

01;08;09

СТОХАСТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС В СИСТЕМЕ С СОЛИТОННОЙ ДИНАМИКОЙ

© Г.Н.Бурлак, К.Ишкабулов, С.О.Мироненко

В последние годы эффекты, связанные с возникновением самоорганизации в различных нелинейных системах, привлекают значительное внимание [1-6]. Будучи существенно нелинейным, явление самоорганизации возникает в результате развития той или иной неустойчивости, когда амплитуды волн достигают больших значений. Особый интерес вызывает пространственно-временная самоорганизация или возникновение когерентного движения в системе из шумовой затравки при независимых от времени внешних условиях. При этом в качестве объектов, формирующих такие состояния, могут выступать солитоны как динамические собственные возбуждения нелинейных систем. Однако ввиду стохастичности затравки в настоящее время активно обсуждается вопрос об оптимальности характеристик развитого когерентного движения по отношению к уровню шума или о стохастическом резонансе. Данное явление сравнительно подробно изучено для случая пространственно однородных сред (см. [6] и приведенные там ссылки). Однако наибольший интерес явление стохастического резонанса вызывает в системах с пространственно-временной динамикой, исследование которых сейчас только разворачивается [1,2,5-9].

В [5] исследовано акустоэлектромагнитное взаимодействие в ограниченном кристалле с квадратичной электрострикцией в присутствии шума. Было показано, что в данной системе когерентное движение возникает в отсутствие периодического воздействия, что связано с ее существенно нелинейными свойствами. Однако использованное в [5] предположение о постоянстве фаз (вещественности амплитуд) волн позволило только качественно описать данное явление.

Впервые подобный эффект и его связь со стохастическим резонансом без внешней силы изучались в [4], где рассмотрена пространственно однородная модельная система с предельным циклом, существование которого зависит от значения управляющего параметра. Важно, что в докритических условиях предельный цикл отсутствует, однако может возникнуть при введении шума. Таким образом, в системе возникает стимулированное шумом когерентное движение, при этом зависимость отношения сигнал/шум

(ОСШ), характеризующего степень когерентности движения, от величины шума имеет резонансный вид.

В данной работе исследовано формирование когерентного движения из шумового источника при нелинейном акустоэлектромагнитном взаимодействии в кристалле с квадратичной электрострикцией с учетом комплексной пространственно-временной солитонной динамики. Показано, что зависимость отношения сигнал/шум от уровня шума имеет ярко выраженный резонансный характер (стохастический резонанс).

Безразмерные уравнения для комплексных амплитуд, описывающие динамику взаимодействия, имеют вид [9]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial z} &= i \left(A_2 A_3^2 e^{i(\Delta k z - \Delta \omega \tau)} - 2G_1 A_1 |A_3|^2 \right), \\ \frac{\partial A_2}{\partial z} &= i \left(A_1 A_3^{*2} e^{-i(\Delta k z - \Delta \omega \tau)} - 2G_2 A_2 |A_3|^2 \right), \\ \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \tau} + \Gamma \right) A_3 &= \\ &= i A_1 A_2^* A_3^* e^{-i(\Delta k z - \Delta \omega \tau)} - i A_3 \left(G_1 |A_1|^2 + G_2 |A_2|^2 \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где $A_{1,2}$ — амплитуды электромагнитных волн с частотами $\omega_{1,2}$; A_3 — амплитуда акустической волны; $G_{1,2}$ — коэффициенты, связанные с модулями квадратичной электрострикции; Γ — параметр затухания; z, τ — безразмерные пространственная и временная переменные; $\Delta k, \Delta \omega$ — безразмерные малые расстройки.

В связи со сложностью задачи и отсутствием аналитических решений в работе был выполнен компьютерный эксперимент путем численного решения нелинейной системы комплексных уравнений (1) при граничных и начальных условиях:

$$\begin{aligned} A_1(0, \tau) &= f_1(\tau), \quad A_2(0, \tau) = 0, \quad A_3(0, \tau) = f_3(\tau) + R^2 A_3(L, \tau - L), \\ A_3(z, 0) &= 0, \quad A_3(L, \tau) = 0 \quad \text{при } \tau < 0. \end{aligned}$$

Здесь $R^2 = R_0 R_L e^{-\Gamma L}$, $R_{0,L}$ — коэффициенты отражения при $z = 0, L$, $L = l/l_{nl}$ — безразмерная длина кристалла, l_{nl} — пространственный масштаб нелинейного взаимодействия. Для вычислений была использована двухшаговая схема второго порядка точности. Точность вычислений контролировалась с помощью уменьшения шага сетки и проверки выполнения законов сохранения. Вычисления проведены при таких значениях параметров: пространственный

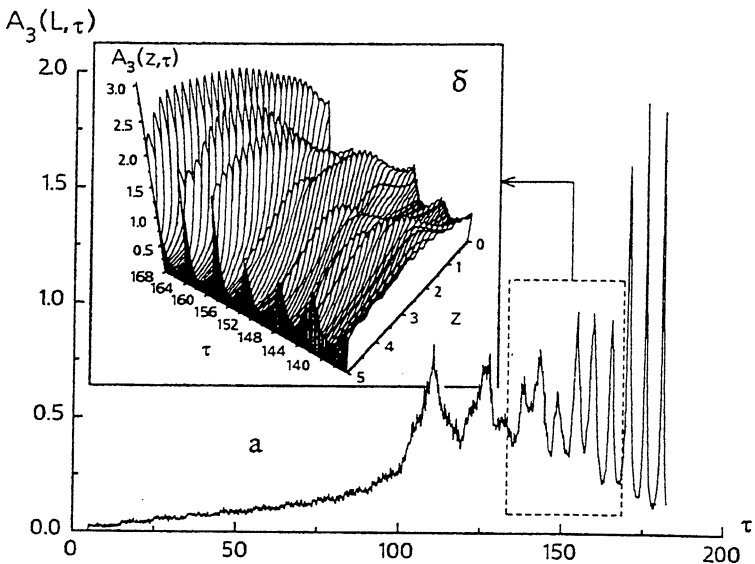


Рис. 1. Динамика волн в кристалле при надкритических условиях: а — зависимость амплитуды акустической волны на выходе $A_3(L)$ от времени; б — пространственно-временная динамика формирования когерентного движения из шумовой затравки.

шаг сетки $h = 0.025$; временной шаг сетки $\Delta\tau = 0.02$; $L = 5$; $\Gamma = 0.015$; $R_0 R_L = 0.9$; амплитуда накачки $f_1(\tau) = 1$; уровень шума $f_{30} = 0.05$. Результаты приведены на рис. 1-3.

В докритических условиях на выходе системы наблюдаются только шумы, что подтверждается типично шумовым видом частотного спектра акустической волны на выходе $A_3(L)$. Однако уже при слабой надкритичности выходной сигнал начинает быстро возрастать и в кристалле формируются два звуковых солитоноподобных импульса на расстоянии L один от другого, начинающие периодически обегать кристалл, т. е. период появления импульса на выходе равен L . Такой процесс отвечает установлению в системе стимулированного шумом когерентного движения. За время порядка нескольких проходов импульсы резко усиливаются и сжимаются (рис. 1). Как показал расчет, период такого процесса определяется свойствами системы, ее длиной, пространственным нелинейным масштабом, связанным со входной амплитудой накачки, и не зависит от характеристик шума. Это, по-видимому, означает, что данные колебания отвечают "собственной солитонной моде" системы, которая устанавливается независимо от конкретного вида возмущения.

В момент начала формирования импульсов вследствие параметрической неустойчивости энергия акустической

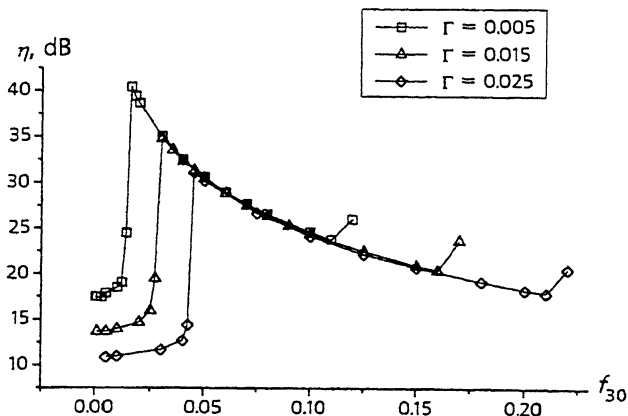


Рис. 2. Зависимость отношения сигнал/шум η от уровня шума f_{30} при различных параметрах надкритичности.

волны W резко возрастает, флуктуируя затем вблизи стационарного значения. В процессе эволюции импульсы усиливаются и сжимаются, однако так, что площадь квадрата их амплитуды (энергия) практически не изменяется. Таким образом, отношение энергии акустической волны к квадрату амплитуды шума $\eta = W/f_{30}^2$ можно трактовать как ОСШ. Как обнаружили расчеты, зависимость ОСШ от уровня шума f_{30} имеет ярко выраженный максимум (рис. 2). При выбранных параметрах величина η оказывается максимальной при $f_{30} \approx 0.03$. С уменьшением параметра надкритичности Γ величина η_{\max} возрастает и смещается в область малых f_{30} . Таким образом, в исследуемой системе обнаруживается явление стохастического резонанса без внешнего периодического воздействия. Отметим, что для построения рис. 2 требуется значительный объем вычислений, что связано с ожиданием установления возникающего из шума когерентного движения с учетом пространственно-временных эффектов. Из рис. 2 также следует, что начиная с $f_{30} \approx 0.17$ ОСШ снова начинает возрастать. Однако, как показал расчет, при этом величина η уже не будет характеризовать когерентное движение, поскольку при значительных f_{30} выходной сигнал представляет собой хаотическую последовательность более или менее сформировавшихся импульсов. Эта ситуация подобна поведению ОСШ в модельной системе [4].

Для выяснения влияния модуляции электромагнитной накачки на данный эффект далее был исследован случай,

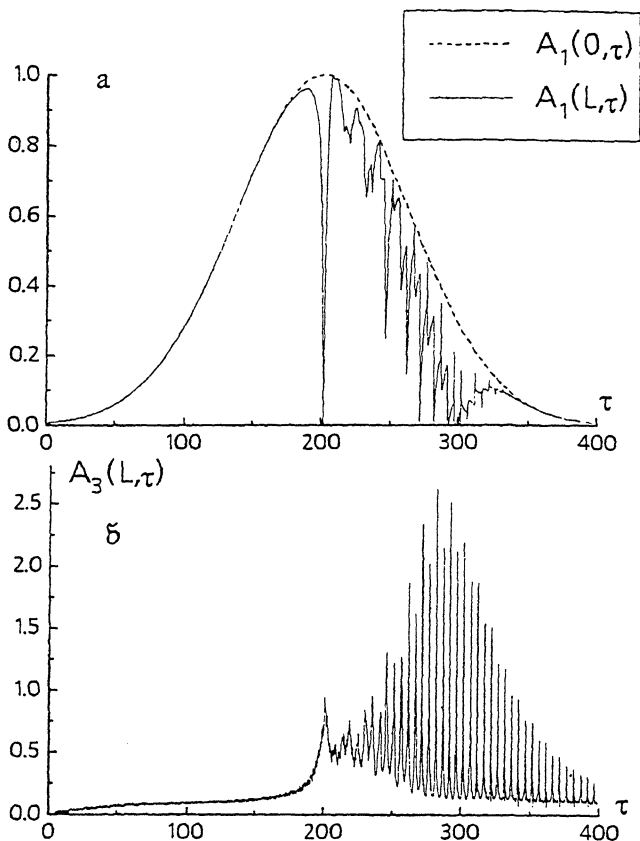


Рис. 3. Прохождение гауссового электромагнитного импульса накачки через кристалл: а — электромагнитный импульс $A_1(L, \tau)$ (пунктир — $A_1(0, \tau)$), б — акустическая волна на выходе $A_3(L, \tau)$.

когда импульс накачки имеет гауссову форму. Расчет показал, что динамика процесса при этом существенно зависит от длительности импульса.

Сравнительно “узкий” импульс практически не меняет форму, так как его энергия недостаточна для раскачки неустойчивости и перехода в нелинейный режим, когда происходит возбуждение акустических солитонов.

В случае значительной длительности импульса накачки на выходе системы обнаруживается серия мощных акустических солитонов (рис. 3), что отвечает формированию когерентного движения в системе. Однако, как и следовало ожидать, из-за диссипации звука эти солитоны затухают после выхода импульса накачки из системы.

Данный эффект был также исследован при разных типах шума. При одинаковых средних значениях заметной разницы в динамике обнаружено не было. Интересно, что в режиме формирования импульсов наличие шума на входе не обязательно. Выключение шумового источника на этапе развития неустойчивости не ухудшало формирование импульсов, наоборот, благодаря отсутствию шумовых возмущений оно происходило несколько быстрее. Это раскрывает природу формирования акустических солитонов как раскачку собственной нелинейной моды системы, которая, будучи возбуждена, может существовать далее и при однородных граничных условиях. При этом компенсация потерь энергии в системе (поглощение и неидеальность отражения) происходит за счет энергии электромагнитной волны накачки.

Список литературы

- [1] *Cross M.C., Hogenberg P.C.* // Rev. Mod. Phys. 1993. V. 65. (part 2). N 3. P. 851-1112.
- [2] *Abarbanel D.I., Brown R. et al.* // Rev. Mod. Phys. 1993. V. 65. N 4. P. 1331-1392.
- [3] *Arecchi F.T., Giacomelli G. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. N 8. P. 1099-1102.
- [4] *Ditzinger T., Haken H. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. N 6. P. 807-810.
- [5] *Бурлак Г.Н.* // Письма в ЖЭТФ. 1994. Т. 59. В. 9. С. 625-629.
- [6] *Bulsara A.R., Gammaitoni L.* // Physics Today. March 1996. P. 39-45.
- [7] *Benzi R., Sutera A., Vulpiani A.* // J. Phys. 1985. A18. N 12. P. 2239-2245.
- [8] *Шербаков А.С., Позднов И.Б.* // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. В. 17. С. 12-18.
- [9] *Бурлак Г.Н.* // ЖЭТФ. 1990. Т. 97. В. 5. С. 1607-1615.

Международный
научно-технический университет
Киев, Украина

Поступило в Редакцию
20 августа 1996 г.