

01;03;08

## АКУСТИЧЕСКАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ КОГЕРЕНТНОМ РАССЕЯНИИ ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ ИМПУЛЬСОВ

© В.А.Буланов

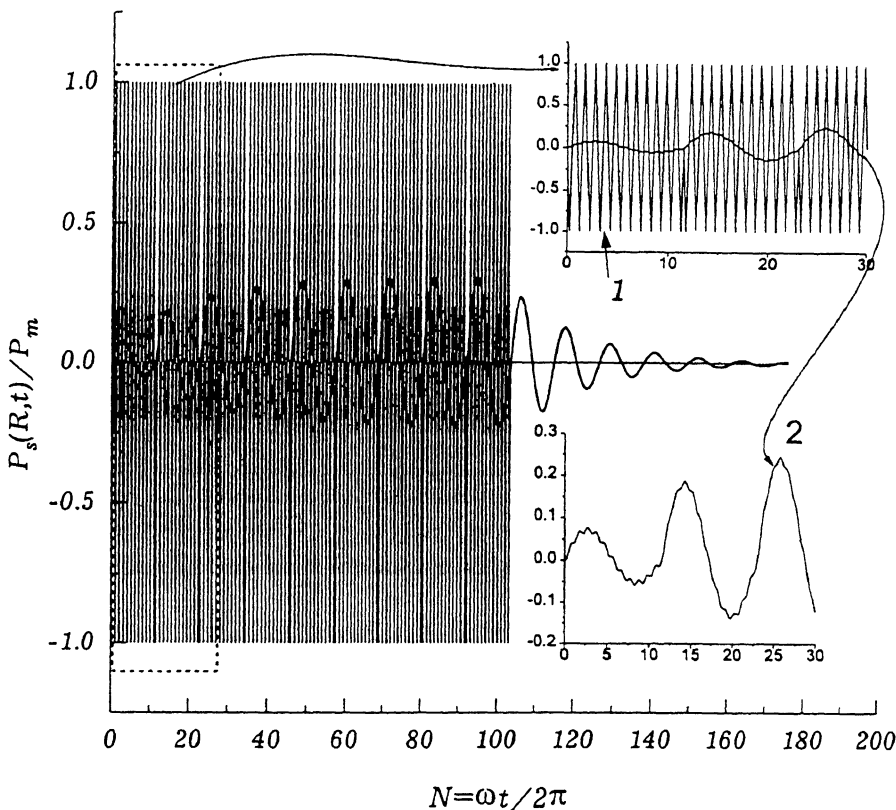
Изучение механизмов раскачки низкочастотных (НЧ) колебаний осцилляторов высокочастотной (ВЧ) накачкой представляет интерес для разработки методов диагностики резонансных включений в среде, а также для создания эффективных генераторов НЧ колебаний, управляемых ВЧ накачкой. В [1] был предложен и рассмотрен механизм когерентной раскачки НЧ колебаний ВЧ амплитудно-модулированной накачкой. В настоящей работе предлагается другой эффективный механизм генерации НЧ колебаний осцилляторов — механизм когерентной раскачки таких колебаний ВЧ фазоманипулированными (ФМ) импульсами. Суть его заключается в периодическом возбуждении ФМ ВЧ импульсами осциллятора на его собственной частоте  $\omega_0$ , причем период возбуждения должен быть меньше времени затухания собственных колебаний осциллятора на частоте  $\omega_0$ , которое определяется их добротностью. Рассмотрим задачу подробнее на примере газового пузырька в жидкости.

Пусть пузырек подвержен действию ФМ акустических импульсов:

$$f(t) = f_m \operatorname{Re} [iA(t, \tau) \exp(-i\omega t)], \quad f_m = P_m \omega_0^2 / 3\gamma P_0, \quad (1)$$

$$A(t, \tau) = \sum_{k=0}^{K_\tau} \exp(i\pi k) [\theta(t - kT) - \theta(t - (k + 1)T)], \quad K_\tau = \tau/T, \quad (2)$$

где  $T$  — период действия импульса давления с одинаковой фазой (см. рисунок);  $K_\tau$  — количество периодов смены фазы накачки за общую длительность импульса  $\tau$ ;  $\omega_0 = (3\gamma P_0/\rho)^{1/2}/R_0$  — собственная частота;  $\gamma \sim 1.4$  — постоянная адиабаты;  $P_0$  и  $P_m$  — гидростатическое давление и давление в акустической волне;  $R_0$  — равновесный радиус пузырька;  $\theta(t)$  — функция Хевисайда. Рассмотрим решение задачи о линейных колебаниях пузырька с помощью



Низкочастотные когерентные колебания при воздействии ВЧ ФМ накачки 1 ( $f = 150 \text{ кГц}$ ); 2 — увеличение амплитуды давления в рассеянной НЧ волне на поверхности пузырьков, резонансных на частоте  $13 \text{ кГц}$ , в зависимости от количества периодов на частоте накачки  $N = \omega t / 2\pi$ .

преобразования Фурье. Спектр колебаний относительного радиуса  $z = (R - R_0) / R_0$  может быть записан в виде

$$z_p = -\frac{f_m(1 - ik_p R)}{2\pi i(p - \omega)(p - \tilde{\omega}_0)(p + \tilde{\omega}_0^*)} \times \sum_k e^{i(k-1/2)\pi} \left[ e^{i(p-\omega)T} - 1 \right] e^{i(p-\omega)kT}, \quad (3)$$

где  $\tilde{\omega}_0 = \omega_0(1 - i\delta)$ ,  $\delta$  — постоянная затухания колебаний пузырька на резонансе, \* — означает комплексное сопряжение.

Для фурье-компонент легко написать также выражение для давления на поверхности пузырька  $P_{RP} = -\rho R^2 p^2 z_p$ . Взяв обратное фурье-преобразование, получаем выражение для функции давления  $P_s(R, t)$  на поверхности пузырька вида  $P_s(R, t) = P_R(t) = \tilde{P}_R(t) - e^{-i\omega T} \tilde{P}_R(t - T)$ , где интеграл  $\tilde{P}_R(t)$  вычисляется методом вычетов в полюсах  $\omega$ ,  $\tilde{\omega}_0$ ,  $-\tilde{\omega}_0^*$ , и для рассеяния на собственной частоте  $\tilde{P}_{R\omega_0}(t)$  получаем

$$\tilde{P}_{R\omega_0}(t) = \rho R^2 f_m \operatorname{Re} \times$$

$$\times \left\{ e^{-i\omega_0 t} \left\{ \frac{(1 - ik_{\omega_0} R) \tilde{\omega}_0^{*2}}{2\omega_0(\omega + \tilde{\omega}_0^*)} \sum_k e^{ik(\pi - \omega T + \omega_0 T)} e^{-\delta\omega_0(t - kT)} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{(1 + ik_{\omega_0} R) \omega_0^2}{2\omega_0(\omega - \tilde{\omega}_0)} \sum_k e^{ik(\pi - \omega T - \omega_0 T)} e^{-\delta\omega_0(t - kT)} \right\} \theta(t - kT) \right\}. \quad (4)$$

Отсюда следует, что раскочка колебаний наблюдается только при одновременном соблюдении условий между периодом  $T$  и частотами  $\omega_0$  и  $\omega$ , выражаемых соотношениями:

$$\omega_0 = \pi n/T, \quad \omega = \pi(1 + n + 2m)/T, \quad \omega_0/\omega = n/(2m + 1 + n). \quad (5)$$

Выражения существенно упрощаются в случае большого разнесения частот  $\omega \gg \omega_0$ , что наиболее интересно для практических приложений. Тогда получаем (при больших  $k$  сумму в (4) заменяем интегралом) величину рассеянного пузырьком НЧ звукового поля на расстоянии  $r$  от пузырька  $P_{s\omega_0}(r, t) = P_{R\omega_0}(t - r/c) \cdot \frac{R}{r}$  в виде

$$P_{s\omega_0}(r, t) = -\frac{R\omega}{r} \cdot \rho R^2 \mathcal{B}(t, r) \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right) f_m \sin[\omega_0 t + 2\delta] \Big|_{t \rightarrow t - r/c}; \quad (6)$$

$$\mathcal{B}(t, r) \stackrel{k \gg 1}{\approx} \frac{2}{\delta\omega_0 T} \left\{ \Phi(t) - \Phi(t - \tau) \right\}; \quad \Phi(t) = \theta(t) (1 - e^{-\omega_0 \delta t}). \quad (7)$$

Видно, что амплитуда рассеянного звука на собственной частоте  $\omega_0$  устанавливается в течение времени  $\tau_* = 1/\omega\delta_0$  и достигает достаточно большой стационарной амплитуды, равной  $P_{R\omega_0 m} = -\frac{2}{\delta\omega_0 T} P_m \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{2}{\delta\pi(2m+1+n)} P_m$ . На рисунке указанные эффекты продемонстрированы на примере когерентного рассеяния ФМ импульсов на газовых пузырьках в воде. Отчетливо видно когерентное увеличение амплитуды НЧ собственных колебаний и затухание ВЧ вынужденных колебаний.

Рассмотрим возможность акустической спектроскопии резонансных включений (пузырьков) в жидкости по рассеянному НЧ сигналу. Будем считать, что пузырек в жидкости облучается узколучевым (высоконаправленным) ВЧ ФМ сигналом, имеющим угловую ширину характеристики направленности  $\theta$ . Рассматривая некогерентное сложение рассеянных сигналов от различных пузырьков и вводя функцию распределения пузырьков по размерам  $g(R)$ , можно определить суммарный квадрат звукового давления, рассеянного совокупностью пузырьков с преобразованием частоты, в виде <sup>[1,2]</sup>

$$|P_{\Sigma\omega_0}(r, t)|^2 = \int d^3r' \int dR |P_{s\omega_0}|^2 g(R), \quad (8)$$

где интегрирование осуществляется по "импульсному" объему  $dV = \pi r'^2 \theta^2 c dt / 2$  <sup>[3]</sup>. Проведя интегрирование по узкому интервалу резонансных вблизи частоты  $\omega_0$  радиусов и по времени, равному длительности импульса  $\tau$ , что, по существу, также учитывает усреднение по периоду ВЧ и НЧ поля, получаем следующее выражение для величины  $\langle |P_{\Sigma\omega_0}|^2 \rangle$  (скобки  $\langle \dots \rangle$  означают усреднение по времени):

$$\frac{\langle |P_{\Sigma\omega_0}|^2 \rangle}{\langle |P_i|^2 \rangle} = \frac{\theta^2 c \tau}{2\delta\omega_0 T} \cdot g_0 R_0 R_\omega^2 F(\omega_0 \delta\tau),$$

$$F(x) = 1 - \frac{1 - e^{-x}}{x} = \begin{cases} x, & x \rightarrow 0, \\ 1, & x \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (9)$$

Определяя сечение рассеяния обычным образом <sup>[2,3]</sup>  $\sigma = (2/\pi c \tau \theta^2) \langle |P_{\Sigma\omega_0}|^2 \rangle / \langle |P_i|^2 \rangle$ , можно получить выражение для сечения импульсного рассеяния с преобразованием частоты в виде

$$\sigma = \frac{1}{2\pi\omega_0 T \delta} \cdot g_0 R_0 R_\omega^2 F(\omega_0 \delta\tau), \quad R_\omega = (3\gamma P_0 / \rho)^{1/2} / \omega. \quad (10)$$

Функцию распределения пузырьков  $g(R_0)$  можно найти по формуле

$$g(R_0) = \frac{2\delta\omega_0 T}{\theta^2 c \tau R_\omega^2 R_0 F(\omega_0 \delta\tau)} \cdot \frac{\langle |P_{\Sigma\omega_0}|^2 \rangle}{\langle |P_i|^2 \rangle},$$

$$R = R_\omega(2m + 1 + n)/n, \quad m, n = 0, 1, 2 \dots \quad (11)$$

Из (9)–(11) видно, что спектроскопия резонансных включений осуществляется дискретно по радиусам  $R_0$ , где управляющим параметром является отношение преобразования частот  $(2m + 1 + n)/n$ .

Таким образом, показано, что применение ФМ импульсной накачки с кратной частотой по отношению к собственной частоте включений приводит к их эффективной когерентной раскачке на резонансе (с частотой ниже частоты накачки). Следует подчеркнуть универсализм когерентного механизма нестационарной раскачки, типа рассмотренного выше и проявляющегося для различных типов осцилляторов и резонансных явлений, начиная с резонансных ускорителей частиц высоких энергий [4] и заканчивая интерференционными эффектами когерентного возбуждения ядер и атомов, пролетающих сквозь кристалл [5]. Использование когерентного ФМ импульсного рассеяния с преобразованием частоты позволяет кардинально упростить и улучшить методику акустической спектроскопии жидкостей.

Работа была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (номера проектов 94-02-06092 и 96-02-19795).

#### Список литературы

- [1] Буланов В.А. // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. В. 15. С. 67–71.
- [2] Акулчев В.А., Буланов В.А., Клеин С.А. // Акуст. журн. 1986. Т. 32. В. 3. С. 289–295.
- [3] Исимару И. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. М.: Мир, 1981. Т. 1. 296 с.
- [4] Вайнштейн Л.А., Вакман Д.Е. Разделение частот в теории колебаний и волн. М.: Наука, 1983. 288 с.
- [5] Окорочков В.В. // Письма в ЖЭТФ. 1995. Т. 62. В. 12. С. 895–899.

Институт  
проблем морских технологий  
Владивосток

Поступило в Редакцию  
14 мая 1996 г.