01;03

О ТЕРМОФОРЕЗЕ ТВЕРДОЙ УМЕРЕННО КРУПНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ С КОЭФФИЦИЕНТОМ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ, ЗАВИСЯЩИМ ОТ РАДИАЛЬНОЙ КООРДИНАТЫ

© *Е.Р.Щукин, Ю.И.Яламов, З.Л.Шулиманова, Т.М.Еремчук*

В газах с неоднородным распределением температуры на частицы действует термофоретическая сила [1–3], вызывающая упорядоченное движение частиц. Термофоретическое движение частиц происходит в каналах тепло- и массообменников [4,5], зонах просветления облаков и туманов [6], в окрестности вымывающих частицы капель [7], фильтрах, предназначенных для тонкой очистки газов [6].

В состав природных и производственных аэродисперсных систем входят частицы как однородные, так и неоднородные по своим теплофизическим свойствам [8–11]. Неоднородные по теплофизическим свойствам частицы содержатся, например, в конденсационных аэрозолях металлургических заводов [10] и химических комбинатов [11], выбросах промышленных предприятий [8,9]. Поэтому как теоретический, так и практический интерес представляет вывод формул, позволяющих оценивать термофоретическое движение частиц с учетом зависимости коэффициента теплопроводности от пространственных координат точек частиц. Выведенные в настоящей работе формулы позволяют находить величину термофоретической силы и скорости умеренно крупных сферических частиц при коэффициенте теплопроводности, зависящем от радиальной координаты.

При выводе формул для силы и скорости термофореза предполагалось, что в поле градиента температуры находится сферическая частица с радиусом R, коэффициент теплопроводности которой ε и его производная по радиальной координате являются непрерывными функциями. Движение частицы происходит при числах Рейнольдса и Пекле, много меньших единицы. При рассмотренных условиях распределения в системе частица — газообразная среда массовой скорости $\mathbf{v}$ давления p и температур газа T_e и частицы T описываются следующей системой уравнений [1–3]:

$$\operatorname{div}\mathbf{v} = 0, \qquad \operatorname{grad}p = \mu\Delta\mathbf{v}, \qquad \Delta T_e = 0, \operatorname{div}(\varepsilon\nabla T) = 0. \quad (1)$$

Решение системы (1) проводилось в сферической системе координат, начало которой совпадает с центром частицы. При этом предполагалось, что направление оси OZ совпадает с направлением градиента температуры и скорости газа на бесконечности [1–3]. В сферической системе координат граничные условия, при которых решалась система (1) имеют следующий вид [2,3]:

$$v_r|_{r=R} = C_v Kn \frac{\nu_e}{RT_{e\infty}} \left[\frac{\partial^2 T_e}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg}\theta \frac{\partial T_e}{\partial \theta}\right]_{r=R}, \tag{2}$$

$$\begin{gathered} v_\theta|_{r=R} = C_m Kn R \left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v_\theta}{r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \theta}\right] + \\ + K_{TS}^{(0)}(1 + Kn\beta'_R)\frac{\nu_e}{RT_{e\infty}}\frac{\partial T_e}{\partial \theta} + K_{TS}^{(0)} Kn \beta_R \frac{\nu_e}{RT_{e\infty}}\frac{\partial^2 T_e}{\partial r \partial \theta} - \\ - K_{TS}^{(0)}\beta_B Kn \frac{\nu_e}{2T_{e\infty}} R \left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r^2}\frac{\partial T_e}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial^2 T_e}{\partial r \partial \theta}\right]_{r=R}, \end{gathered} \tag{3}$$

$$\begin{gathered} T_e - T|_{r=R} = K_T^{(T)} Kn R \frac{\partial T_e}{\partial r}|_{r=R}, \\ \left. -\varkappa \frac{\partial T_e}{\partial r} + \varepsilon \frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R} = \left. -C_q \varkappa Kn \frac{1}{r}\left(\frac{\partial^2 T_e}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg}\theta \frac{\partial T_e}{\partial \theta}\right)\right|_{r=R}, \end{gathered} \tag{4}$$

$$\begin{gathered} v_r|_{r\to\infty} = v_\infty \cos\theta, v_{\theta|_{r\to\infty}} = -v_\infty \sin\theta, \\ T_e|_{r\to\infty} = T_{e\infty} + r|\nabla T_{e\infty}|\cos\theta, \end{gathered} \tag{5}$$

где r — радиальная координата; v_r, v_θ — компоненты скорости газа в сферической системе координат; $\nu_e = \mu/\rho_e$ — коэффициент кинематической вязкости; $Kn = \lambda/R$ — число Кнудсена [2,3]. Граничные условия на поверхности частицы (2)–(5) записаны с учетом всех эффектов, линейных по числу Кнудсена [2,3]. В (2)–(5) $K_{TS}^{(0)}$, C_m — коэффициенты теплопроводности и изотермического скольжения, β'_R, β_R, β_B — поправки на кривизну и барнеттовское скольжение; C_q, C_v — газокинетические коэффициенты потоков тепла и среднемассового переноса, растекающихся в слое Кнудсена; $K_T^{(T)}$ — коэффициент скачка температуры [2,3].

В ходе решения граничной задачи (1)–(5) были получены выражения для распределений v и p. После этого в результате интегрирования по поверхности частицы нормальной и касательной составляющей тензора напряжений [1–3] было получено следующее выражение для действующей на частицу полной силы $\mathbf{F}_p$, которая складывается из силы вязкого сопротивления $\mathbf{F}_\mu$ и термофоретической силы $\mathbf{F}_T$:

$$\mathbf{F}_p = \mathbf{F}_\mu + \mathbf{F}_T, \mathbf{F}_\mu = -6\pi R\mu f_\mu \mathbf{u}_p, \mathbf{F}_T = -6\pi R\mu f_\mu f_T \frac{\nu_e}{T_{e\infty}} \nabla T_{e\infty}, \tag{6}$$

где $\mathbf{u}_p$ — скорость движения частицы относительно газа; $c_v^* = c_v / K_{TS}^{(0)}$, $y = r/R$;

$$f_\mu = \frac{(1 + 2C_m Kn)}{(1 + 3C_m Kn)},$$

$$f_T = 2K_{TS}^{(0)} \Biggl\{ [1 + Kn(\beta'_R + \beta_B) - (1 + 6C_m Kn) C_v^* Kn] \times$$

$$\times \left(\varkappa\varphi^{(S)} + K_T^{(T)} Kn \varepsilon^{(S)} \frac{d\varphi^S}{dy} \right) +$$

$$+ Kn(\beta_R - \beta_B) \left(\varepsilon^{(S)} \frac{d\varphi^{(S)}}{dy} - 2C_q Kn \varkappa\varphi^{(S)} \right) \Biggr\} \frac{1}{(1 + 2C_m Kn) d_e};$$

$$d = 2(1 - C_q Kn)\varkappa\varphi^{(S)} + (1 + 2K_T^{(T)} Kn)\varepsilon^{(S)} \frac{d\varphi^{(S)}}{dy}. \tag{7}$$

В выражениях (7) $\varepsilon^{(S)} = \varepsilon|_{y=1}$, $\varphi^{(S)} = \varphi|_{y=1}$, $\frac{d\varphi^S}{dy} = \frac{d\varphi}{dy|_{y=1}}$. Функция φ — не расходящееся при $y = 0$ безразмерное частное решение уравнения

$$\varepsilon y^2 \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d}{dy}\left(\varepsilon y^2\right) \frac{d\varphi}{dy} - 2\varepsilon\varphi = 0. \tag{8}$$

В общем случае зависимость функций φ от y может быть найдена в ходе численного решения (8). Если φ является при $y \geqslant 1$ аналитической функцией, т. е.

$$\varepsilon = \varepsilon^{(0)} \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_m y^m, \quad \alpha_0 = 1, \tag{9}$$

то при этом выражение для φ представляется в виде следующего степенного ряда:

$$\varphi = y \sum_{h=0}^{\infty} \beta_n y^n; \quad \beta_n = -\frac{1}{n(n+3)} \times$$

$$\times \sum_{m=1}^{n} [(n-m)(n+3) + m]\, \alpha_m \beta_{n-m}, \quad \beta_0 = 1. \tag{10}$$

В частном случае $\varepsilon = \text{const}$, функция $\varphi = y$. При $\varepsilon = \varepsilon^{(0)} \exp(\alpha y)$ функция

$$\varphi = 3\left\{\frac{1}{\alpha} - \frac{2}{y\alpha^2} + \frac{2}{y^2\alpha^3}\left[1 - \exp(-\alpha y)\right]\right\}. \qquad (11)$$

После приравнивания полной силы $\mathbf{F}_p$ (6), нулю, приходим к следующей формуле для скорости термофореза:

$$\mathbf{u}_T = -f_T \frac{\nu_e}{T_{e\infty}} \nabla T_{e\infty}. \qquad (12)$$

Список литературы

[1] *Щукин Е.Р.* // ЖТФ. 1980. Т. 50. В. 6. С. 1332–1335.

[2] *Поддоскин А.В., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.* // ЖТФ. 1982. Т. 52. В. 11. С. 2253–2261.

[3] *Маясов Е.Г., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.* // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. В. 6. С. 498–502.

[4] *Moo-Young M., Yamaguchi K.* // J. Chem. Eng. Sci. 1975. V. 30. N 6. P. 1291–1295.

[5] *Schukin E.R., Shulimanova Z.L., Zagainov V.A.* // J. Aerosol Sci. 1990. V. 21. N 2. P. 189–201.

[6] *Зуев Е.В., Землянов А.А., Копытин Ю.Д.* Мощное лазерное излучение в атмосферном аэрозоле. Новосибирск, 1984. 223 с.

[7] *Wang P.K., Pruppucher E.R.* // J. Atm. Sci. 1977. V. 34. N 10. P. 1664–1669.

[8] *Фукс Н.А.* Механика аэрозолей. М., 1955. 352 с.

[9] *Грин Х., Лейн В.* Аэрозоли — пыли, дымы и туманы. Л., 1969. 428 с.

[10] *Яворский И.А., Теребенин А.Н., Быков А.П.* Улавливание аэрозолей в оловянной промышленности. Новосибирск, 1974. 86 с.

[11] *Амелин А.Г.* Теоретические основы образования тумана при конденсации пара. М., 1986. 294 с.

Поступило в Редакцию
29 апреля 1996 г.