

# ФОТОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕХАНИЗМ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОГО РАСЩЕПЛЕНИЯ ДОПЛЕРОВСКОЙ ЛИНИИ ОТ ОДИНОЧНОЙ КРУПНОЙ ЧАСТИЦЫ

© В.Л.Кононенко

Одним из основных в лазерной доплеровской анемометрии (ЛДА) является представление о том, что равномерно движущейся частице соответствует одиночная линия в доплеровском спектре [1]. Недавние эксперименты с частицами размером порядка периода интерференции в области пересечения зондирующих пучков дифференциальной схемы ЛДА продемонстрировали возможность расщепления одиночной доплеровской линии [2]. Теоретический анализ показывает, что в зависимости от оптических схем зондирования и регистрации возможны несколько механизмов инструментального расщепления доплеровской линии от одиночной крупной частицы. Ниже рассмотрен один из этих механизмов, специфический для наиболее распространенной [1] дифференциальной схемы ЛДА с регистрацией рассеянного излучения в плоскости изображения собирающего объектива.

В дифференциальной схеме указанного типа доплеровский сигнал от крупной частицы получают, фактически, в режиме фотометрирования изображения частицы [1]. При движении частицы в интерференционном поле в области пересечения зондирующих пучков ее освещенность периодически изменяется, приводя к изменениям яркости изображения и, следовательно, тока фотоприемника. Распределение интенсивности света в области пересечения гауссовых пучков имеет вид [1,3]:

$$\begin{aligned}
 I(x, y, z) = & I_1 \cdot \exp \left\{ -\frac{2}{w_0^2} \cdot \left[ (x - z \cdot \operatorname{tg}(\alpha))^2 \cos^2(\alpha) + Y^2 \right] \right\} + \\
 & + I_2 \cdot \exp \left\{ -\frac{2}{w_0^2} \cdot \left[ (x + z \cdot \operatorname{tg}(\alpha))^2 \cdot \cos^2(\alpha) + y^2 \right] \right\} + \quad (1) \\
 & + 2(I_1 \cdot I_2)^{1/2} \cdot \exp \left\{ -\frac{2}{w^2} \cdot [x^2 \cos^2(\alpha) + z^2 \sin^2(\alpha) + y^2] \right\} \cos \left( \frac{2\pi x}{\Lambda} \right)
 \end{aligned}$$

Здесь  $2\alpha$  — угол между пучками,  $w_0$  — гауссов радиус пучка,  $I_1$  и  $I_2$  — интенсивности пучков,  $\Lambda = \lambda / (2 \sin \alpha)$  — период

интерференционной картины,  $\lambda$  — длина волны света. Оси пучков находятся в плоскости  $xz$ , биссектриса угла между пучками совпадает с осью  $z$ , начало координат находится в точке пересечения осей пучков.

Направление регистрации обычно не совпадает с направлениями зондирующих пучков, поэтому сигнал фотоприемника обусловлен лишь рассеянным излучением. Если крупная частица однородна, то практически все рассеиваемое ею излучение сосредоточено вблизи направлений зондирующих пучков, т. е. вне направления регистрации. Это означает, что достаточно большой уровень сигнала в реальных измерительных условиях, особенно при больших углах рассеяния, обеспечивается присутствием диффузной компоненты в рассеянном излучении. Возможны два характерных случая: микроскопически неоднородная частица, типа биологических клеток, в однородной среде, либо однородная частица в среде, содержащей рэлеевские рассеиватели. В первом случае за счет многократного рэлеевского рассеяния света на внутренних неоднородностях получается достаточно яркое изображение частицы на темном фоне. Во втором случае изображением частицы оказывается темный объект на светлом фоне.

В обоих режимах фотометрирования частицы — “сияющего объекта” и “непрозрачного экрана” — для вычисления ее вклада  $i_p$  в ток фотоприемника необходимо проинтегрировать распределение интенсивности (1) по площади максимального сечения частицы плоскостью, параллельной плоскости  $xy$ . Ограничимся случаем, когда это сечение имеет ось симметрии, параллельную оси  $y$  (окружность для сферической частицы, прямоугольник для стержнеобразной и т. д.). Обозначим через  $x_0, z_0$  соответствующие координаты оси симметрии сечения, через  $a(y)$  — полуширину сечения вдоль оси  $x$ . Введем функцию прямоугольного окна:  $\text{Rect}(a, x) = 1$  при  $|x| \leq a$ ,  $\text{Rect}(a, x) = 0$  при  $|x| > a$ . Обозначив  $\xi = x - x_0$ , можем записать:

$$i_p = \text{const} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I[(x_0 + \xi), y, z_0] \cdot \text{Rect}[a(y), \xi] d\xi dy. \quad (2)$$

Доплеровский спектр мощности для частицы, движущейся вдоль оси  $x$  со скоростью  $v$ , получается путем подстановки  $x_0 = vt$  в (2) и вычисления квадрата модуля преобразования Фурье  $F(\omega)$  для получившегося выражения. Интеграл по  $\xi$  в (2) является сверткой двух функций, поэтому  $F(\omega)$  есть произведение преобразований Фурье этих функций. Фурье-образом  $\text{Rect}(a, vt)$  является  $(2v/\omega) \cdot \sin(\omega a/v)$ .

Фурье-образ  $I(vt, y, z)$  приведен в [3]. Обычно  $w_0 \gg \Lambda$ , поэтому низкочастотная (времяпролетная) и собственно доплеровская компоненты Фурье-спектра не перекрываются. Это позволяет пренебречь произведениями этих компонент при вычислении спектра мощности  $S(\omega) = F(\omega) \cdot F(\omega)^*$ . Результат имеет вид:

$$S(\omega_0 f) \simeq \text{const} \cdot \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} a(Y) \cdot \frac{\sin \left[ 2\pi f \frac{a(Y)}{\Lambda} \right]}{2\pi f \frac{a(Y)}{\Lambda}} \cdot \exp \left( -\frac{2y^2}{w_0^2} \right) dy \right\}^2 \times \\ \times \frac{w_0^2}{v^2 \cos^2 \alpha} \left\{ \left[ I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 I_2 \cos \left( \frac{4\pi f z_0}{\Lambda} \operatorname{tg}(\alpha) \right) \right] \cdot \exp \left[ -\frac{(\pi N f)^2}{2} \right] + \right. \\ \left. + I_1 I_2 \exp \left[ - \left( \frac{2z_0 \sin \alpha}{\omega_0} \right)^2 \right] \cdot \exp \left[ -\frac{[\pi N(f-1)]^2}{2} \right] \right\}. \quad (3)$$

Здесь  $N = 2\sqrt{2}(w_0/\lambda) \operatorname{tg}(\alpha)$  — эффективное число интерференционных полос в области пересечения зондирующих пучков (измерительном объеме анемометра) [1],  $w_0 = 2\pi v/\Lambda$  — характерная доплеровская частота,  $f = \omega/\omega_0$ .

Второй сомножитель в (3) есть доплеровский спектр малой частицы с учетом времяпролетного уширения [1,3], содержащий линию гауссовой формы с максимумом при  $f = 1$  и шириной  $4/\pi N$  на уровне  $e^{-2}$ . Первый сомножитель в (3) описывает деформацию спектра за счет конечного размера частицы при фотометрическом режиме регистрации. Он обращается в ноль для дискретного набора частот, определяемого соотношением  $a$  и  $\Lambda$ . В результате может возникать дублетная и даже мультиплетная структура доплеровской линии (рис. 1).

Рассмотрим рассеиватель в виде стержня, ориентированного вдоль оси  $y$ . В этом случае  $a(y) = \text{const}$ , и модулирующий множитель в (3) имеет вид  $[\sin(Af)/Af]^2$ ,  $A = 2\pi a/\Lambda$  (рис. 1). Он обращается в ноль на частотах  $f_n = (\Lambda/2a) \cdot n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Возможное число линий в мультиплете  $M$  можно оценить как увеличенную на два целую часть (integer) отношения ширины гауссовой линии на уровне  $e^{-2}$  к расстоянию между соседними нулями  $f_n$ . Дублетная структура может наблюдаться при любой конечной ширине линии, причем в наиболее симметричном виде в случае  $f_n \simeq 1$  (рис. 1,2). Таким образом, для числа мультиплетности  $M$  и периода

$\Lambda_d$ , соответствующего наиболее симметричному дублетному расщеплению имеем:

$$M = 2 + \text{integer} \left( \frac{4\sqrt{2a} \cos(\alpha)}{\pi w_0} \right); \quad \Lambda_d \simeq \frac{2a}{n}, n = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Причиной расщепления линии является поперечная неоднородность зондирующего пучка. В пределе неограниченных плоских волн ( $w_0 \rightarrow \infty$ ) инструментальная ширина линии стремится к нулю, и в случае  $2a \neq \Lambda n$  расщепление не возникает из-за бесконечно малой ширины линии (рис. 1). Если

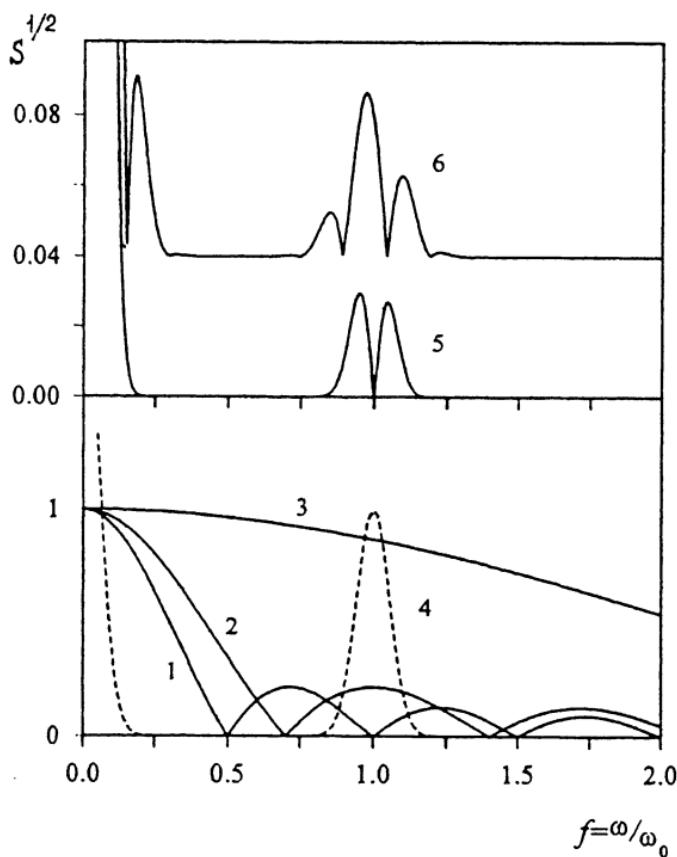
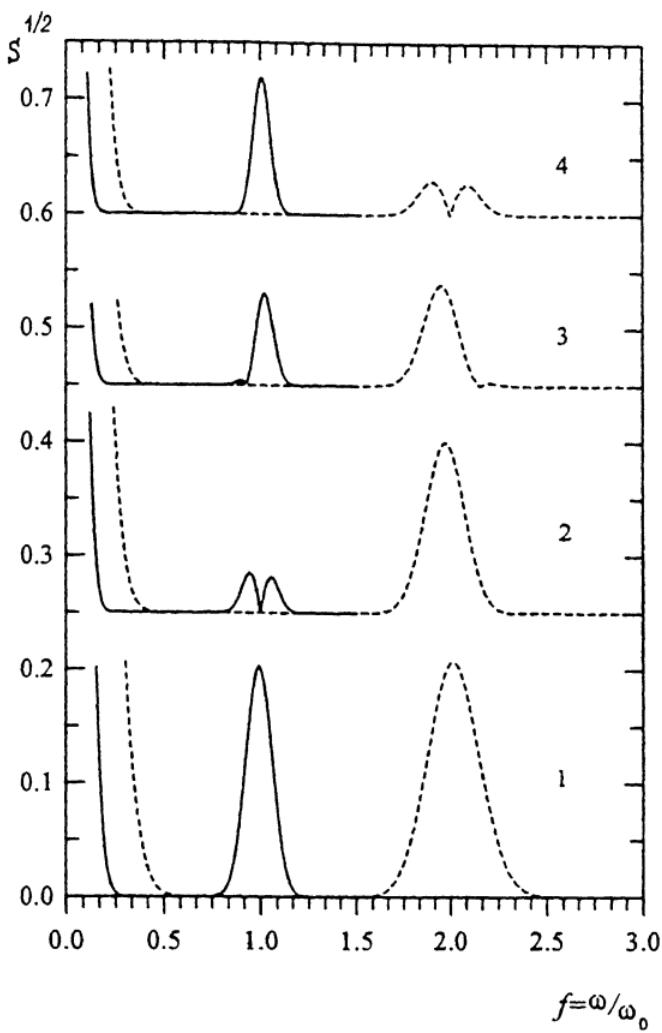


Рис. 1. Механизм инструментального расщепления доплеровской линии. Кривые (1-3) — амплитудные спектры функции прямоугольного окна (первый сомножитель в (3)) при  $a = 3.5 \text{ мкм}$  (1),  $2.5 \text{ мкм}$  (2) и  $0.5 \text{ мкм}$  (3). Кривые (4-6) — амплитудные доплеровские спектры, рассчитанные при  $a = 0.01 \text{ мкм}$  (4),  $3.5 \text{ мкм}$  (5) и  $4.1 \text{ мкм}$  (6).  $\Lambda = 3.5 \text{ мкм}$  для кривых (1-5),  $\Lambda = 1.22 \text{ мкм}$  для кривой (6);  $w_0 = 20 \text{ мкм}$  для (4, 5),  $w_0 = 4 \text{ мкм}$  для (6);  $I_1 = I_2$ ;  $\lambda = 0.63 \text{ мкм}$ . Рассеиватели имеют форму цилиндра. Спектры нормированы на 2 при  $f = 0$ .



**Рис. 2.** Изменение формы спектров двух цилиндрических рассеивателей, диаметром  $2a = 7$  мкм (сплошные линии,  $v = v_0$ ) и  $2a = 6$  мкм (пунктир,  $v = 2v_0$ ), при изменении периода интерференционной картины (угла между пучками):  $\Lambda = 4.5$  мкм (1),  $3.5$  мкм (2),  $3.24$  мкм (3) и  $3.0$  мкм (4);  $w_0 = 20$  мкм,  $\lambda = 0.63$  мкм. Спектры нормированы на 2 при  $f = 0$ .

же  $2a = \Lambda n$ , то, согласно (3) и рис. 1, доплеровский сигнал не наблюдается вообще. Это обусловлено неизменностью суммарной освещенности такой частицы в процессе ее движения в идеально периодическом интерференционном поле. Последнее обстоятельство отмечалось и ранее [4], однако принципиальное изменение картины для неоднородных пучков осталось незамеченным.

Наиболее ярко рассмотренные эффекты могут проявляться в лазерной доплеровской микроскопии, где типичны значения  $w_0 = 2 \div 20$  мкм [5] и  $2a = 2 \div 10$  мкм. Согласно

(4), при  $w_0 \simeq a$  доплеровский спектр от одиночной частицы приобретает мультиплетную линейчатую структуру, причем не только в собственно доплеровской, но и в низкочастотной области (рис. 1, кривая б). Параметры этой структуры существенно зависят от  $w_0$ ,  $a$  и  $\alpha$ .

Эффект инструментального расщепления доплеровских линий крупных частиц имеет принципиальное значение для интерпретации и метрологического обеспечения лазерных доплеровских измерений. Он может быть использован также для дистанционного определения размеров частиц.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (95-03-08390).

### Список литературы

- [1] Дубнищев Ю.Н., Ринкевичюс Б.С. Методы лазерной доплеровской анемометрии. М.: Наука, 1982. 304 с.
- [2] Grechikhin V.A., Kononenko V.L., Rinkevichius B.S., Stepanov A.V., Tolkachev A.V. // International Seminar on Optical Methods and Data Processing in Heat and Fluid Flow. / IMechE Conference Transactions. 1996. — 3. P. 393-402.
- [3] Кононенко В.Л., Ринкевичюс Б.С. // Оптика и спектроскопия. 1994. Т. 77. В. 3. С. 470-476.
- [4] Durst F., Melling A., Whitelaw J.M. Principles and Practice of Laser-Doppler Anemometry. Academic Press, London, 1976. 401 p.
- [5] Приезжев А.В., Тучин В.В., Шубочкин Л.П. Лазерная диагностика в биологии и медицине. М.: Наука, 1989. 240 с.

Поступило в Редакцию  
20 мая 1996 г.