма важен с точки зрения приложений, например в нелинейной оптике сверхкоротких импульсов [2]. В общем случае, если параметры входного импульса не соответствуют точному N-солитонному решению кубического уравнения Шредингера, эволюция импульса может быть описана только численными методами. Однако, когда лишь амплитуда A_0 входного солитонообразующего импульса

$$q(t, z = 0) = A_0 \mathrm{sech}(t/\tau_0) \tag{1}$$

с заданной длительностью τ_0 не равна амплитуде Na_0 солитона N-го порядка (где N — целое, a_0 — амплитуда фундаментального солитона длительности τ_0), определенные закономерности его эволюции удается установить на основании аналитического исследования методом обратной задачи рассеяния [3]. Известно [4], что если исходное значение амплитуды $A_0 = (N+\alpha)a_0$ при $|\alpha| < 1/2$, то такой импульс на расстоянии в несколько периодов солитона Z_{sp} асимптотически преобразуется в солитон того же порядка N, с амплитудой и длительностью, отличными от исходных значений A_0 и τ_0. Целью данной работы является уточнение условий формирования из импульсов вида (1) солитонов кубического уравнения Шредингера различных порядков и экспериментальная идентификация границ областей существования таких солитонов методами нелинейной оптики.

Солитоны высших порядков претерпевают сложную эволюцию формы импульса, в определенные моменты периодически повторяя сглаженное состояние с огибающей в виде гиперболического секанса. В эти моменты максимальная амплитуда импульса принимает минимальное значение A_s, а период повторения сглаженных состояний равен периоду солитона Z_{sp}, определяемому длительностью импульса τ_s в таком состоянии. Оценить величины A_s и τ_s можно используя асимптотику решения кубического уравнения Шредингера при большой длине распространения. С одной стороны, нормированная величина энергии, сосредоточенной в

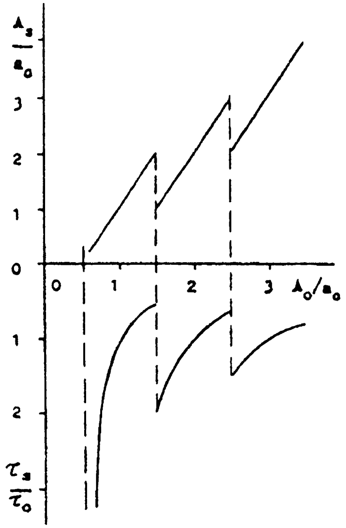

Рис. 1. Зависимость нормированной амплитуды A_s/a_0 и длительности τ_s/τ_0 солитонов кубического уравнения Шредингера в сглаженном состоянии от начальной амплитуды импульса A_0/a_0 при постоянном значении τ_0.

сформированном солитоне N-го порядка, равна [4]

$$E = N(N + 2\alpha). \qquad (2)$$

Эта величина является интегралом движения, который может быть выражен через размерные параметры импульса в сглаженном состоянии

$$E = \frac{1}{E_0\tau_0}\int_{-\infty}^{\infty}|q|^2 dt - \frac{2}{E_0}As^2\tau_s, \qquad (3)$$

где $E_0 = 2a_0^2\tau_0$ — энергия фундаментального солитона.

С другой стороны, солитоны кубического уравнения Шредингера порядка N в сглаженном состоянии удовлетворяют условию

$$A_s\tau_s = N a_0\tau_0. \qquad (4)$$

Откуда, сопоставляя (2), (3) и (4), получаем

$$A_s = (N + 2\alpha)a_0; \qquad \tau_s = N(N + 2\alpha)^{-1}\tau_0. \qquad (5)$$

То есть амплитуда и длительность солитона в сглаженном состоянии зависят от величины и знака отклонения αa_0 начальной амплитуды A_0 от ближайшего целочисленного значения амплитуды солитона (рис. 1). При

$\alpha < 0$ солитон N-го порядка в сглаженном состоянии имеет $A_s < A_0$ и $\tau_s > \tau_0$, а при $\alpha > 0$ возникает противоположная ситуация. При этом, естественно, выполняется известное [4] условие формирования солитона N-го порядка из sech-образного импульса подходящей длительности, если $(A_0/a_0) \in (N - 1/2, N + 1/2)$. В то же время соотношения (5) предполагают скачок параметров солитона при переходе от N-го к $(N+1)$-му порядку, что может быть использовано в эксперименте как критерий перехода границы существования солитона данного порядка. Указанные скачки в зависимостях $\frac{\tau_s}{\tau_0}\left[\frac{A_0}{a_0}\right]$ и $\frac{A_s}{a_0}\left[\frac{A_0}{a_0}\right]$ начинают наблюдаться на длинах распространения порядка нескольких Z_{sp}. Наиболее наглядно этот эффект проявляется и, по-видимому, наиболее просто может быть экспериментально зарегистрирован при переходе от $N = 1$ к $N = 2$, тогда как идентификация границ существования солитонов более высоких порядков сопряжена с необходимостью экспериментального выявления стадии сглаженного состояния в процессе пространственной эволюции солитонного импульса.

В системах с потерями, характеризуемыми декрементом затухания γ, обычно выделяют случай адиабатического распространения солитонов, определяемый условием

$$\Gamma = (2/\pi) Z_{sp}\gamma \ll 1.$$

В этом случае учет влияния потерь на эволюцию фундаментальных солитонов может быть осуществлен по теории возмущений [5] и приводит к следующей координатной зависимости его параметров:

$$a_a = a_0 \exp(-2\gamma z), \qquad \tau_a = \tau_0 \exp(2\gamma z).$$

Тогда соотношения (2)–(5), допускающие перенормировку на величины a_a и τ_a, остаются без изменений, так что указанный критерий перехода границы существования солитонов различных порядков по-прежнему применим. При этом в формулах (3)–(5) достаточно заменить a_0 и τ_0 на a_a и τ_a.

Для экспериментальной идентификации границы между областями существования солитонов кубического уравнения Шредингера с $N = 1$ и $N = 2$ могут быть использованы пикосекундные оптические импульсы в волоконном световоде. Как показывают результаты численного моделирования [4], процесс формирования фундаментальных солитонов в идеальном световоде без потерь из спектрально-ограниченных импульсов с нееденичной амплитудой на начальном этапе распространения сопровождается осцилляциями длительности импульса в пределах 30% от исходного значения. В волокне с потерями формирование солитонов с sech-образной огибающей носит ускоренный и сглаженный характер [6,7], что дает возможность наблюдать этот процесс в световоде, длина которого не превышает нескольких Z_{sp}. При этом, как видно из рис. 1, переход от $N = 1$ к $N = 2$ сопровождается изменением длительности импульса в 4 раза, что позволяет рассчитывать на идентификацию перехода к солитону второго порядка на указанных длинах распространения.

Для эксперимента был использован одномодовый кварцевый световод с дисперсией $k'' = -2\,\text{пс}^2/\text{км}$ на рабочей длине волны $\lambda = 1.32\,\text{мкм}$. Величина $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 32\,\text{нм}$, где λ_0 — точка нулевой дисперсии второго порядка, удовлетворяла требованиям корректности экспериментов с оптическими солитонами вблизи точки λ_0 [8]. Источником солитонообразующих импульсов служил полупроводниковый лазер в режиме активной синхронизации мод внешнего волоконного резонатора [9], выходные сигналы которого на $\lambda = 1.32\,\text{мкм}$ близки к спектрально-ограниченным с произведением длительности на ширину спектра 0.45. Оценка временны́х параметров импульсов производилась интерференционным автокорреляционным методом [10], при котором точность измерений длительности импульсов ограничивалась наличием свойственной солитонам неединичной амплитуды частотной модуляции [11] и дисперсионных крыльев, проявляющихся как пьедестал при корреляционных измерениях, так что максимальная погрешность измерений временны́х параметров импульсов не превышала 20%.

При начальной длительности импульсов по уровню половинной интенсивности $t_0 = 3.1\,\text{пс}$ ($\tau_0 = 1.8\,\text{пс}$) в волокне с потерями 0.4 дБ/км выполнялось условие формирования [12] и адиабатического распространения солитонов, причем на всей длине распространения 5.1 км, равной $2Z_{sp}$, величина параметра Γ не превышала 0.3. Значение амплитуды фундаментального солитона $a_0 = (k''/\sigma)^{1/2}\tau_0^{-1}$ (где $\sigma = 2.7\,\text{Вт}^{-1}\cdot\text{км}^{-1}$ — нелинейный коэффициент Керра использованного световода), составило $0.5\,\text{Вт}^{-1/2}$. На рис. 2 представлена зависимость длительности импульса t_{out} на выходе световода от величины начальной оптической мощности импульса P. Цифрами отмечены характерные точки зависимости $t_{\text{out}}(P)$, для которых представлены осциллограммы автокорреляционных функций. Области $P < 300\,\text{мВт}$ соответствует практически линейный режим распространения импульсов, для которого расчетная величина $t_{\text{out}} = 10\,\text{пс}$ соответствует результатам эксперимента. При $P > 300\,\text{мВт}$ нелинейные эффекты оказывают

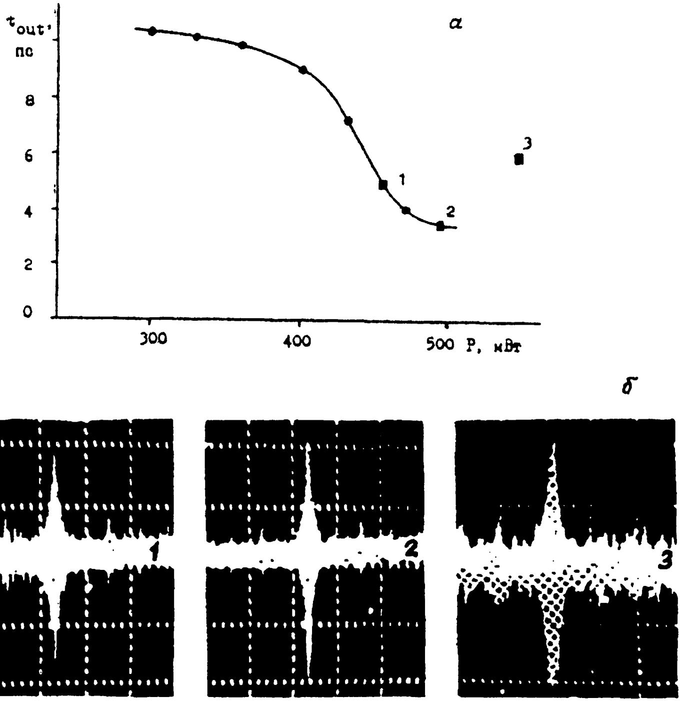

Рис. 2. Нелинейный режим распространения сверхкоротких оптических импульсов по одномодовому волоконному световоду: *а* — экспериментальная зависимость длительности импульса t_{out} на выходе световода длиной 5.1 км от начальной мощности импульса P при постоянном значении $\tau_0 = 1.8$ пс; *б* — последовательность осциллограмм автокорреляционных функций в точках, отмеченных ■.

существенное влияние на эволюцию импульсов, так что значение $t_{out} = 5$ пс (точка *1* на рис. 2) соответствует солитону первого порядка в световоде с указанными параметрами. В точке *2* с $P = 490$ мВт и $t_{out} = 3.5$ пс наблюдается максимальное самосжатие солитона с $N = 1$. Расчетная величина длительности в этой точке, согласно (5), с учетом потерь в световоде составила 2.5 пс. При дальнейшем увеличении мощности P длительность импульсов t_{out} на выходе световода превышает 3.5 пс и, например, в точке *3* составляет 6 пс при $P = 550$ мВт. Отмеченное увеличение длительности значительно больше, чем уровень возможных осцилляций, сопутствующих процессу формирования солитонов, и позволяет идентифицировать область между точками *2* и *3* как зону перехода к солитону второго порядка. Характер экспериментальных данных в зоне перехода границы обусловлен тем, что энергетические возможности полупроводникового источника [9], рассчитанного на формирование фундаментальных солитонов, не позволили достичь более высокого уровня интенсивности излучения в световоде.

Таким образом, на основе анализа свойств солитонных решений кубического уравнения Шредингера выявлен скачкообразный характер изменения длительности и амплитуды солитонов различных порядков по мере их выформировывания из импульса с sech-образной огибающей и монотонно меняющейся начальной амплитудой. Экспериментально зарегистрирована граница областей существования пикосекундных оптических солитонов с $N = 1$ и $N = 2$ в одномодовом кварцевом волоконном световоде.

Список литературы

[1] *Тахтаджян Л.А., Фаддеев Л.Д.* Гамильтонов подход в теории солитонов. М.: Наука, 1986. 528 с.

[2] *Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С.* Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988. 312 с.

[3] *Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П.* Теория солитонов: Метод обратной задачи. М.: Наука, 1980.

[4] *Satsuma J., Yadjima N.* // Prog. Theor. Phys. Suppl. 1974. V. 55. P. 284–306.

[5] *Lamb G.L. (Jr.).* Elements of soliton theory. N.Y.: John Wiley & Sons, 1980.

[6] *Iwatsuki K., Nishi S., Nakagawa K.* // IEEE Phot. Technol. Lett. 1990. V. 2. N 5. P. 355–357.

[7] *Iwatsuki K., Susuki K., Nishi S., Saruwatari M., Nakagawa K.* // IEEE Phot. Technol. Lett. 1990. V. 2. N 12. P. 905–907.

[8] *Wai P.K.A., Meyuk C.R., Lee Y.C., Chen H.H.* // Opt. Lett. 1986. V. 11. N 7. P. 464–466.

[9] *Князев И.А., Щербаков А.С., Ильин Ю.В., Рассудов Н.Л., Тарасов И.С.* // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. В. 3. С. 14–17.

[10] *Щербаков А.С.*// Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. В. 19. С. 34–38.

[11] *Kubota H., Nakazawa M.* // IEEE J. Quantum Electron. 1990. V. 26. N 4. P. 692–700.

[12] *Shcherbakov A.S., Andreeva E.I.* // Proc. SPIE. 1993. V. 2097. P. 289–300.

Санкт-Петербургский государственный технический университет

Поступило в Редакцию 17 апреля 1996 г.