

01;05

**МАСШТАБНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ  
ДИСКЛИНАЦИОННОЙ СТРУКТУРЫ  
МАТЕРИАЛОВ В ПРЕДЕЛЬНО  
ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ**

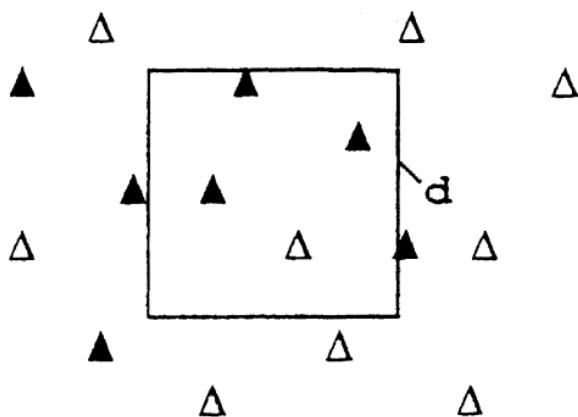
© *В.Л.Попов*

Процесс пластической деформации носит многостадийный характер [1]. По мере его развития в процессы пластической релаксации вовлекаются все более высокие структурные и масштабные уровни деформации [2]. Исчерпание способности к деформации на более низком масштабном уровне приводит к последовательному включению механизмов деформации более высоких уровней [3]. Разрушение материала происходит в результате исчерпания способности к пластическому формоизменению на всех масштабных уровнях вплоть до макроскопического [4]. При этом характерным признаком исчерпания диссипативных возможностей данного уровня является формирование выраженной дисклинационной структуры [3].

Рассмотрим дисклинационную структуру материала непосредственно в состоянии предразрушения. На рисунке схематически представлен ансамбль дисклинаций, возникших, к примеру, в результате формирования фрагментированной структуры [3] в поздних стадиях пластической деформации. Каждую дисклинуцию на рисунке можно на нижнем структурном уровне (уровне отдельных дислокаций) трактовать как "оборванную дислокационную стенку" [3]. Введем характерный масштаб усреднения  $d$  и определим суммарную величину дисклинационного заряда  $\theta$  в объеме  $d^3$  (т. е. суммарный угол поворота, осуществляемый всеми дисклинациями данного объема). Очевидно, что среднее значение  $\theta$  в неограниченной среде равно нулю, а средневквадратичное значение  $\bar{\theta} = \sqrt{\langle \theta^2 \rangle}$  (скобки  $\langle \rangle$  означают усреднение по пространству) отлично от нуля и является функцией масштабного фактора  $d$

$$\bar{\theta} = \theta(d), \quad (1)$$

зависящей от конкретных статистических свойств дисклинационного ансамбля. Зная функцию  $\bar{\theta}(d)$ , мы могли бы вы-



числить среднеквадратичное значение интенсивности тензора напряжений

$$\sigma(d) = \sqrt{\langle \sigma_{ij} \sigma_{ij} \rangle},$$

$$\sigma(d) \approx \mu \frac{\tilde{\theta}(d)}{2\pi}, \quad (2)$$

определенного на масштабном уровне  $d$ , где  $\mu$  — модуль сдвига. Покажем, что в состоянии, непосредственно предшествующем разрушению, эта величина, как правило, не зависит от масштабного фактора  $d$ .

Действительно, процесс разрушения, так же как и процесс пластической деформации, носит многоуровневый характер [5] и начинается с **нижних структурных уровней** путем накопления микротрещин. Введем критическое напряжение  $\sigma_{cr}$ , при превышении которого наступает разрушение участка, исчерпавшего свои пластические возможности. Тогда критерий разрушения на масштабном уровне  $d$  с учетом (2) запишется как

$$\mu \frac{\tilde{\theta}(d)}{2\pi} = \sigma_{cr}. \quad (3)$$

Как правило, к моменту макроскопического разрушения образца это условие оказывается выполненным на всех более низких масштабных уровнях, так что магистральная трещина не является монотрещиной, а представляет собой сложное образование, возникшее при слиянии множества более мелких трещин (мезо- и микротрещин) [3]. Согласно (3), это означает, что в состоянии, непосредственно

предшествующем разрушению, среднеквадратичное значение дисклинационного заряда

$$\tilde{\theta}(d) = \frac{2\pi\sigma_{cr}}{\mu} \quad (4)$$

одинаково на всех уровнях усреднения. Другими словами, среднеквадратичное значение дисклинационного заряда, усредненного по объемам  $d^3$ , не изменяется при изменении  $d$  от микроскопического (субмикронного) до макроскопического уровней. Таким образом, в состоянии предразрушения имеет место масштабная инвариантность дисклинационной структуры. Отметим, что формирование дисклинационной структуры макромасштаба на этапе, предшествующем разрушению, подтверждается экспериментом [6].

Покажем, что в состоянии предразрушения в материале оказывается сконцентрирована большая плотность упругой энергии, величина которой непосредственно связана с количеством характерных для данного материала структурных уровней деформации. Действительно, напряжение  $\sigma_{ij}\mathbf{r}$  в материале может быть представлено как

$$\sigma_{ij}\mathbf{r} = \sum_n \sigma_{ij}^{(n)}(\mathbf{r}), \quad (5)$$

где  $\sigma_{ij}^{(n)}(\mathbf{r})$  — составляющая напряжения, осциллирующая на расстояниях, определяемых  $n$ -м структурным уровнем, причем

$$\langle \sigma_{ij}^{(n)}(\mathbf{r}) \rangle = 0 \quad (6)$$

для всех  $n$ , за исключением  $n = 1$  (микроуровень). Для плотности упругой энергии получаем оценку

$$E = \frac{1}{2\mu} \langle \sigma_{ij}(\mathbf{r})\sigma_{ij}(\mathbf{r}) \rangle, \quad (7)$$

где усреднение производится по всему объему тела. Имеем

$$\langle \sigma_{ij}(\mathbf{r})\sigma_{ij}(\mathbf{r}) \rangle = \sum_{n,m} \sigma_{ij}^{(n)}(\mathbf{r})\sigma_{ij}^{(m)}(\mathbf{r}). \quad (8)$$

Для всех  $n \neq m$  ввиду (6)  $\langle \sigma_{ij}^{(n)}(\mathbf{r})\sigma_{ij}^{(m)}(\mathbf{r}) \rangle \equiv 0$  и, таким образом,

$$E = \frac{1}{2\mu} \sum_n \left( \sigma_{ij}^{(n)} \right)^2. \quad (9)$$

Учитывая (3), найдем

$$E = \frac{1}{2\mu} \sum_n \sigma_{cr}^2 = N \frac{\sigma_{cr}^2}{2\mu}, \quad (10)$$

где  $N$  — число структурных уровней, реализуемых в данном материале. Мы нашли, что упругая энергия, накопленная в материале к моменту разрушения, пропорциональна числу структурных уровней деформации и, следовательно, можно многократно превосходить величину оценок, полученных на основании измеренных микронапряжений. Это обстоятельство, по-видимому, может существенно влиять на применимость гриффитовского критерия разрушения.

Вывод о масштабной инвариантности дисклинационной структуры имеет принципиальное значение для разработки методов неразрушающего контроля материалов. Он означает, что наблюдение за материалом на мезоуровне (например, с помощью оптико-телевизионных методов [6]) позволяет делать предсказания о процессах разрушения, уже прошедших на микроуровне, и приближении момента разрушения на более высоком масштабном уровне.

В заключение отметим, что масштабная инвариантность дисклинационной структуры должна проявляться и во фрактальном характере поверхности разрушения, что действительно подтверждается экспериментальными фактами [6].

#### Список литературы

- [1] Конева Н.А., Козлов Э.В. // Изв. вузов. Физика. 1990. Т. 33. № 2. С. 89–106.
- [2] Панин В.Е., Лихачев В.А., Гриняев Ю.В. Структурные уровни деформации твердых тел. Новосибирск: Наука, 1985. 229 с.
- [3] Рыбин В.В. Большие пластические деформации и разрушение металлов. М.: Металлургия, 1986. 224 с.
- [4] Панин В.Е. Изв. вузов. Физика. 1995. Т. 38. В. 11. С. 6–25.
- [5] Лихачев В.А., Малинин В.Г. // Изв. вузов. Физика. 1990. Т. 33. № 2. С. 121–139.
- [6] Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов: В 2 т. Новосибирск: Наука, 1995. Т. 1. 298 с.

Институт физики прочности  
и материаловедения СО РАН  
Томск

Поступило в Редакцию  
4 апреля 1996 г.