01;03;12

О ФОТОФОРЕЗЕ ТВЕРДОЙ УМЕРЕННО КРУПНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ С КОЭФФИЦИЕНТОМ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ, ЗАВИСЯЩИМ ОТ РАДИАЛЬНОЙ КООРДИНАТЫ

© *З.Л.Шулиманова, Е.Р.Щукин, Т.М.Еремчук*

Фотофоретическое движение частицы возникает при ее неоднородном нагреве внутренними источниками тепла электромагнитной природы [1–3]. Оно обусловлено взаимодействием молекул газа с поверхностью частицы. Фотофоретическое движение частиц происходит в зонах просветления аэродисперсных систем лазерным излучением [4], лучах мощных ламп, фотопреципитаторах [1–3].

В состав встречающихся на практике аэродисперсных систем наряду с однородными входят и неоднородные по своим теплофизическим свойствам частицы. Неоднородные по теплофизическим свойствам частицы содержатся в выбросах промышленных предприятий и транспорта [5,6], образуются в результате протекания природных процессов, например вулканической деятельности [6]. В связи с этим как научный, так и практический интерес представляет вывод формул, позволяющих оценивать фотофоретическое движение частиц с учетом зависимости коэффициента теплопроводности от координат точек частиц. Выведенные в настоящей работе формулы позволяют находить величину фотофоретической силы и скорости умеренно крупных частиц при коэффициенте теплопроводности, зависящей от радиальной координаты r. К умеренно крупным относятся частицы с числом Кнудсена, находящимся в интервале: $0.01 \leqslant \mathrm{Kn} \leqslant 0.3$ [1–3].

При выводе формул для силы и скорости фотофореза предполагалось, что движение частиц происходит при числе Рейнольдса, много меньшем единицы, и малых перепадах температуры в ее окрестности. Коэффициент теплопроводности частицы ε и его производная по радиальной координате являются непрерывными функциями. При рассматриваемых условиях распределения в системе частица–газообразная среда массовой скорости $\mathbf{v}$, давления p и температур газа T_e и частицы T описываются следующей системой уравнений [1,2]:

$$\operatorname{div}\mathbf{v} = 0, \quad \operatorname{grad} p = \mu\Delta\mathbf{v}, \quad \Delta T_e = 0, \quad \operatorname{div}(\varepsilon\nabla T) = -q, \qquad (1)$$

в которой μ — динамическая вязкость; q — плотность тепловых источников; Δ — оператор Лапласа.

Вывод формул проводился в сферической системе координат с началом в центре частиц. При этом предполагалось, что плотность тепловых источников зависит от радиальной координаты r и угла θ. Система (1) решалась с учетом граничных условий [7,8]:

$$v_r\Big|_{r=R} = C_v \mathrm{Kn} \frac{\nu_e}{RT_{e\infty}} \left[\frac{\partial^2 T_e}{\partial\theta^2} + \operatorname{ctg}\theta \frac{\partial T_e}{\partial\theta}\right]\Bigg|_{r=R}, \qquad (2)$$

$$v_\theta\Big|_{r=R} = C_m \mathrm{Kn} R \left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v_\theta}{r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial \nu_r}{\partial\theta}\right] +$$

$$+ K_{TS}^{(0)}(1+\mathrm{Kn}\beta'_R)\frac{\nu_e}{RT_{e\infty}}\frac{\partial T_e}{\partial\theta} + K_{TS}^{(0)}\mathrm{Kn}\beta_R\frac{\nu_e}{T_{e\infty}}\frac{\partial^2 T_e}{\partial r\partial\theta} -$$

$$- K_{TS}^{(0)}\beta_B \mathrm{Kn}\frac{\nu_e}{2T_{e\infty}} R\left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r^2}\frac{\partial T_e}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial^2 T_e}{\partial r\partial\theta}\right]\Bigg|_{r=R}, \qquad (3)$$

$$T_e - T\Big|_{r=R} = K_T^{(T)}\mathrm{Kn} R\frac{\partial T_e}{\partial r}\Big|_{r=R},$$

$$-\kappa\frac{\partial T_e}{\partial r} + \varepsilon\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=R} = -C_q\kappa\mathrm{Kn}\frac{1}{r}\left(\frac{\partial^2 T_e}{\partial\theta^2} + \operatorname{ctg}\theta\frac{\partial T_e}{\partial\theta}\right)\Bigg|_{r=R}, \qquad (4)$$

$$v_r\Big|_{r\to\infty} = v_\infty\cos\theta,\; v_\theta\Big|_{r\to\infty} = -v_\infty\sin\theta,\; p\Big|_{r\to\infty} = p_\infty,\; T_e\Big|_{r\to\infty} = T_{e\infty}, \qquad (5)$$

где r — радиальная координата; v_r, v_θ — компоненты скорости газа в сферической системе координат; $\nu_e = \mu/p_e$ — коэффициент кинематической вязкости; $\mathrm{Kn} = \lambda/R$ — число Кнудсена [7,8]. Граничные условия на поверхности частицы (2)–(5) записаны с учетом эффектов, линейных по числу Кнудсена [7,8]. В (2)–(5) $K_{TS}^{(0)}$, C_m — коэффициенты теплового и изотермического скольжений; β'_R, β_R, β_B — поправки на кривизну и барнеттовское скольжение; C_q, C_v — газокинетические коэффициенты потоков тепла и среднемассового переноса, растекающихся в слое Кнудсена; $K_T^{(T)}$ — коэффициент скачка температуры [7,8].

В ходе решения граничной задачи (1)–(5) были получены выражения для распределений $\mathbf{v}$ и p. После этого в результате интегрирования по поверхности частицы нормальной и касательной составляющих тензора напряжений [1–3] было получено следующее выражение для действующей на частицу полной силы $\mathbf{F}_p$, которая складывается из силы вязкого сопротивления $\mathbf{F}_\mu$ и фотофоретической силы $\mathbf{F}_{ph}$:

$$\mathbf{F}_p = \mathbf{F}_\mu + \mathbf{F}_{ph}, \qquad \mathbf{F}_\mu = -6\pi R\mu f_\mu \mathbf{u}_p,$$

$$\mathbf{F}_{ph} = -6\pi R\mu f_\mu f_{ph} \frac{\nu_e}{T_{e0} R^3 \varepsilon^{(S)}} \mathbf{d}_q, \qquad \mathbf{d}_q = \int\limits_{V_p} Q\mathbf{r}dV, \tag{6}$$

где $\mathbf{u}_p$ — скорость движения частицы относительно газа; $C_v^* = C_v / K_{TS}^{(0)}$, $y = r/R$;

$$f_\mu = \frac{(1 + 2C_m \mathrm{Kn})}{(1 + 3C_m \mathrm{Kn})},$$

$$f_{ph} = K_{TS}^{(0)} \Big[1 + (\beta_R' + 3\beta_B - 2\beta_R)\mathrm{Kn} -$$

$$- (1 + 6C_m \mathrm{Kn}) C_v^+ \mathrm{Kn} \Big] \frac{1}{2\pi(1 + 2C_m \mathrm{Kn}) d_e}; \tag{7}$$

$$d_e = 2(1 - C_q \mathrm{Kn}) \frac{\kappa}{\varepsilon^{(S)}} \varphi^{(S)} + \left(1 + 2K_T^{(T)} \mathrm{Kn}\right) \frac{d\varphi^{(S)}}{dy}, \quad Q = \frac{q\varphi}{y};$$

$$T_{e0} = T_{e\infty} + \left(1 + K_T^{(T)} \mathrm{Kn}\right) \frac{1}{4\pi R\kappa} \int\limits_{V_p} q dV. \tag{8}$$

В выражениях (6)–(8) T_{e0} — средняя температура поверхности частицы; $\varepsilon^{(S)} = \varepsilon|_{y=1}$, $\varphi^{(S)} = \varphi|_{y=1}$, $\frac{d\varphi^{(S)}}{dy} = \frac{d\varphi}{dy}\Big|_{y=1}$. В $\mathbf{d}_q$ и T_{e0} интегрирование проводится по всему объему частицы V_p. Входящий в $\mathbf{d}_q$ радиус-вектор $\mathbf{r}$ отмечает положение точек частицы. Начало $\mathbf{r}$ совпадает с центром частицы. Функция φ — нерасходящееся при $y = 0$ безразмерное частное решение уравнения

$$\varepsilon y^2 \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d}{dy}(\varepsilon y^2) \frac{d\varphi}{dy} - 2\varepsilon\varphi = 0. \tag{9}$$

В общем случае зависимость функций φ от y может быть найдена в ходе численного решения (9). Если φ является при $y \geqslant 1$ аналитической функцией, т. е.

$$\varepsilon = \varepsilon^{(0)} \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_m y^m, \qquad \alpha_0 = 1, \tag{10}$$

то при этом выражение для φ представляется в виде следующего степенного ряда:

$$\varphi = y\sum_{n=0}^{\infty} \beta_n y^n; \quad \beta_n = -\frac{1}{n(n+3)}\sum_{m=1}^{n}[(n-m)(n+3)+m]\alpha_m\beta_{n-m},$$

$$\beta_0 = 1. \tag{11}$$

В частном случае $\varepsilon = \text{const}$, функция $\varphi = y$. При $\varepsilon = \varepsilon^{(0)}\exp(\alpha y)$ функция

$$\varphi = 3\left\{\frac{1}{\alpha} - \frac{2}{y\alpha^2} + \frac{2}{y^2\alpha^3}\left[1 - \exp(-\alpha y)\right]\right\}. \tag{12}$$

После приравнивания полной силы $\mathbf{F}_p$ (6) нулю, приходим к следующей формуле для скорости фотофореза:

$$\mathbf{u}_{ph} = -f_{ph}\frac{\nu_e}{T_{e0}R^3\varepsilon^{(S)}}\mathbf{d}_q. \tag{13}$$

Список литературы

[1] *Кутуков В.Б., Щукин Е.Р., Яламов Ю.И.* // ЖТФ. 1976. Т. 46. В. 3. С. 626–627.

[2] *Щукин Е.Р.* // ЖТФ. 1980. Т. 50. В. 6. С. 1332–1335.

[3] *Щукин Е.Р.* // Тез. докл. "III Всесоюзного совещания по распространению лазерного излучения в дисперсной среде". Ч. 4. Обнинск, 1985. С. 179–182.

[4] *Зуев Е.В., Землянов А.А., Копытин Ю.Д., Кузиковский А.В.* Мощное лазерное излучение в атмосферном аэрозоле. Новосибирск, 1984. 223 с.

[5] *Яворский И.А., Теребенин А.Н., Быков А.П.* Улавливание аэрозолей в оловянной промышленности. Новосибирск, 1974. 86 с.

[6] *Грин Х., Лейн В.* Аэрозоли — пыли, дымы и туманы. Л., 1969. 428 с.

[7] *Поддоскин А.А., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.* // ЖТФ. 1982. Т. 52. В. 11. С. 2253–2661.

[8] *Маясов Е.Г., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.* // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. В. 6. С. 498–502.

Объединенный институт
высоких температур РАН
Москва

Поступило в Редакцию
25 июля 1996 г.