Письма в ЖТФ, том 22, вып. 14 26 июля 1996 г.

01;03;08

ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПЛАЗМЕННОГО КАНАЛА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА В ВОДЕ НА ВРЕМЯ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

© *В.А.Поздеев*

Одним из основных методов диагностики давления плазмы канала высоковольтного электрического разряда в воде является расчет, выполненный на основе гидродинамической теории по экспериментально полученным кинематическим характеристикам канала. Однако начальная стадия расширения плазменного образования характеризуется малой точностью определения (измерения), а следовательно, некоторой неопределенностью. таких кинематических параметров, как начальный радиус и начальная скорость расширения канала, скорость притока массы вещества в канал. С одной стороны, начальные условия задачи определяют величину давления в канале, а с другой стороны, по истечении некоторого времени рассматриваемая динамическая система канал–жидкость "забывает" влияние начальных условий и ее динамика определяется только временным законом ввода энергии в канал [1–3]. В связи с изложенным выше возникает необходимость в априорной оценке времени, по истечении которого расчетную величину давления в канале можно было бы считать достоверной. До настоящего времени не получено аналитических оценок для времени переходного процесса такой динамической системы. Настоящая работа посвящена получению аналитического выражения для времени переходного процесса системы плазменный канал–жидкость по давлению в канале в зависимости от начальных значений кинематических характеристик канала и его геометрической формы (цилиндр, сфера).

Отвлекаясь от физических процессов, происходящих внутри плазменного канала, рассмотрим начальную стадию внешней гедиродинамической задачи расширения полости в акустической среде по закону

$$R(t) = R_0 + v_0 t, \tag{1}$$

где v_0 — скорость движения видимой границы канала, R_0 — начальный радиус полости, t — время. Скорость жидкости на контактной границе v_1 вследствие притока вещества внутрь полости не равна скорости движения самой границы канала, т. е. $v_0 \geqslant v_1$. Полагаем, что вызванное движение жидкости описывается системой уравнений

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r}\frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0; \tag{2}$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial r}; \qquad p = \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t}; \tag{3}$$

$$\phi|_{t=0} = \frac{\partial \phi}{\partial t}|_{t=0} = 0, \tag{4}$$

где ϕ — потенциал скоростей движения жидкости; r — радиальная координата; ρ_0, c_0 — невозмущенные значения плотности и скорости звука среды; $\nu = 1,2$ соответственно для цилиндрических и сферических волн. Кинематическое граничное условие, отнесенное к подвижной и частично проницаемой границе, вследствие притока вещества внутрь канала запишем в виде

$$\frac{\partial \phi}{\partial r}|_{r=R(t)} = v_0. \tag{5}$$

Решение поставленной задачи (1)–(5) для уходящих волн и нулевых начальных условий ищем в виде

$$\phi(r,t) = r^{-\nu/2} \cdot f(t^0), \tag{6}$$

где t^0 — волновой аргумент ($t^0 = t - (r - R_0)/c_0$). Заметим, что решение волнового уравнения в виде (6) для случая $\nu = 1$ является приближенным. Удовлетворяя решение (6) граничному условию (5), в соответствии с методом нелинейного преобразования времени [4,5] получаем следующее представление для волнового поля давления:

$$\bar{p}(r,t) = \frac{M_1 M_0 (1 + 2/\nu)}{1 + 2M_0/\nu} \left(\frac{R_0}{r}\right)^{\nu/2} \times$$
$$\times \left[\psi^{\nu/2} + \frac{1 - M_0}{(1 + 2/\nu) M_0} \psi^{-(1 - \frac{(1-M_0)\nu}{2M_0})}\right], \tag{7}$$

где $\psi = 1 + \frac{v_0 t^0}{R_0 (t - M_0)}$; $M_0 = v_0/c_0$; $M_1 = v_1/c_0$; $\bar{p} = p/(\rho_0 c_0^2)$. Принимая в выражении (7) $r = R_0 + v_0 t$, получаем представление для давления жидкости на контактной границе полости и жидкости

$$\bar{p}_{\text{п}}(t) = \frac{(1 + 2/\nu) M_1 M_0}{1 + 2M_0/\nu} \left[1 + \frac{1 - M_0}{(1 + 2/\nu) M_0} \left(1 + \frac{v_0 t}{R_0}\right)^{-(1 + \frac{\nu}{2M_0})}\right]. \tag{8}$$

В случае нулевого значения начального радиуса $R_0 = 0$ выражения (7), (8) принимают вид

$$\bar{p}(r,t) = \frac{(1+2/\nu)M_1 M_0}{1+2M_0/\nu}\left[\frac{v_0 t^0}{(1-M_0)r}\right]^{\nu/2}; \tag{9}$$

$$\bar{p}_n(t) = \frac{(1+2/\nu)M_1 M_0}{1+2M_0/\nu}. \tag{10}$$

Отметим, что при расширении непроницаемой полости $M_0 = M_1$ в сферическом случае решение (7), (8) переходит в полученное ранее [4–6], а еще и при $R_0 = 0$ решение (9), (10) переходит в известное решение [7]. В свою очередь результаты расчета, выполненного по приближенной формуле (10), в случае расширения непроницаемой цилиндрической полости практически полностью совпадают с результатами счета по точной формуле, приведенной в [5]:

$$\bar{p}_n = \frac{M_0^2}{\sqrt{1-M_0^2}}\ln\left|\frac{1+\sqrt{1-M_0^2}}{M_0}\right|,$$

что свидетельствует о корректности приближения (6) для $\nu = 1$. Приведем асимптотические значения давления на границе контакта (8) для малых и больших значений времени:

$$\bar{p}_n = M_1 \qquad \text{при } t = 0, \tag{11}$$

$$\bar{p}_n = \frac{(1+2/\nu)M_0 M_1}{1+2M_0/\nu} \qquad \text{при } t \to \infty. \tag{12}$$

Сравнивая выражения (10) и (12), отметим, что решение для ненулевого значения начального радиуса (8) при $t \to \infty$ переходит в решение для нулевого радиуса (10).

Для определения времени переходного процесса воспользуемся подходом, общепринятым в теории автоматического регулирования систем:

$$\frac{\bar{p}_n(0) - \bar{p}_n(\infty)}{\bar{p}_n(T) - \bar{p}_n(\infty)} = e, \tag{13}$$

где $\bar{p}_n(0)$ — давление на границе при $t = 0$; $\bar{p}_n(\infty)$ — давление при $t \to \infty$; $\bar{p}_n(T)$ — давление при $t = T$, где T — время переходного процесса; $e = 2.7183$. Подставляя в (13) соответствующие значения функции давления (8), (11), (12), после ряда несложных преобразований найдем аналитическое выражение для времени переходного процесса:

$$T = \frac{R_0}{c_0 M_0} \left(e^{\frac{2M_0/\nu}{1+2M_0/\nu}} - 1 \right). \tag{14}$$

Анализ полученного выражения (14) позволяет сделать выводы:

— время переходного процесса динамической системы канал–жидкость не зависит от степени проницаемости границы канала, а полностью определяется величиной начального радиуса канала и скоростью его расширения (движения границы);

— для цилиндрического канала время переходного процесса больше, чем для сферы, и при малых значениях скорости расширения канала отношение времен достигает двух;

— по истечении времени, равного времени переходного процесса, T величину расчетного давления в канале можно считать достоверной.

Список литературы

[1] *Наугольных Е.А., Рой Н.А.* Электрические разряды в воде. М.: Наука, 1971. 151 с.

[2] *Кривицкий Е.В.,Шамко В.В.* Переходные процессы при высоковольтном рзряде в воде. Киев: Наук. думка, 1979. 208 с.

[3] *Кривицкий Е.В.* Динамика электровзрыва в жидкости. Киев: Наук. думка, 1986. 208 с.

[4] *Поздеев В.А.* // ПММ. 1991. В. 6. С. 1055–1058.

[5] *Поздеев В.А.* Нестационарные волновые поля в областях с подвижными границами. Киев: Наук. думка, 1992. 244 с.

[6] *Поздеев В.А.* // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. В. 3. С. 92–95.

[7] *Taylor G.I.* // Proc. Poy. oc. A. 1946. V. 186. P. 273–292.

Институт импульсных процессов
и технологий НАН Украины
Николаев

Поступило в Редакцию
14 мая 1996 г.