Письма в ЖТФ, том 22, вып. 21 12 ноября 1996 г.

01;04

ФОРМИРОВАНИЕ ПЛАЗМЕННЫХ КОНФИГУРАЦИЙ — ГАЛАТЕЙ ТИПА "ПОЯС"

© *Г.И.Дудникова, А.И.Морозов, М.П.Федорук*

Магнитные ловушки с $\beta = 1$ представляют значительный интерес как с точки зрения физики плазменных систем, так и в связи с приложениями: плазменной технологией, проблемой управляемого термоядерного синтеза и др. Однако их реализация (без щелей) достигается лишь в виде систем, содержащих токонесущие проводники, омываемые плазмой. Ловушки, в которых магнитные конфигурации создаются не только опертыми о Землю катушками, но и проводниками с током, погруженными в плазму, были в [1] названы общим именем "галатеи", а купающиеся в плазме проводники — "миксинами".

В [2] была предложена равновесная плазменная конфигурация — "Галатея", названная "Поясом", которая представляет собой тороидальный квадруполь, образованный двумя миксинами, между которыми по плазме течет азимутальный ток. Однако в настоящее время, из-за соображений простоты, экспериментально (в режиме электродного разряда [3]) изучаются прямые ("плоские") модели "Пояса". При этом вид образующейся плазменной конфигурации существенно зависит от взаимной ориентации тока в миксине (J_μ) и тока в плазме (J_π). Если эти токи направлены в одну сторону ($J_\pi J_\mu > 0$), то образуется конфигурация "α-типа". Если же $J_\pi J_\mu < 0$, то реализуются конфигурации "β-типа".

Наряду с экспериментальным изучением "Пояса" к настоящему времени выполнен ряд его теоретических исследований. Так, в работе [2] были построены весьма общие решения уравнений Грэда–Шафранова для магнитобарических характеристик $p(\psi)$ в виде линейных и квадратичных сплайнов. В [4] были построены α- и β-конфигурации с помощью конформных отображений для случая бесконечно-тонких переходных слоев плазма–поле.

Весьма подробное рассмотрение, особенно α-конфигураций, было выполнено в [5] с помощью решения [2] для $p(\psi)$ в вид линейного сплайна

$$p(\psi) = p_0\left(1 - \frac{\psi}{\psi_0}\right), \quad \psi < \psi_0,$$

$$p(\psi) = 0, \quad \psi > \psi_0.$$

Однако анализ в рамках идеальной плазмостатики, выполненный в указанных выше работах, оставляет без ответа многов вопросов, в том числе о выборе вида $p(\psi)$ для тех или иных экспериментальных условий. Ответы на многие из них могут дать численные расчеты формирования конфигураций "Пояса" методом установления. Первое численное исследование формирования "Пояса" в режиме прямого разряда было выполнено в работе [6]. В модели был сделан ряд упрощений: миксины предполагались прозрачными для плазмы, а ток в них был жестко задан. Поэтому такие расчеты могли дать ответ о динамике плазмы на начальной стадии. И действительно, было показано, что эволюция идет в нужном направлении.

Данная работа посвящена построению более совершенной (по сравнению с [6]) МГД — модели формирования "Поясов" с непрозрачными миксинами, обладающими к тому же определенными электродинамическими характеристиками. Основное внимание уделено качественным особенностям процессов. Задачи оптимизации параметров "Пояса" и обстоятельного сравнения расчетов с экспериментом здесь не ставились.

Для описания динамики плазмы в ловушках-галатеях типа "Пояс" используем приближение одножидкостной магнитной гидродинамики.

Уравнения одножидкостной МГД (без учета излучения) имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div} \rho \mathbf{u} = 0, \tag{1}$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u} \right) = -\nabla p + \frac{1}{4\pi} \left[\Delta \mathbf{A} \times \mathrm{rot} \mathbf{A} \right], \tag{2}$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = [\mathbf{u} \times [\mathrm{rot} \mathbf{A}] + \nu_m \Delta \mathbf{A}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla) p = -\gamma p \mathrm{div} \mathbf{u} + \frac{\gamma - 1}{4\pi} \nu_m (\Delta \mathbf{A})^2 + \chi(\gamma - 1)\Delta T. \tag{4}$$

В системе уравнений (1)–(4) ρ — плотность плазмы, $\mathbf{u}$ — ее среднемассовая скорость; p, T — газодинамическое давление и температура плазмы соответственно; $\mathbf{A}$ — векторный потенциал, связанный с напряженностью магнитного поля соотношением $\mathbf{H} = \mathrm{rot} \mathbf{A}$; $\nu_m = c^2/4\pi\sigma$ — магнитная вязкость, σ — проводимость плазмы, χ — коэффициент теплопроводности. В качестве характерных параметров расчета выберем следующие:

магнитное поле — $H_0 = 1$ кГс;

длина — $L = 10$ см;
характерная концентрация плазмы — $n_0 = 10^{15}$ см$^{-3}$;
скорость — $V_A^0 \simeq H_0/(4\pi\rho_0)^{1/2} \simeq 3.5 \cdot 10^6$ см/с;
характерное время — $t_0 = L/V_A^0 \simeq 2.9 \cdot 10^{-6}$ с;
давление — $p_0 = H_0^2/8\pi \simeq 4 \cdot 10^4$ дин/см^2;
температура — $T_0 \simeq 25$ эВ;
плотность тока — $j_0 = \frac{cH_0}{4\pi L} \simeq 80$ см^2.

Хотя, в общем случае, проводимость плазмы выбиралась кулоновской, в расчетах, представленных ниже,она была фактически постоянной, поскольку "схемная" магнитаня вязкость была (как правило) больше физической в силу выбранных параметров плазмы и шагов расчетной сетки. В представленных ниже расчетах коэффициент теплопроводности X полагался равным нулю.

Будем рассматривать двумерные течения плазмы в плоскости (x, y). В этом случае отличная от нуля только одна компонента вектор-потенциала $\mathbf{A} = (0, 0, \psi)$.*

Для простоты будем пока считать, что возникающее течение плазмы симметрично относительно осей $x = 0$, $y = 0$. Поэтому, ввиду симметрии задачи, будем рассматривать только первый квадрант $0 \leqslant x \leqslant 1$, $0 \leqslant y \leqslant 1$ (в безразмерных переменных).

Граничные условия на линиях $x = 0$, $y = 0$ — естественные условия симметрии течения. На внешних границах расчетной области Г задается электрическое поле в виде зависимости ψ от t:

$$\psi(t)|_\Gamma = \psi_0 \sin \omega t, \quad \omega t \leqslant \pi/2, \tag{5}$$

где $\omega \simeq 0.5{-}1.0$. Считается, что миксина занимает область $x_0 \leqslant x \leqslant x_1$, $y_0 \leqslant y \leqslant y_1$. При этом размер миксины составляет 1/5–1/10 часть от полной длины в каждом направлении.

Внутри объема миксины решается уравнение Пуассона

$$\Delta\psi = -\frac{4\pi}{c} j_z(x, y, t). \tag{6}$$

Поле внутри объема миксины сшивается стандартным образом с полем плазменного объема

$$\{H_\mathbf{n}\} = 0. \tag{7}$$

На поверхности миксины ставится условие непроницаемости

$$u_\mathbf{n}|_\mu = 0.$$

* Мы, следуя традиции, принятой в теории уравнения Грэда–Шафранова, обозначим A_z через ψ.

Для остальных искомых функций на поверхности миксины ставятся условия

$$\left.\frac{\partial f}{\partial \mathbf{n}}\right|_{\mu} = 0. \tag{8}$$

Здесь везде $\mathbf{n}$ — нормаль к поверхности миксины.

В начальный момент времени $t = 0$ находим распределение векторного потенциала, решая уравнение (6). При этом $j_\mu = j_0$ — внутри объема миксины и $j_\mu = 0$ — вне объема миксины. Граничные условия для (6) в начальный момент времени формулируются следующим образом: условия Неймана на линиях симметрии $x = 0$, $y = 0$; условие Дирихле $\psi = 0$ на внешних границах $x = 1$, $y = 1$.

Затем область заполняется полностью ионизованной плазмой с $n = n_0(x, y)$ и $T = T_0(x, y)$. На внешних границах задается распределение векторного потенциала ψ в соответствии с (5).

Для решения уравнений (1)–(4) использовалась разностная схема с направленными разностями, а для решения уравнения Пуассона (6) применялся метод последовательной верхней релаксации (SOR) с ускорением. Типичные расчетные варианты содержали 50×50 или 100×100 расчетных ячеек, так что на область миксины приходилось от 10 до 20 расчетных ячеек в каждом направлении. Для контроля точности расчетов проверялся закон сохранения полной энергии системы, который выполнялся с точностью нескольких процентов.

Ниже приведены результаты расчетов двух режимов: базового α-режима с постоянным током в миксинах и α-режима с изменяющимся током в миксинах ($\alpha\mu$-режим). В настоящей работе расчеты проводились при разных размерах миксин, разных начальных параметрах плазмы, разных граничных условиях. Однако полученные результаты качественно близки друг к друг и поэтому ниже мы приведем только по одному примеру, относящемуся к каждому из указанных режимов.

На рис. 1 представлены (при $n_0 = 1$, $j_0 = -80$) силовые линии магнитного поля (пунктирная линия соответствует значению $\psi = 0$), изолинии газодинамического давления плазмы и магнитобарическая характеристика $p(\psi)$ (соответственно сверху вниз) для базововго α-режима. Для определения безразмерных значений $\delta\psi$, δp между линиями уровня необходимо максимальное (минимальное) значение искомой функции разделить на двадцать равных частей. Значения экстремумов приведены в левом нижнем углу соответствующих графиков. В качестве времени формирования конфигурации τ взято время, после которого вариации параметров

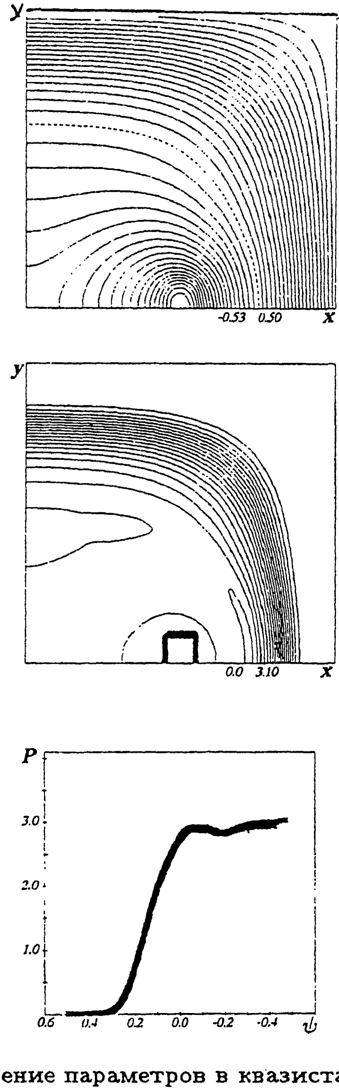

Рис. 1. Распределение параметров в квазистационарном α-"Поясе".

$< 5\%$. Характерной особенностью образующейся конфигурации является наличие контакта плазмы с поверхностью миксины. Отметим, что в экспериментах [3] сжатая плазма также вплотную подходит к миксинам. Видно, что $p(\psi)$ с большой точностью представляет собой линейный сплайн типа того, который был использован в [2,5] при определении базового решения уравнения Грэда–Шафранова.

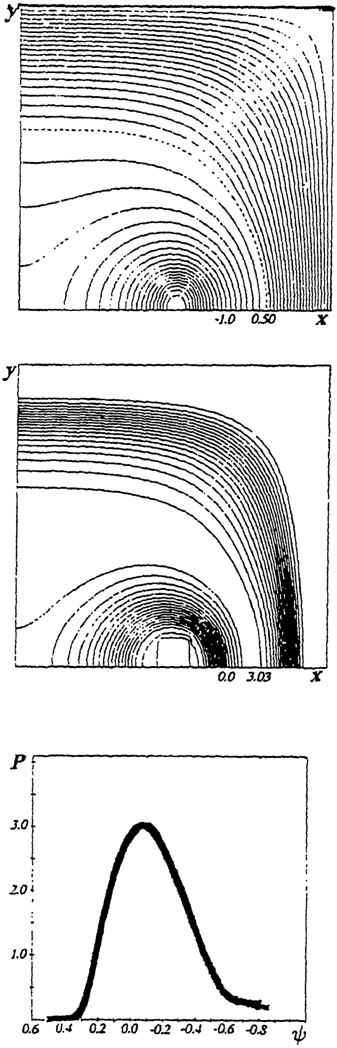

Рис. 2. Распределение параметров в квазистационарном $\alpha\mu$-“Поясе”.

В работе [5] были построены α-конфигурации “очкового типа”, в которых плазма была “вырезана” в окрестностях миксин. Такие структуры будем называть “$\alpha\mu$-конфигурациями”. Они могут быть реализованы разными способами. Нами они были получены просто равномерным наращиванием токов в миксинах (от $j_0 = -80$ до $j_0 = -160$ за время $\tau_{\mu=4}$), после того как вначале была создана базовая α-конфигурация, описанная выше. На рис. 2 представлены силовые линии магнитного поля, изолинии газодинамического давления плазмы и магнитобарическая характеристика $p(\psi)$ (соответственно сверху вниз) $\alpha\mu$-режима. Таким образом, в рамках численной модели, при сделанных предположениях, задача формирования плазменного "Пояса", оторванного от стенок камеры и от миксин, решена.

Авторы благодарят А.Г. Франк за содействие настоящему исследованию и плодотворное обсуждение полученных результатов. Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 95-02-06054).

Список литературы

[1] *Морозов А.И.* // Физика плазмы. 1992. Т. 18. В. 3. С. 305–316.
[2] *Морозов А.И., Франк А.Г.* // Физика плазмы. 1994. Т. 20. № 3. С. 982–989.
[3] *Богданов С.Ю., Марков В.С., Морозов А.И., Франк А.Г.* // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. В. 24. С. 5–9.
[4] *Савельев В.В.* // Физика плазмы. 1995. Т. 21. С. 216.
[5] *Морозов А.И., Мурзина М.В.* // Физика плазмы. 1996. Т. 22. № 6.
[6] *Брушлинский К.В., Горшенин К.П., Морозов А.И.* // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. В. 22. С. 67–71.

Институт вычислительных технологий СО РАН,
РНЦ "Курчатовский институт"

Поступило в Редакцию
20 августа 1996 г.