Письма в ЖТФ, том 22, вып. 14 26 июля 1996 г.

01;09

ХАОС В ГЕНЕРАТОРЕ С ИНЕРЦИОННОСТЬЮ, СТИМУЛИРОВАННЫЙ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ КОЛЕБАТЕЛЬНЫМ КОНТУРОМ

© *Э.В.Кальянов*

К генераторам с инерционностью в последнее время проявляется значительный интерес в связи с тем, что они являются достаточно простыми системами с хаотической динамикой [1,2]. Даже уравнения Лореца [3], при численном решении которых впервые показана возможность существования хаотических аттракторов, сводятся к уравнениям генератора с инерционностью [1]. Как выяснено [4], к уравнениям генераторов с инерционностью можно преобразовать также известные уравнения Ресслера [5], для которых возможность хаотизации колебаний рассмотрена недавно аналитически [6].

Помимо исследования сложных движений в различных автономных генераторах с инерционностью изучались неавтономные колебания в них [1,2] и колебания в связанных инерционных автоколебательных системах [1,2,7]. Представляет интерес стимулирование хаотизации колебаний в генераторе с инерционностью дополнительным колебательным контуром. Такие исследования неизвестны, хотя хаотические колебания в двухконтурных генераторах с 2.5 степенями свободы рассматривались [8,9].

В настоящей работе численными методами показана возможность хаотизации колебаний в одной из простых моделей автоколебательных систем с инерционной нелинейностью путем введения резистивной связи с дополнительным колебательным контуром.

Уравнения рассматриваемого двухконтурного генератора с инерционной нелинейностью в переменных x, y, z, u имеют вид

$$
\begin{gathered}
\dot{x} = y, \\
\dot{y} = \varepsilon(1-z)y - \omega_1^2 x + \omega_1^2 d_1 u, \\
r\dot{z} = x^2 - z, \qquad (1) \\
\ddot{u} + 2\delta\dot{u} + \omega_2^2 u = \omega_2^2 d_2 x,
\end{gathered}
$$

где ε — параметр превышения над порогом генерации; ω_1 — собственная частота основного колебательного контура; r — параметр инерционности; $\delta = (\omega_2/2Q)$ — параметр потерь дополнительного контура, имеющего добротность Q и резонансную частоту ω_2; d_1, d_2 — параметры связи. Точкой обозначено дифференцирование переменных колебательного процесса по времени t.

В случае $r = 0$ (при $d_1 \neq 0$, $d_2 \neq 0$) рассматриваемая система уравнений (1) сводится к известным соотношниям, полученным в [10] для обычного генератора, стабилизированного резистивно связанным дополнительным резонансным контуром. При отсутствии дополнительного колебательного контура ($d_1 \equiv d_2 \equiv 0$) уравнения (1) при $r = 0$ преобразуются к системе уравнений, приведенной в [11], которые можно рассматривать как обобщение "двумерного" уравнения Ван дер Поля на случай трехмерного пространства. При этом фазовые траектории располагаются на параболической поверхности $z = x^2$ и при $\varepsilon \ll r \ll 1$, как отмечается в [11], "проекция пространственного предельного цикла на плоскость x, y будет приближенно совпадать с предельным циклом системы при $r = 0$". Если не только $d_1 = d_2 = 0$, но и $r = 0$, то соотношения (1) упрощаются до классического автономного уравнения Ван дер Поля.

Численные исследования автоколебательной системы, описываемой уравнениями (1), показали, что хаотизация колебаний возможна при определенных значениях параметров связи, изменяющихся в зависимости от величин параметров дополнительного колебательного контура. Так, при $\varepsilon = 2.5$, $r = 1.2$, $\omega_1 = 1$, $Q = 10$, $\omega_2 = 2$ хаотизация колебаний возникает, когда параметр связи d (при $d_1 = d$, $d_2 = 0.25d$) при его увеличении от 0 до 1 превышает значение $d = 0.56$. При обратном изменении параметра связи (от 1 до 0) проявляется гистерезис и переход сложных колебаний в простые (однотактные) происходит при несколько меньшей величине параметра связи (при $d = 0.45$).

На рис. 1 приведен аттрактор колебаний при значении параметра связи, равном $d = 0.9$, соответствующем хаотическим автоколебаниям. Показано стереоскопическое изображение аттрактора в трехмерном пространстве x, y, z, полученное в интервале времени $t \in (200, 300)$. Как можно видеть, движение определяется сложной незамкнутой траекторией вблизи параболической поверхности $z = x^2$.

На рис. 2 показан Фурье-спектр S, соответствующий приведенному на рис. 1 аттрактору. Спектр в соответствии с хаотическим режимом является сплошным. При этом, однако, имеется четко выраженный пик на резонансной частоте дополнительного колебательного контура.

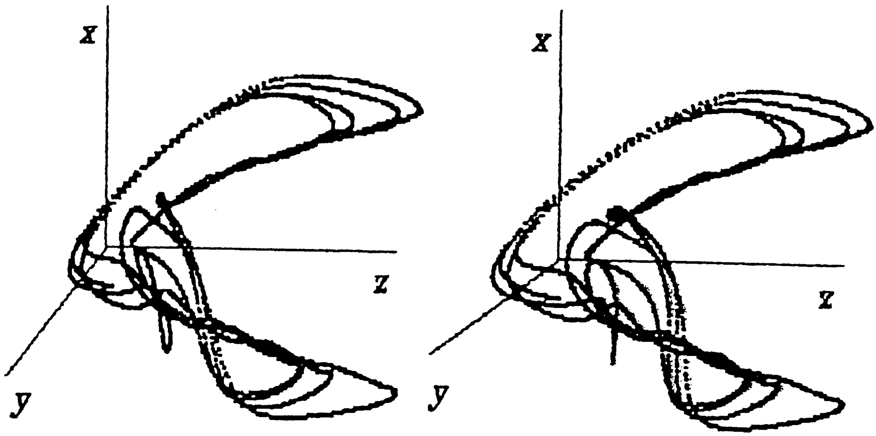

Рис. 1. Стереоскопическое изображение аттрактора (можно рассматривать способом, описанным в [5] применительно к аттракторам Лоренца иРесслера).

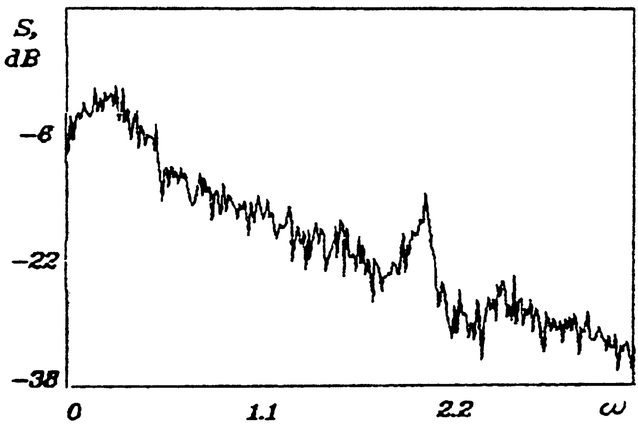

Рис. 2. Фурье-спектр S в интервале частот $\omega \in (0,\ 3.3)$.

Процесс хаотизации аналогичен наблюдавшемуся при воздействии на генератор внешнего гармонического сигнала [1,2,9]. Однако в рассматриваемом случае, вследствие возбуждения колебаний, стимулирующих хаос, в пассивном колебательном контуре и взаимного влияния (конкуренции) колебаний, пик на частоте дополнительного контура является менее выраженным, чем в случаях внешнего воздействия.

Величина используемой добротности ($Q = 1$) является оптимальной с позиций хаотизации при выбранных значениях остальных параметров. При меньших добротностях ($Q < 4$) хаотизация колебаний при $d = 0.9$ не возникает вследствие слабого возбуждения колебаний на частоте дополнительного контура, а при большей ее величине ($Q > 16$) сигнал велик и возникают регулярные колебания на частоте дополнительного колебательного контура. Таким образом, область сложных движений при изменении связи отображает конкуренцию колебаний, возбуждающихся благодаря основному и дополнительному контурам или, иными словами, их асинхронное взаимодействие. При увеличении добротности величина параметра связи, соответствующая наибольшему хаотическому разбросу максимальных значений колебательного процесса $x(t)$, снижается. При $Q = 20$ она равна $d = 0.7$, а при $Q = 40$ и $Q = 100$ эта величина параметра связи равна $d = 0.6$ и $d = 0.45$ соответственно. При этом интервал значений d, в пределах которого наблюдается усложнение колебаний, сужается. При $Q = 20$, например, этот интервал равен $d \in (0.44, 0.82)$, а при $Q = 100$ — $d \in (0.30, 0.54)$.

Рассмотренное явление стимулирования хаотизации автоколебаний осуществляется достаточно просто и возможно, по-видимому, также в других автоколебательных системах (в том числе и без инерционной нелинейности), в которых хаотизация автоколебаний обеспечивается более сложным путем: при внешнем воздействии [9] или при взаимодействии двух генераторов [12].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 95-02-043000).

Список литературы

[1] *Неймарк Ю.И., Ланда П.С.* Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987. 424 с.
[2] *Анищенко В.С.* Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990. 312 с.
[3] *Lorenz E.N.* // J. Atmos. Sci. 1963. V. 20. N 2. P. 130–141.
[4] *Кальянов Э.В.* // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. В. 7. С. 60–64.
[5] *Хакен Г.* Синергетика: иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир, 1985. 422 с.
[6] *Шахвердиев Э.М.* // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. В. 1. С. 48–51.
[7] *Кальянов Э.В., Лебедев М.Н.* // Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30. № 8. С. 1570–1576.
[8] *Дмитриев А.С., Панас А.И.* // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. В. 12. С. 713–718.
[9] *Дмитриев А.С., Кислов В.Я.* Стохастические колебания в радиофизике и электронике. М.: Наука, 1989. 280 с.

[10] *Мигулин В.В.* и др. Основы теории колебаний. М.: Наука, 1988. 392 с.
[11] *Романовский Ю.М., Степанова Н.В., Чернавский Д.С.* М.: Наука, 1984. 304 с.
[12] *Железовский Е.Е., Афанасьева В.В., Лазерсон А.Г.* // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. В. 24. С. 12–18.

Поступило в Редакцию
29 апреля 1996 г.