

01;06

# ФОТОСТИМУЛИРОВАННОЕ РЕЗОНАНСНОЕ ТУННЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В КВАНТОВЫХ ЯМАХ С ДВУМЯ УРОВНЯМИ

© Д.Е.Миловзоров

Лазерное излучение является мощным инструментом для исследования фотостимулированного туннелирования и электронной транспортировки в полупроводниковых сверхрешетках [1].

Для системы квантовых ям с двумя уровнями взаимодействующих с резонансным лазерным излучением гамильтониан системы может быть представлен в форме вторичного квантования следующим образом:

$$H = \sum_{k=1}^N \left[ E_{1k} c_{1k}^\dagger c_{1k} + E_{2k} c_{2k}^\dagger c_{2k} + \right. \\ \left. + \sum_{ij=1}^2 (V_{ikjk+1} c_{ik}^\dagger c_{jk+1} + h.c.) + (V_{12k} c_{1k}^\dagger c_{2k} + h.c.) \right],$$

где  $E_{1k}$  и  $E_{2k}$  — энергии уровней системы,  $V_{ikjk+1}$  — матричный элемент туннелирования,  $V_{12k}$  — матричный элемент взаимодействия системы с полем резонансного лазерного излучения. Населенности уровней определяются соотношениями:  $n_{1k} = c_{1k}^\dagger c_{1k}$ ,  $n_{2k} = c_{2k}^\dagger c_{2k}$ . Учитывая, что  $\frac{dn}{dt} = \frac{dc^+}{dt} c + c^+ \frac{dc}{dt}$ , получаем кинетические уравнения для населенностей уровней в виде  $\dot{n}_{jk} = -i \sum_{l,m} \sum_{jj'} (V_{jlj'm} c_{jl}^\dagger c_{j'm} - h.c.)$ ,

где  $l, m = k-1, k, k+1$ ;  $j, j' = 1, 2$ . Матричными элементами, описывающими более высокий порядок приближения  $V_{jlj'm} \approx V_{jl} V_{ujm}$  ( $l \neq m, j \neq j'$ ), можно пренебречь. Уравнения для населенностей двухуровневой системы с одношаговыми марковскими переходами имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{n}_{1k} = & -W_{12k}(n_{1k} - n_{2k}) - n_{1k}(W_{1k1k+1} + W_{1k1k-1}) + \\ & + W_{1k-11k} n_{1k-1} + W_{1k+11k} n_{1k+1}, \\ \dot{n}_{2k} = & W_{12k}(n_{1k} - n_{2k}) - n_{2k}(W_{2k2k-1} + W_{2k2k+1}) + \\ & + W_{2k-12k} n_{2k-12k} n_{2k-1} + W_{2k+12k} n_{2k+1}, \end{aligned}$$

где  $W_{12k}$  — вероятность перехода с основного на возбужденный уровень при взаимодействии с электромагнитным полем лазерного излучения,  $W_{ikjk-1}, W_{ikjk+1}$  — вероятности туннельных переходов из  $k$ -й системы в двухуровневые системы с индексами  $k-1$  и  $k+1$ . Величина  $W_{12k}$  зависит от времени как  $W_{12k} \approx \frac{1}{2} \frac{\Omega_R^2}{\Omega^2} (1 - \cos(\Omega t))$ , где  $\Omega^2 = \Omega_R^2 + \delta_0^2$ ,  $\delta_0 = \omega_l - \omega_{12}$ ,  $\Omega_R = \frac{e d E_l}{\hbar}$  — частота Раби. Вероятность туннельного перехода электрона определяется формулой Брейта–Вигнера [2]:  $W_{ij} \sim \frac{\Delta_{ij}^2}{4(\omega_i - \omega)^2 + \Delta_{ij}^2}$ , где  $\Delta_{ij}$  — ширина уровня,  $\hbar\omega$  — энергия.

Используя производящую функцию вероятности  $F(z, t) = \sum_k z^k n_k(t)$ , где  $z$  — вспомогательная переменная, можно преобразовать систему к виду

$$\dot{F}_1(z, t) = W_{12k} F_2(z, t) + F_1(z, t) \times$$

$$\times \left[ W_{1k-11k} z + W_{1k+11k}/z - (W_{12k} + W_{1k1k-1} + W_{1k1k+1}) \right],$$

$$\dot{F}_2(z, t) = W_{12k} F_1(z, t) + F_2(z, t) \times$$

$$\times \left[ W_{2k-12k} z + W_{2k+12k}/z - (W_{12k} + W_{2k2k-1} + W_{2k2k+1}) \right].$$

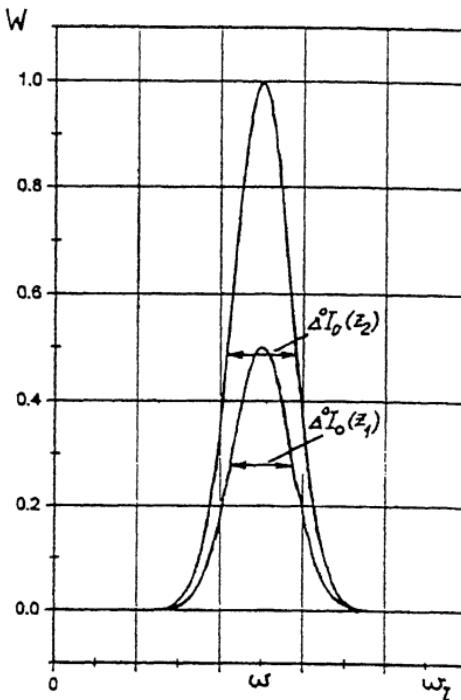
Решение этой системы уравнений получим в следующем виде:  $F_2(z, t) = C_1 \exp(\lambda_1 t) + C_2 \exp(\lambda_2 t)$ , где  $\lambda_{1,2} = \frac{-W}{2}(1 \pm \sqrt{1 - 4\theta/W^2})$ ,  $W = W^\sim + W^*$ ,  $\theta = W^\sim W^* - W_{12k}^2$ ,  $W^\sim = W_{1k-11k} z + W_{1k+11k}/z - (W_{12k} + W_{1k1k-1} + W_{1k1k+1})$ ,  $W^* = W_{2k-12k} z + W_{2k+12k}/z - (W_{12k} + W_{2k2k-1} + W_{2k2k+1})$ . Приближенное решение получим при выполнении условия  $4\theta \ll W^2$ :

$$n_{2k}(t) \cong n_{2k}(0) \times$$

$$\times \left( 1 - \exp(-(2W_{12k} + W_{1k1k-1} + W_{1k1k+1} + W_{2k2k-1} + W_{2k2k+1})t) \right) \times$$

$$\times \sum_l \frac{t^{2l+k} (W_{2k-12k} + W_{1k-11k})^{l+k} (W_{2k+12k} + W_{1k+11k})^l}{(l+k)! l!}.$$

Выражение для ширины уровня определяется как  $\Delta_{ij} = \frac{\pi}{\hbar} |V_{ij}|^2 \rho(E_i)$ . Матричный элемент туннелирования  $V_{ij}$  зависит от времени, как  $V_{ij} = V_{ij}^0 \exp(-S)$ , где, согласно раз-



**Рис. 1.** Спектральная зависимость вероятности туннелирования при  $I_0(z_2) > I_0(z_1)$ , где  $z_i = \frac{eE_l}{\hbar} \sqrt{\frac{m}{2}} \int_0^d \frac{x dx}{\sqrt{U_0 - E_i}}$ .

ложением по теории возмущений, верно

$$S \approx -\frac{2}{\hbar} \int_0^d \sqrt{2m(U_0 - E_i)} dx + \frac{1}{\hbar} \int_0^d \frac{m\delta U}{\sqrt{2m(U_0 - E_i)}} dx$$

при

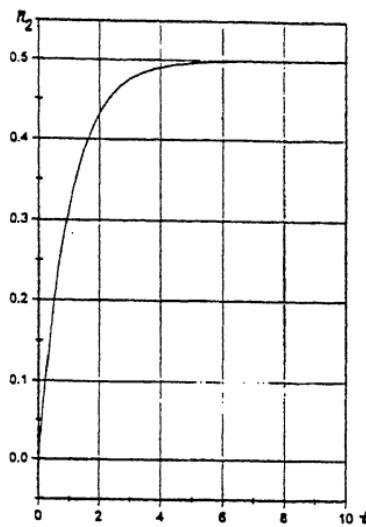
$$U = U_0 + \delta U, \quad \delta U \ll U, \quad \delta U = eE_l x \cos(\omega_l t),$$

$E_l$  и  $\omega_l$  — напряженность поля и частота лазерного излучения. Тогда ширина уровня зависит от времени как [3]

$$\Delta_{ij} = \Delta_{ij}^0 \exp(z_i \cos(\omega_l t)),$$

где

$$z_i = \frac{eE_l}{\hbar} \sqrt{\frac{m}{2}} \int_0^d \frac{x dx}{\sqrt{U_0 - E_i}}.$$



**Рис. 2.** Эволюция населения верхнего уровня в случае некогерентного взаимодействия при  $\Delta \approx \Delta_{ij2k}^0 I_0(z_{2k})$ .

Так как

$$\exp(z \cos(wt)) = I_0(z) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} I_m(z) \cos(mwt)$$

согласно [4] ( $I_m(z)$  — модифицированная функция Бесселя  $m$ -го порядка), то, учитывая, что при  $z \leq 1$ ,  $I_0(z) \gg I_m(z)$ , верно  $\Delta \approx \Delta^0 I_0(z)$ . В этом случае выражение для вероятности туннелирования имеет вид  $W_{ij} \sim \frac{\Delta_{ij}^{02} I_0^2(z)}{4(\omega_l - \omega)^2 + \Delta_{ij}^{02} I_0^2(z)}$ .

Следовательно, ширина пика спектра вероятности туннелирования электрона определяется величиной функции  $I_0(z)$  (рис. 1). Подставляя полученную формулу для  $W_{ij}$  в выражение для населения  $n_{2k}(t)$ , а также учитывая, что  $I_0(z_2) \gg I_0(z_1)$  при  $z_2 > z_1$  и медленное возрастание  $\cos(\Omega t)$ , относительно экспоненциального роста получим  $n_{2k}(t) \approx \approx n_{2k}(0) \left(1 - \exp\left(\frac{-\Delta_{ij2k}^0 I_0^2(z_{2k})}{4(\omega_l - \omega)^2 + \Delta_{ij2k}^0 I_0^2(z_{2k})} t\right)\right)$ . Полученное выражение имеет вид, аналогичный результатам рассмотрения двухуровневой системы с фазовой релаксацией при некогерентном взаимодействии поля [5]. В этом случае населенность апериодически стремится к равному заселению уровней (рис. 2). Заслуживает также внимания эффект полевого уширения спектра вероятности туннелирования с возбужденного уровня. Причем возникающее уширение пика ре-

зонанса, обусловленное взаимодействием с электромагнитным полем лазерного излучения, увеличивает интегральную величину прозрачности барьера, отличается от уширения резонанса за счет электрон-фононного взаимодействия [6]. Величина туннельного тока в этом случае определяется составляющей через возбужденные уровни системы. Пик спектра тока туннелирования соответствует пику спектра при упругом резонанском туннелировании (при  $\hbar\omega_l = E_{2k} - E_{1k}$ ), но имеет ширину, определяемую полем лазерного излучения.

### Список литературы

- [1] Keay B.J. et al. // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 75. P. 4098.
- [2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М.: Наука, 1989. 768 с.
- [3] Закурдаев И.В., Миловзоров Д.Е. // Письма в ЖЭТФ. 1992. Т. 55. С. 265.
- [4] *Handbook of mathematical functions* / Ed. by Abramovitz M., Stegun I.A., Dover. N.Y., 1972. P. 376.
- [5] Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые системы. М.: Мир, 1978. 219 с.
- [6] Глазман Л.И., Шехтер Р.И. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. С. 292.

Институт радиотехники  
и электроники РАН  
Москва

Поступило в Редакцию  
30 мая 1996 г.