

01;05;07;08

## ГЕНЕРАЦИЯ И НАБЛЮДЕНИЕ СОЛИТОНА ПРОДОЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИИ В ПЛАСТИНЕ

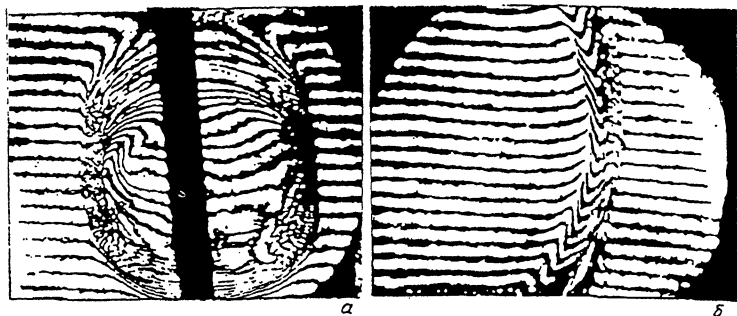
© А.М.Самсонов, Г.В.Дрейден, А.В.Порубов, И.В.Семенова

Приведены результаты экспериментов по возбуждению в упругой пластине локализованной нелинейной волны продольной деформации, способной распространяться с сохранением своей формы.

Возбуждение длинных нелинейных локализованных волн деформации (в частности, солитонов) может играть важную роль в развитии ряда современных технологий неразрушающего контроля, определении упругих параметров материалов, исследовании временной эволюции деформаций и др. Кроме того, особый интерес представляет изучение быстропротекающего интенсивного нагружения таких полимеров, как фенилон и полистирол [1], [2], обладающих радиационной стойкостью, износоустойчивостью и применяемых в аэрокосмических конструкциях, для изготовления слоистых термоядерных мишеней, и т. п. Нелинейные упругие свойства таких материалов приводят к появлению новых типов волн — солитонов деформации даже при кратковременном и сравнительно слабом обратимом (упругом) нагружении [3]. Упругие солитоны деформации почти без потерь переносят свою энергию на большие расстояния даже в материалах, обладающих сильной линейной диссипацией.

Однако до сих пор эксперименты по возбуждению солитонов продольной деформации были осуществлены только для одного стандартного элемента конструкций — цилиндрического стержня [4]. Очевидно, что необходимо удостовериться в существовании таких волн и в упругих неоднородных волноводах. В настоящей работе приводятся результаты экспериментов по генерации и распространению локализованных волн продольной деформации в пластине.

Наибольший интерес с точки зрения возможных практических приложений представляют, на наш взгляд, волны, распространяющиеся в пластине без искажений. Недавно было получено решение задачи о плоских продольных нелинейных волнах деформации постоянной формы в тонкой упругой пластине [5]. На первый взгляд успех опытов по возбуждению таких волн почти очевиден ввиду определенного сходства в теоретическом описании продольных нелинейных волн в стержне [3] и плоских продольных волн в пластине [5]. Однако следует иметь в виду, что для воз-



а

б

Рис. 1. Интерферограммы первичной ударной волны, возникшей при лазерном испарении металлизированной пленки мишени: а — в воде вблизи мишени; б — в воде вдали от мишени.

буждения плоской волны требуется, вообще говоря, однородный вдоль всего торца пластины, короткий и мощный, но не разрушающий начальный импульс. Использование в нашей экспериментальной установке [4] металлизированной пленки (мишени) позволяет при лазерном испарении мишени в жидкости получить первичную ударную волну. На рис. 1, а приведена интерферограмма волновой картины вблизи поверхности мишени, которая представляет собой темную вертикальную линию. Горизонтальный размер снимка соответствует 24 мм. Торцев твердотельного волновода (стержня или пластины) в наших опытах располагается на расстоянии 5 мм от мишени, поэтому фронт исходной ударной волны можно считать плоским в окрестности оси симметрии волновода. Эта область превышает диаметр поперечного сечения стержня, примененного в опытах по солитонам в стержне [6], но очевидно меньше, чем максимальный линейный размер торцевого сочтения пластины. Однако вся она охватывается окном наблюдения (диаметр 50 мм), что позволяет нам наблюдать достаточно плоскую нелинейную волну продольной деформации в окрестности центральной области пластины. Искривление фронта ударной волны происходит на расстояниях, значительно больших 50 мм (см. рис. 1, б).

Для изучения генерации и эволюции солитона использовалась установка, аналогичная [4], [6], но вместо стержня в качестве образца применялась пластина из полистирола 120 × 120 × 11 мм, таким образом, ударная волна от мишени воздействовала на ее торец, имеющий размеры 120 × 11 мм. Полистирол относится к нелинейно-упругим материалам, поведение которых удовлетворительно описывается в рамках модели Мурнагана [7].

Расположим оси координат  $(x, y)$  в плоскости пластины, ось  $z$  направим вверх, и будем считать, что вектор смещения  $U$  имеет компоненты  $(u, v, w)$ , а толщина пластины равна  $h$ .

Пусть слабая плоская ударная волна распространяется вдоль оси  $x$  в нелинейно-упругой пластине, что приводит к образованию плоской нелинейной волны — солитона деформации  $u_x$  (см. [5]). Как следует из данных экспериментов по волнам в стержне, для интерпретации экспериментальных данных необходимо получить соотношение между сдвигом интерференционных полос на голограмме и амплитудой уединенной волны (“солитона”) деформации в пластине.

Использование приближения обобщенного плоского напряженного состояния [7] дает возможность выразить компоненту  $w$  в виде

$$w = -\frac{\nu z}{1 - \nu}(u_x + v_y), \quad (1)$$

а последующее введение фазовой переменной  $\theta \equiv x \pm ky \pm Vt$ , где  $V$  — скорость бегущей волны,  $t$  — время, приводит к соотношению  $v_y = k^2 u_x$  и окончательно к равенству

$$u_x + v_y = u_x(1 + k^2). \quad (2)$$

Введение новой неизвестной  $W \equiv -au_x/6 - b$  с постоянными  $a, b$ , зависящими от параметров задачи

$$a = \frac{36p^2(1 + \beta)(1 - \nu)^2}{\nu^2[2V^2 - p^2(1 - \nu)]}, \quad b = \frac{2(V^2 - p^2)(1 - \nu^2)}{\epsilon p^2 \nu^2 [(1 - \nu)p^2 - 2V^2]}, \quad (3)$$

позволяет из исходной довольно сложной системы нелинейных уравнений для компонент деформации получить уравнение Вейерштрасса для  $W(\theta)$

$$W'' = 6W^2 - 6b^2, \quad (4)$$

решением которого при нулевых условиях на  $\pm\infty$  является, в частности, уединенная волна, что дает после перехода к исходным переменным солитон деформации  $u_x \equiv f$ :

$$f(\theta) = \frac{B}{1 + \beta} \operatorname{ch}^{-2} \left[ \frac{(1 - \nu)}{\nu} \left( \frac{6B}{1 + \nu + 2\epsilon p^2 B} \right)^{1/2} (\theta + C) \right], \quad (5)$$

где, как и в (3), малый параметр  $\epsilon = h^2/\Lambda^2 = u/\Lambda$  введен так, чтобы слагаемые, описывающие нелинейность и дисперсию волны, имеющую характерную длину  $\Lambda$ , были бы равны по

порядку величины (см. [3]) и малы по сравнению с линейными. Остальные множители заданы равенствами:

$$p^2 = 1 + k^2, \quad B = (V^2 - 1)/(\epsilon p^2), \quad (6)$$

$$\beta = \beta(\nu, E; l, m) = \frac{2(1 - 2\nu)(1 + \nu)}{3E(1 - \nu^2)} \times \\ \times \left[ (1 - 2\nu)^2(l + 2m) + 6\nu m(1 - \nu) \right], \quad (7)$$

причем в данной задаче оказывается, что  $\beta$  не зависит от модуля Мурнагана  $n$ . Видно, что такое решение существует, если скорость волны лежит вне "мертвой зоны" [3] и такова, что

$$V^2 > 1 \text{ или } V^2 < (1 - \nu)/2. \quad (8)$$

Отметим, что  $\beta < -1$  для большинства металлов и полистирола, поэтому для них решение (5) описывает сверхзвуковые уединенные волны сжатия (для которых  $B > 0$ ), т. е. продольные волны плотности.

Экспериментальная установка, описанная в [6], позволяет фиксировать напряженное состояние образца на интерферограмме. Выведем формулу, связывающую искривление интерференционных полос с амплитудой продольной деформации в пластине. Сдвиг полос на интерферограмме  $\Delta K$  обусловлен разностью фаз световой волны  $\lambda$  в деформированном  $\Delta\phi_2$  и недеформированном  $\Delta\phi_1$  состояниях:

$$\Delta K = \frac{\Delta\phi_2 - \Delta\phi_1}{2\pi}. \quad (9)$$

Сдвиги фаз вызваны, в свою очередь, прохождением света через среды с разными показателями преломления, а именно воду с показателем  $n_0$ , недеформированную пластину с  $n_1$  или деформированную пластину с  $n_2$ . В результате получаем

$$\Delta\phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \left( (L - h)n_0 + hn_1 \right), \\ \Delta\phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \left( (L - h - 2\Delta h)n_0 + (h + 2\Delta h)n_2 \right), \quad (10)$$

где учтено то, что локализованная волна сжатия (солитон) вызывает местное увеличение толщины пластины на  $2\Delta h$ ,  $L$  — толщина кюветы. Неизвестный заранее показатель преломления деформированного материала  $n_2$  определяется по относительному изменению плотности пластины  $\delta\rho$ :

$$n_2 - n_1 = -(n_1 - 1) \frac{\rho_0 - \rho}{\rho} \equiv (n_1 - 1)\delta\rho. \quad (11)$$

В силу постоянства массы элементарных объемов до и после деформации объемное расширение  $D$  равно отношению изменению плотности  $\delta\rho$  при распространении волны деформации вдоль оси  $x$   $D = \delta\rho/\rho$ . С другой стороны,  $D$  есть отношение разности элементарных объемов  $dV - dv$  в актуальной и отсчетной конфигурациях к объему  $dv$  в отсчетной конфигурации [7], которое можно записать в виде

$$D = (1 + 2I_1 + 4I_2 + 8I_3)^{1/2} - 1, \quad (12)$$

где  $I_k$  суть инварианты  $I_k(C)$  тензора конечных деформаций Коши-Грина  $C$  [7]. Поскольку  $\Delta h$  есть смещение  $w$  на поверхности пластины, то с учетом (1), (9), (11), (12) получаем следующее точное соотношение, связывающее смещение интерференционных полос  $\Delta K$  и деформации:

$$\Delta K = \frac{\nu h(u_x + u_y)}{1 - \nu} (n_1 - n_0 - D(n_1 - 1)) - hD(n_1 - 1). \quad (13)$$

С учетом условия малости деформаций с точностью до слагаемых  $O(u_x^2)$  формула (13) может быть упрощена, что позволяет выразить в явном виде волну продольной деформации  $u_x$  по сдвигу полос:

$$u_x = -\lambda \Delta K \left\{ \frac{h(1 + k^2)}{1 - \nu} \left[ (1 - 2\nu)(n_1 - 1) + \nu(n_1 - n_0) \right] \right\}^{-1}. \quad (14)$$

В нашем случае  $k = 0$ , амплитуда солитона продольной деформации соответствует максимальному значению правой части последнего соотношения. Длина продольной волны измеряется непосредственно по интерферограмме.

Плотность мощности лазерного излучения, воздействующего на мишень, определялась измерителем энергии, поддерживалась постоянной во время всего эксперимента и равной  $2.3 \cdot 10^8$  Вт/см<sup>2</sup>. Голографическая регистрация исследуемого процесса производилась в перпендикулярном к распространению волны направлении с использованием импульсного рубинового лазера ОГМ-20 в качестве источника излучения. Прозрачная пластина из полистирола просвечивалась плоским пучком света диаметром 50 мм на разных расстояниях от ее входного торца, для чего пластина вместе с кюветой, в которой она находилась, перемещалась перпендикулярно зондирующему пучку на нужные расстояния.

На рис. 2 представлены голографические интерферограммы солитона на следующих интервалах расстояний от входного торца: 40–90 мм (рис. 2, а), 60–110 мм (рис. 2, б).

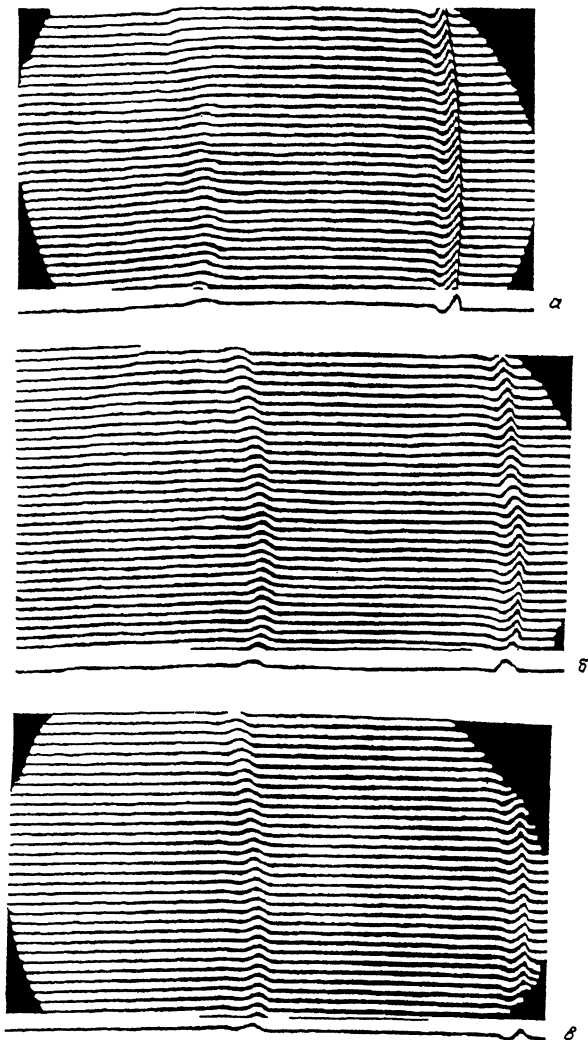


Рис. 2. Интерферограмма продольной плоской волны деформации, вошедшей в пластину. Плавный длинный изгиб интерференционных полос представляет собой уединенную волну деформации и показан в сноске под фотографией. *а* — левая граница кадра отстоит на 40 мм от входного торца пластины, правая — на 90 мм; *б* — левая граница кадра — 60 мм, правая — 110 мм. Видно отставание солитона от уходящей с большей скоростью и расплывающейся ударной волны (А). *в* — левая граница кадра — 75 мм, правая — 125 мм. Амплитуда и длина солитона не изменились, отставание от ударной волны (А) увеличилось.

75–125 мм (рис. 2, *в*). Плавный длинный изгиб интерференционных полос (солитон или, строго говоря, уединенная волна деформации) выделен и показан в сносках под каждой фотографией. На представленных интерферограммах в пластине видна первичная ударная волна  $A$ , инициировавшая солитон сжатия, а также вторичная ударная волна сложной формы (резкий изгиб полос на солитоне), образовавшаяся в результате последовательного отражения первичной ударной волны в жидкости от торца пластины, а затем от мишени, и вошедшая в пластину позднее.

Зарегистрированные интерферограммы позволяют проследить эволюцию волновой картины в пластине и визуализировать процесс формирования солитона при его последовательном распространении вдоль двумерного волновода, выполненного в виде тонкой пластины. Ударная волна  $A$  затухает по мере продвижения по пластине, однако ее скорость остается больше скорости линейной продольной звуковой волны в полистироле и скорости солитона (от кадра к кадру солитон отстает от нее). Сам солитон представляет собой достаточно протяженную продольную волну деформации сжатия корытообразной формы, за которой отсутствует сколько-нибудь значительная по амплитуде волна разрежения. Форма и длина солитона подобны форме и длине солитона в волноводе, выполненном в виде стержня из полистирола [4]. Так же, как и в стержне, форма наблюдаемой волны не претерпевает существенных изменений, что является важнейшим свойством именно уединенной нелинейной волны продольной деформации.

Расчет параметров солитона деформации сжатия, интерферограмма которого представлена на рис. 2, *а*, дает следующие значения:  $f = -1.15 \cdot 10^{-4}$ ,  $\Lambda = 32.6$  мм. Обработка интерферограмм, снятых на больших расстояниях и представленных на рис. 2, *б*, *в* дает практически те же результаты, что вполне согласуется с характерным для солитона свойством сохранять форму при распространении вдоль волновода и удовлетворяет условиям вывода основного уравнения распространения длинных нелинейных упругих волн в двумерных волноводах. Важно отметить отсутствие каких-либо поперечных возмущений на рис. 2, что служит подтверждением сделанного выше предположения о возможности генерирования плоской уединенной волны деформации, по крайней мере, в центральной области пластины. Амплитуда солитона продольной деформации в пластине, тем не менее, оказывается в 2.45 раза меньше, чем в стержне [6] при тех же условиях возбуждения.<sup>1</sup> Это позволяет предположить, что часть энергии распространяется как вдоль торца

<sup>1</sup> Солитон деформации сжатия в стержне, интерферограмма которого приведена в [6], имеет амплитуду  $a = 2.82 \cdot 10^{-4}$ .

пластины (из-за полного внутреннего отражения), так и внутри пластины в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны. Последнее явление, именуемое также дифракцией, исследовалось ранее теоретически в [8].

### Список литературы

- [1] Дудолодов И.П. и др. // ПМТФ. 1969. Т. 4. С. 148.
- [2] Бушман А.В. и др. // ЖЭТФ. 1996. Т. 109. В. 5. С. 1662-1670.
- [3] Samsonov A.M. Nonlinear strain waves in elastic waveguides. In: "Nonlinear waves in solids", A. Jeffrey, J. Engelbrecht eds. Springer, 1994.
- [4] Дрейден Г.В., Островский Ю.И., Самсонов А.М., Семенова И.В., Сокуринская Е.В. // ЖТФ. 1988. Т. 13. В. 10. С. 2040-2047.
- [5] Сокуринская Е.В. // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. В. 3. С. 36-41.
- [6] Дрейден Г.В., Порубов А.В., Самсонов А.М., Семенова И.В., Сокуринская Е.В. // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 1. В. 11. С. 42-46.
- [7] Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980. 512 с.
- [8] Потапов А.И., Солдатов И.Н. // Акустический журн. 1984. Т. 30. В. 6. С. 819-822.

Физико-технический  
институт им. А.Ф. Иоффе РАН  
С.-Петербург

Поступило в Редакцию  
13 сентября 1996 г.