

Упругие свойства и теплоемкость опаловых матриц и 3D-нанокompозитных сред на их основе

© А.Б. Ринкевич¹, Д.В. Перов¹, М.И. Самойлович², С.М. Клещева²

¹ Институт физики металлов УрО РАН,
Екатеринбург, Россия

² ОАО ЦНИТИ „Техномаш“,
Москва, Россия

E-mail: rin@imp.uran.ru

(Поступила в Редакцию 13 апреля 2010 г.)

Исследованы упругие свойства опаловых матриц и 3D-нанокompозитов на их основе, а также их теплоемкость. Проведены измерения скоростей и коэффициентов затухания продольных и поперечных волн при комнатной температуре. По значениям скоростей ультразвука рассчитана температура Дебая. Изучена температурная зависимость теплоемкости опаловой матрицы. Показано, что низкотемпературная часть зависимости содержит вклады, пропорциональные первой и третьей степени температуры. Установлено, что значения температур Дебая, определенные по скоростям ультразвука и по теплоемкости, значительно различаются.

Работа выполнена по плану РАН (тема № 01.2.006 13391), при частичной поддержке программы № П.2 ОФН РАН и гранта РФФИ № 09-02-13531-офи_ц.

1. Введение

Опаловые матрицы, комбинирующие в определенном смысле свойства кристаллических и аморфных твердых тел, представлены решетчатыми (гранцентрированными кубическими) упаковками наносфер из рентгено-аморфного оксида кремния. В межсферические полости различными методами могут быть внесены наночастицы других веществ и таким образом получены 3D-нанокompозиты. Например, если полости заполнены частицами магнитоупорядоченного вещества, то получается нанокompозит, который относится к классу как магнитных метаматериалов, так и магнитофотонных кристаллов. Наличие периодичности приводит к запрещенной щели в фононном спектре опаловых матриц, которая соответствует частотам в один или несколько десятков гигагерц [1]. Вблизи щели в спектре такие материалы имеют отрицательный акустический коэффициент преломления. Ультразвуковые волны с частотами в единицы мегагерц можно рассматривать как поток когерентных фононов, соответствующих длинноволновому пределу акустической ветви фононного спектра. Поэтому должна существовать корреляция между упругими и тепловыми свойствами матриц. Был выполнен ряд экспериментальных работ по определению скорости упругих волн в опаловых матрицах и по установлению связи между их упругими и тепловыми свойствами [2,3]. Измерена температурная зависимость скорости продольных ультразвуковых волн в опаловых матрицах. При комнатных температурах определено значение скорости $2.1 \cdot 10^5$ cm/s, что значительно меньше, чем у плавленого кварца.

Теплоемкость и теплопроводность некристаллических твердых сред имеют существенные отличия от кристаллических как по величине, так и по типу температурной

зависимости. В [4] измерены температурные зависимости теплопроводности и теплоемкости нескольких некристаллических твердых сред, в том числе аморфного SiO₂. Установлено, что теплопроводность материала в кристаллическом состоянии, как правило, больше теплопроводности этого же материала в аморфном состоянии, а теплоемкость кристаллического материала, наоборот, меньше аморфного. Проведена аппроксимация температурных зависимостей аморфных сред степенными функциями и показано, что низкотемпературные зависимости теплоемкости отличаются от закона Дебая, причем для аморфных сред характерно появление вклада, пропорционального температуре.

Исследование теплоемкости и теплопроводности низкоразмерных сред и нанокompозитов позволяет сделать заключения о механизме рассеяния фононов. Предполагается, что в низкоразмерных наноструктурах возможно многоканальное распространение и рассеяние фононов [5]. В работе [6] измерены температурные зависимости теплоемкости и теплопроводности опаловой матрицы. По данным теплоемкости матрица ведет себя подобно пористым аморфным материалам. По данным теплопроводности опаловая матрица похожа на частично закристаллизованные аморфные материалы. Для установления полной картины рассеяния фононов особенно важны размеры и состояние областей контакта между субмикронными сферами. Поэтому исследованиям теплопроводности 3D-нанокompозитов на основе опаловых матриц с частичным заполнением межсферных промежутков уделялось существенное внимание [7–9]. Введением кристаллического и аморфного селена, соединений PbSe и NaCl в поры опаловых матриц получены 3D-нанокompозиты и измерена их теплопроводность.

Можно полагать, что наличие наночастиц в нанополостях окажет влияние и на упругие свойства 3D-нанокompозитов.

позитов на основе опаловых матриц. Расчеты механических свойств межзеренной фазы в нанокристаллических и пористых материалах дают возможность установить связь между усредненными упругими модулями двухкомпонентной среды и модулями составляющих среду компонент [10]. Однако систематических экспериментальных работ с 3D-наноконкомпозитами на основе опаловых матриц не было проведено. Более того, в материалах данного класса до настоящего времени не была измерена скорость поперечных ультразвуковых волн, что не позволяло сопоставить имеющиеся результаты с теорией Дебая и установить границы ее применимости в данном случае. Действительно, измерения скорости поперечных волн позволяют, в частности, рассчитать температуру Дебая, а поскольку скорость продольных волн в опаловой матрице существенно меньше скорости для плавленого кварца можно было ожидать различий и в температуре Дебая. Необходимые измерения и расчеты являются одной из целей настоящей работы.

2. Приготовление образцов и методика измерений

Для измерения упругих свойств и теплоемкости использовались образцы опаловых матриц с диаметрами наносфер SiO_2 от 250 до 310 nm, которые были получены с использованием следующих технологических операций. Субмикронные сферы рентгеноаморфного SiO_2 были получены по технологии, основанной на реакции гидролиза тетраэфира ортокремневой кислоты $\text{Si}(\text{OC}_2\text{H}_5)_4$ с раствором этанола $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$. Реакция проводилась в присутствии гидроксида аммония NH_4OH , которая служила катализатором. При реакции гидролиза на первом этапе образовывались мелкие разветвленные наночастицы, а затем в процессе поликонденсации они превращались в частицы аморфной двуокиси кремния сферической формы. После отстаивания суспензии и удаления гидролизата остался упорядоченный осадок, который представляет собой гидрогель с содержанием жидкости до 50–60 wt.%, по виду мелоподобный, легко ломающийся. Поэтому с целью упрочнения полученных опаловых матриц, последовательно проводились различные стадии термообработки. Контроль правильности упаковки наносфер проводился по форме и ширине полос брэгговского отражения. Электронно-микроскопическое изображение опаловой матрицы показано на рис. 1, *a*. В результате проведенных операций были получены опаловые матрицы с высокой механической прочностью, что важно для дальнейших действий по получению наночастиц в нанополостях методом многократной пропитки.

Метод основан на пропитке опаловой матрицы веществом-прекурсором с определенным химическим составом с последующей термообработкой, в процессе которой в межсферических пустотах опаловой матрицы формируется необходимый химический состав.

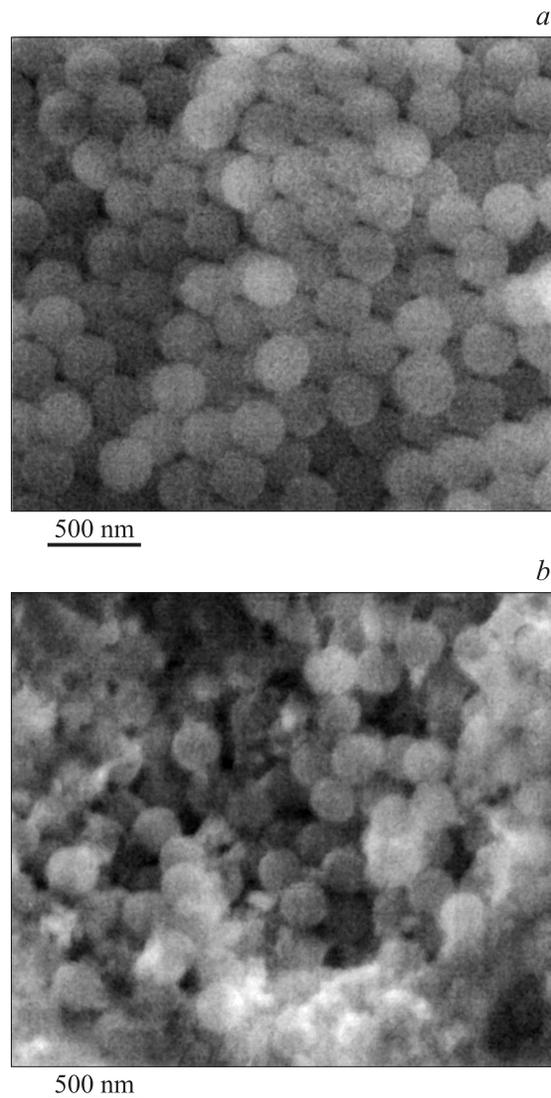


Рис. 1. Электронно-микроскопическое изображение. *a* — опаловой матрицы, *b* — 3D-наноконкомпозита.

Вещества-прекурсоры должны обладать хорошей растворимостью в воде (или в других растворителях) и переходить в оксиды (или в другие соединения) при умеренных температурах термообработки. В качестве таких прекурсоров можно использовать растворимые соли металлов. В процессе пропитки водные растворы солей самопроизвольно, за счет капиллярного эффекта, заполняют поры опаловой матрицы. В последующем проводится термообработка, в процессе которой происходит преобразование химического состояния внесенных прекурсоров и удаляется несвязанная вода. Данная процедура повторялась многократно (до 20 пропиток) с постепенным заполнением межсферических нанопустот опаловой матрицы. При внесении наночастиц манганита лантана, допированного свинцом $\text{La}_{0.67}\text{Pb}_{0.33}\text{MnO}_3$, увеличение веса образца составило $\sim 0.4\%$ на одну пропитку. Отжиг образцов осуществлялся в атмосфере кисло-

Таблица 1. Скорости и коэффициенты затухания продольных волн

Образец	Размер, mm	15 MHz		5 MHz		2.5 MHz	
		c_l , km/s	α_l , dB/cm	c_l , km/s	α_l , dB/cm	c_l , km/s	α_l , dB/cm
Опаловая матрица-1	$15.2 \times 9.5 \times 3.5$	2.66	16.4	2.48		2.52	
Опаловая матрица-2	$15.2 \times 10.3 \times 3.7$	2.67	10.1	2.56	9.5		8.1
Нанокompозит, 10 пропиток манганитом	$7.4 \times 6.35 \times 3.6$	2.52	19.4	2.74	15.3		
Нанокompозит, 15 пропиток манганитом	$9.1 \times 5.1 \times 3.1$	3.29	11.3	3.3	14.5		

рода при 800°C в течение 4 h. Как видно из рис. 1, *b*, частицы введенных фаз имеют поликристаллическую структуру и характеризуются неправильной формой с размерами от 5 до 70 nm. Объемная концентрация внесенных фаз не превышает 3–5%. Из рис. 1, *b* видно, что внесенные частицы могут образовывать конгломераты, а операции, используемые при заполнении, изменяют площадь и условия контакта субмикронных сфер.

Ультразвуковые измерения скорости волн и коэффициентов затухания выполнены импульсным методом с использованием платы PCUS-10, инсталлированной в компьютер. Измерения выполнены на продольных волнах на частотах 2.5, 5 и 15 MHz и на поперечных волнах на частоте 2 MHz. Тактовая частота повторения импульсов не превышала 4 kHz, зондирующее напряжение $U_z = 400\text{ V}$. Для уменьшения влияния случайных шумов использовалась функция усреднения до 16 циклов. Образец временной развертки, содержащей систему эхо-импульсов, по которым определялась скорость и затухание, показан на рис. 2. Эта развертка получена при распространении продольных волн с частотой $f = 15\text{ MHz}$ в образце матрицы без заполнения. Часть измерений выполнена на остановке SNAP фирмы Rites (США). Ультразвуковые измерения проводились при комнатной температуре. Погрешность измерения скорости волн составляет около 1%. Погрешность коэффициента затухания определяется помимо обычных причин еще и возможной значительной непараллельностью граней образцов. Погрешность оценивается в $\sim 30\%$ от измеренной величины.

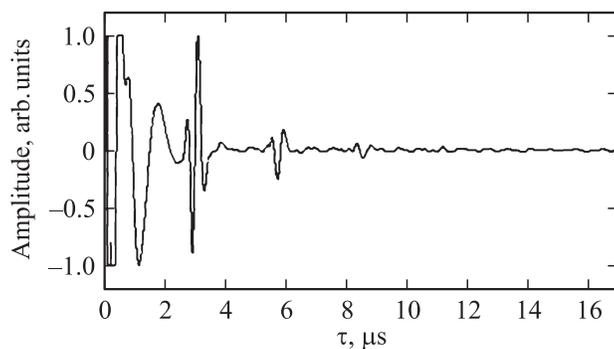


Рис. 2. Временная развертка принятого сигнала при ультразвуковых измерениях (продольные волны), содержащая картину эхо-импульсов. Частота $f = 15\text{ MHz}$.

Измерения теплоемкости были проведены с использованием установки PPMS-9 фирмы Quantum Design в температурном интервале от 2 до 300 K без магнитного поля. Кроме значений теплоемкости установка позволяет рассчитывать температуру Дебая, соответствующую каждой температуре измерения.

3. Скорости ультразвука, модули упругости и коэффициенты затухания

Для матрицы без заполнения были получены следующие значения скоростей волн: скорость продольных волн $c_l = 2.66 \cdot 10^5\text{ cm/s}$, скорость поперечных волн $c_t = 1.66 \cdot 10^5\text{ cm/s}$. Значение скорости поперечных волн для опаловой матрицы получено впервые. Оно достаточно важно для дальнейшего, поскольку дает возможность выполнить расчет температуры Дебая. Скорость продольных волн в наших образцах опаловых матриц оказалась несколько больше, чем в работе [2], что указывает на лучшее качество использованных нами образцов, в частности на лучшую адгезию субмикронных сфер друг к другу. Измерения скоростей и коэффициентов затухания продольных волн были выполнены на нескольких частотах. Использовались два образца матрицы без заполнения и два образца с 10 и 15 пропитками, в результате которых нанополости были частично заполнены манганитом $\text{La}_{0.67}\text{Pb}_{0.33}\text{MnO}_3$. Результаты измерений приведены в табл. 1. Из таблицы видно, что существует значительный разброс данных образцов без заполнения, связанный со свойствами индивидуального образца. Последнее особенно сказывается на значении коэффициента затухания α_l . Все же тенденция увеличения скорости продольных ультразвуковых волн при заполнении межсферного пространства наночастицами выглядит достоверной. Вероятно, это увеличение связано с изменением условий контакта сфер.

Длина волны ультразвука λ в исследуемых объектах на частотах мегагерцового диапазона составляет несколько десятых долей миллиметра, а типичный диаметр субмикронных сфер D — около 250 nm. Таким образом, реализуется условие $\lambda \gg D$. В этих условиях логично предполагать, что при распространении ультразвуковых волн осуществляются колебания акустической ветви фононного спектра. Различие диаметра и массы

Таблица 2. Скорости и коэффициенты затухания продольных волн в образцах матриц с разным диаметром сфер

Диаметр сфер, nm	c_l , km/s	α_l , dB/mm
250	3.25	1.2
265	2.35	1.4
295	2.28	1.9
310	2.69	3.5

субмикронных сфер, передающих упругие колебания, может сказаться на ультразвуковых характеристиках. Была приготовлена серия образцов со сферами разных диаметров от 250 до 310 nm. Результаты измерения их характеристик на продольных волнах на частоте $f = 15$ MHz приведены в табл. 2, из которой видно, что определенной закономерности в значениях скорости волн (при их неодинаковости) в образцах с разными диаметрами наносфер не наблюдается. Можно предположить, что на ультразвуковые характеристики в данном диапазоне частот влияет в первую очередь состояние области контакта субмикронных сфер, а не сам диаметр сфер.

Рассчитаем некоторые динамические упругие свойства опаловых матриц. Для приближенной оценки модулей упругости и коэффициента Пуассона будем исходить из формул, справедливых для поликристаллической среды. Для скоростей продольных и поперечных волн имеем

$$c_l = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}, \quad c_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}, \quad (1)$$

где ρ — плотность, E — модуль Юнга, G — модуль сдвига, ν — коэффициент Пуассона. Из (1) можно получить соотношение, которое будет использовано для определения коэффициента Пуассона:

$$\frac{c_l}{c_t} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}}. \quad (2)$$

Плотность образцов ρ была измерена пикнометрическим способом, результаты представлены в табл. 3. Зная скорости упругих волн, плотность и коэффициент

Пуассона, можно по формулам (1) рассчитать модули E и G . В табл. 3 приведены результаты расчетов модулей упругости и коэффициента Пуассона для двух образцов опаловой матрицы без заполнения и 3D-нанокompозитов с заполнением наночастицами манганита $\text{La}_{0.67}\text{Pb}_{0.33}\text{MnO}_3$, а также модуля всестороннего сжатия B , который можно рассчитать, зная модули E и G , по формуле

$$B = \frac{EG}{3(3G - E)}. \quad (3)$$

Модули упругости опаловой матрицы оказались несколько больше значений для плавленного кварца из [11], где $E = 7.3 \cdot 10^{10}$ dyn/cm², $G = 3.1 \cdot 10^{10}$ dyn/cm². Модуль всестороннего сжатия опаловой матрицы оказался несколько меньше значения $B = 3.7 \cdot 10^{10}$ dyn/cm² для плавленного кварца. Большое различие проявилось в значениях коэффициента Пуассона: в [11] $\nu = 0.172$. Отметим, что значение коэффициента Пуассона опаловой матрицы из табл. 3 ближе к значению $\nu = 0.076$, рассчитанному методом Фойхта–Ройсса–Хилла для поликристалла из модулей кристаллического α -кварца [11]. При заполнении межсферических полостей наночастицами манганита $\text{La}_{0.67}\text{Pb}_{0.33}\text{MnO}_3$ величина модулей упругости и особенно коэффициент Пуассона увеличивается.

4. Расчет температуры Дебая из скоростей ультразвука. Формула Линдемана

Знание скоростей распространения продольных и поперечных волн позволяет рассчитать температуру Дебая среды T_D по формуле [12]

$$T_D = \frac{h}{k} \left(\frac{9N}{4\pi} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{c_l^3} + \frac{2}{c_t^3} \right)^{-1/3}, \quad (4)$$

где h — постоянная Планка, k — постоянная Больцмана, N — число молекул в единице объема. Принимая для плавленного кварца значение $N = 2.2 \cdot 10^{28}$ cm⁻³ [12], учитывая величину коэффициента заполнения 0.75 и зная скорость продольных волн $c_l = 2.66 \cdot 10^5$ cm/s, скорость поперечных волн $c_t = 1.66 \cdot 10^5$ cm/s, из (4) получаем, что для опаловой матрицы $T_D = 153$ К. Заметим, что для плавленного кварца $T_D = 495$ К. Такая разница

Таблица 3. Плотность, коэффициент Пуассона и модули упругости опаловых матриц и 3D-нанокompозитов

Образец	Плотность ρ , g/cm ³	Коэффициент Пуассона ν	Модуль сдвига G , 10 ¹⁰ dyn/cm ²	Модуль Юнга E , 10 ¹⁰ dyn/cm ²	Модуль объемной упругости B , 10 ¹⁰ dyn/cm ²
Опаловая матрица-2	1.28	0.12	3.5	7.8	3.1
Опаловая матрица-3	1.28	0.09	4.1	8.9	3.4
Нанокompозит, 10 пропиток манганитом	1.33	0.23	3.5	8.6	3.9
Нанокompозит, 15 пропиток манганитом	1.31	0.24	4.8	11.9	5.5

в значениях связана в первую очередь с различием средних значений скорости звука

$$\bar{c} = \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{c_l^3} + \frac{2}{c_t^3} \right) \right]^{-1/3}$$

в материалах, а именно в плавленном кварце данная величина равна $4.11 \cdot 10^5$ cm/s [11], а для опаловой матрицы $\bar{c} = 1.82 \cdot 10^5$ cm/s.

Рассмотрим вопрос о том, колебания каких объектов — атомов или субмикронных сфер — вносят основной вклад в формирование полученного значения температуры Дебая. Фактически это ответ на вопрос, колебания каких объектов важны для низкочастотного предела фононного спектра. Для получения ответа используем формулу Линдемана в виде, приведенном в [13],

$$T_D = 137 T_m^{1/2} \rho^{1/3} / M^{5/6}, \quad (5)$$

где ρ — плотность, M — масса колеблющегося объекта, T_m — температура плавления. Плотность опаловой матрицы приведена в табл. 3, а под T_m в данном случае логично подразумевать температуру $T_m \approx 1220$ K, при которой происходит потеря дальнего порядка в расположении сфер. Тогда из (5) для M получается 72 a.m.u., что достаточно близко к величине молекулярной массы SiO_2 (60 a.m.u.).

5. Температурная зависимость теплоемкости

Температура Дебая может быть также определена по температурной зависимости теплоемкости среды. Измеренная нами экспериментально температурная зависимость теплоемкости опаловой матрицы без заполнения приведены на рис. 3. Эта зависимость близка к полученной в [6]. Используем указанную зависимость для определения температуры Дебая, оценив, какие

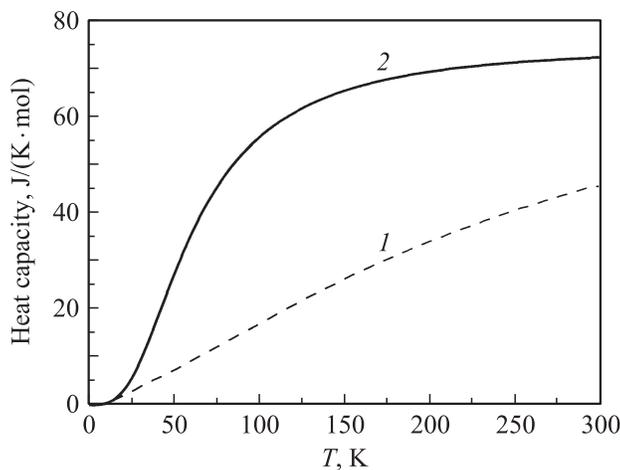


Рис. 3. Температурная зависимость теплоемкости опаловой матрицы. 1 — эксперимент, 2 — расчет при $T_D = 252$ K.

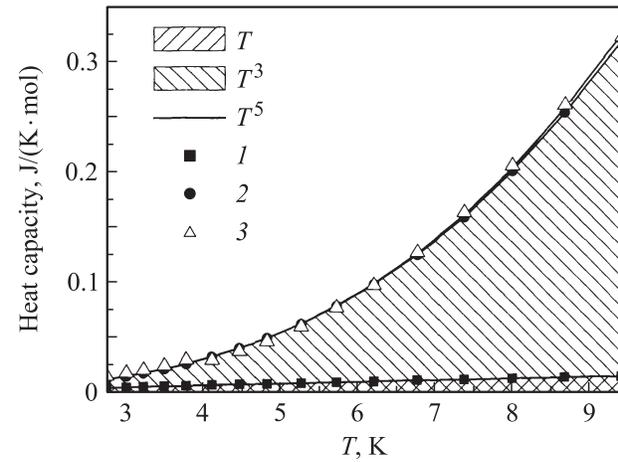


Рис. 4. Степенные вклады в низкотемпературную теплоемкость опаловой матрицы. 1 — вклад, пропорциональный температуре T , 2 — сумма вкладов, пропорциональных T и T^3 , 3 — эксперимент.

степенные вклады наиболее существенны в температурной зависимости теплоемкости. Для этого используется экспериментальная зависимость изохорной молярной теплоемкости твердого тела C от температуры T , показанная на рис. 3 кривой 1,

$$C = \Xi(T). \quad (6)$$

Аппроксимируем функцию (6) степенным полиномом вида

$$\Xi = \sum_{i=1}^3 \Xi_i = \sum_{i=1}^3 a_i T^{2i-1} = a_1 T + a_2 T^3 + a_3 T^5. \quad (7)$$

Для низкотемпературной части экспериментальной зависимости, показанной на рис. 3 получаем, используя приближение по методу наименьших квадратов, следующие значения коэффициентов разложения в формуле (7): $a_1 = 1.598 \cdot 10^{-3}$ J/(K²·mol), $a_2 = 3.644 \cdot 10^{-4}$ J/(K⁴·mol), $a_3 = 8.433 \cdot 10^{-8}$ J/(K⁶·mol). Построим парциальные зависимости молярной теплоемкости от температуры, соответствующие различным членам полиномиальной функции, определяемой выражением (7) (рис. 4). На рис. 4 линия, обозначенная как $\sim T$, соответствует парциальной зависимости $\Xi_1 = a_1 T$, а кривая $\sim T^3$ — сумме $\Xi_1 + \Xi_2 = a_1 T + a_2 T^3$. Следовательно, кривая $\sim T^5$ — зависимость Ξ от T , определяемая соотношением (7). Очевидно, что основные вклады в низкотемпературную теплоемкость опаловой матрицы пропорциональны T и T^3 . Первый вклад преобладает при самых низких температурах. Согласно [4], такое свойство характерно для аморфных твердых тел, тогда как наличие вклада, пропорционального T^3 , следует из теории Дебая.

Согласно теории Дебая, теоретическая зависимость изохорной молярной теплоемкости твердого тела от

температуры определяется формулой вида

$$C = 3Rn \left[12 \left(\frac{T}{T_D} \right)^3 \int_0^{\frac{T_D}{T}} \frac{\xi^3}{e^\xi - 1} d\xi - \frac{3T_D}{e^{\frac{T_D}{T}} - 1} \right], \quad (8)$$

где R — универсальная газовая постоянная, $R = 8.31 \text{ J}/(\text{K} \cdot \text{mol})$, n — число атомов в молекуле вещества, T_D — температура Дебая. При малых значениях температуры, когда справедливо соотношение $T \ll T_D$, формула (8) существенно упрощается

$$C = \frac{12\pi^4 Rn}{5} \left(\frac{T}{T_D} \right)^3. \quad (9)$$

Оценим величину температуры Дебая по экспериментально измеренной зависимости молярной теплоемкости от температуры, для чего минимизируем среднеквадратичную разность между теоретической функцией, задаваемой формулами (8) и (9), и парциальной зависимостью $\Xi_2 = a_2 T^3$, полученной по экспериментальным данным. В результате получаем одинаковые значения $T_D = 252 \text{ K}$ как для формулы (8), так и для формулы (9). При этом температурная зависимость теплоемкости, построенная по формуле (8) для найденного значения температуры Дебая, близка к экспериментально измеренной только при низких температурах, когда $T \ll T_D$. В области высоких температур присутствуют заметные различия экспериментальной и теоретической зависимостей, указывающие на ограниченную применимость теории Дебая при рассматриваемых объектах.

Значения температуры Дебая, определенные из значений ультразвуковых скоростей и из теплоемкости, нередко оказываются различными. В частности, для массивных образцов плавленого кварца в [12] приведены значения $T_D = 495 \text{ K}$ при определении из ультразвуковых данных и $T_D = 395 \text{ K}$ при определении из теплоемкости. Для искусственного кристалла — опаловой матрицы — получилось особенно сильное различие: из данных по скоростям ультразвука $T_D = 153 \text{ K}$, а по температурной зависимости теплоемкости $T_D = 252 \text{ K}$.

6. Заключение

Перечислим основные результаты работы. Измерены скорости продольных и поперечных упругих волн и коэффициенты затухания в опаловых матрицах и 3D-нанокompозитах с частицами манганита лантана. Рассчитаны модули упругости нанокompозитов. Установлено, что с увеличением степени заполнения пустот модули упругости возрастают. Особенно сильно заполнение пустот опаловой матрицы наночастицами увеличивает коэффициент Пуассона. Из полученных экспериментально скоростей ультразвука определена температура Дебая. Для опаловой матрицы она оказалась намного меньше, чем для массивных образцов SiO_2 .

Измерения теплоемкости при низких температурах показали, что температурная зависимость теплоемкости опаловой матрицы содержит в основном вклады, пропорциональные T и T^3 . Температура Дебая, определенная из теплоемкости, оказалась намного больше, чем найденная из скоростей ультразвука, но меньше, чем для массивных образцов SiO_2 .

Авторы выражают благодарность А.В. Королеву за измерения теплоемкости в ЦКП ИФМ УрО РАН.

Список литературы

- [1] R. Sainidou, N. Stefanou, A. Modinos. Phys. Rev. B **66**, 212 301 (2002).
- [2] В.Н. Богомолов, И.А. Смирнов, Н.В. Шаренкова, Г. Брулс. ФТТ **43**, 186 (2001).
- [3] В.Н. Богомолов, Л.С. Парфеньева, И.А. Смирнов, Х. Миссерек, А. Ежовский. ФТТ **44**, 175 (2002).
- [4] R.C. Zeller, R.O. Pohl. Phys. Rev. B **4**, 2029 (1971).
- [5] Ю.А. Косевич. УФН **178**, 884 (2008).
- [6] В.Н. Богомолов, Л.С. Парфеньева, И.А. Смирнов, Х. Миссерек, А. Ежовский, А.И. Кривчиков, Б.И. Веркин. ФТТ **43**, 182 (2001).
- [7] В.Н. Богомолов, Н.Ф. Картенко, Л.С. Парфеньева, А.В. Прокофьев, И.А. Смирнов, Х. Миссерек, Я. Муха, А. Ежовский. ФТТ **40**, 573 (1998).
- [8] Л.И. Арутюнян, В.Н. Богомолов, Н.Ф. Картенко, Л.С. Парфеньева, А.В. Прокофьев, И.А. Смирнов, Н.В. Шаренкова. ФТТ **39**, 586 (1997).
- [9] Л.И. Арутюнян, В.Н. Богомолов, Н.Ф. Картенко, Д.А. Курдюков, Л.С. Парфеньева, И.А. Смирнов, Н.В. Шаренкова, А. Ежовский, Я. Муха, Х. Миссерек. ФТТ **40**, 379 (1998).
- [10] А.Г. Слепнев. Письма в ЖТФ **33**, 21, 85 (2007).
- [11] О. Андерсон. В кн.: Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. Т. III б. Динамика решетки. Мир, М. (1968). С. 62.
- [12] Дж. Алерс. В кн.: Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. Т. III б. Динамика решетки. Мир, М. (1968). С. 13.
- [13] Р. Вейсс. Физика твердого тела. Атомиздат, М. (1968). 456 с.