01;03

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СДВИГОВЫХ ВОЛН В МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ С ВМОРОЖЕННОЙ НАМАГНИЧЕННОСТЬЮ

© *В.В.Соколов, В.В.Толмачев*

В [1] с помощью обобщенного принципа виртуальных работ получены уравнения феррогидродинамики непроводящей идеальной магнитной жидкости, обладающей вмороженной в вещество жидкости намагниченностью. Линейное приближение этих уравнений позволило удовлетворительно описать экспериментальные результаты по анизотропии скорости распространения ультразвука в магнитной жидкости, находящейся в постоянном магнитном поле, а также предсказать существование новой магнитогидродинамической моды — волны альфвеновского типа. Как и в магнитной гидродинамике, эта волна поперечна, но в ней колеблется не напряженность магнитного поля, а намагниченность. В [2] дано обобщение уравнений феррогидродинамики непроводящей магнитной жидкости с учетом эффектов диссипации, обязанных теплопроводности, вязкости и конечности времени τ^* установления равновесного значения напряженности магнитного поля.

В настоящей работе подробно обсуждаются свойства предсказываемой магнитогидродинамической новой моды и выясняются условия ее экспериментального наблюдения.

Рассмотрим бесконечную плоскость, граничащую с несжимаемой, непроводящей магнитной жидкостью $(z > 0)$, которая колеблется вдоль оси y по гармоническому закону с частотой ω. К жидкости приложено внешнее постоянное однородное магнитное поле H, направленное вдоль оси z. Температуру жидкости будем считать постоянной. В соответствии с [2] исходная система уравнений для рассматриваемой задачи примет вид

$$\rho\frac{dv_i}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + (H_i^{eq} - H_i)\frac{\partial(\rho m_j)}{\partial x_j} + \rho m_j\frac{\partial H_i^{eq}}{\partial x_j} + \eta\nabla^2 v_i; \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0; \quad p = \left(\frac{\partial f}{\partial \rho}\right)_{T,m}; \quad H_i^{eq} = \left(\frac{\partial f}{\partial m_i}\right)_{\rho,T};$$

$$\rho\frac{dm_i}{dt} = \rho m_i\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{H_i^{eq} - H_i}{\tau}; \quad H_i = -\frac{\partial\psi}{\partial x_i}; \quad \nabla^2\psi = 4\pi\frac{\partial(\rho m_i)}{\partial x_j}.$$

Удельная свободная энергия f магнитной жидкости предполагается известной функцией плотности жидкости ρ, температуры T и компонент вектора удельной плотности намагниченности m_i.

Ограничимся линейным приближением выше приведенной системы. Зададим скорость колебаний точек плоскости в виде $v_y(z=0) = v_0 \exp(-i\omega t)$, $v_x(z=0) = v_z(z=0) = 0$. В силу симметрии задачи видим, что $v_x(z) = 0$, $m_x = m_y = 0$, $m_z = m_0$, а из граничных условий и первого уравнения системы следует, что $v_z(z) = 0$. Возмущение, вносимое сдвиговой волной, учтем, представив свободную энергию выражением

$$f(\rho, T, m_i) = f_0(\rho_0, T_0, m_{i0}) + \left(\frac{\partial f}{\partial m_i}\right)_{\rho, T} m_i'.$$

Тогда возмущение равновесной напряженности магнитного поля связано линейным соотношением с возмущением удельной намагниченности $h_i^{eq} = \beta_{ij} m_j'$. Предположим, что тензор

$$\beta_{ij} = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial m_i \partial m_j}\right)_0$$

является диагональным с компонентами $\beta_{xx} = \beta_{yy} = \beta_\perp$ и $\beta_{zz} = \beta_\parallel$.

В результате линейное приближение исходной системы примет вид

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} = m_0 \beta_\perp \frac{\partial H_y^{eq}}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2}; \quad \frac{\partial m_y}{\partial t} = m_0 \frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\beta_\perp}{\rho \tau^*} m_y;$$

$$\frac{\partial m_z}{\partial t} = \frac{\beta_\parallel}{\rho \tau^*} m_z. \tag{2}$$

Здесь $\nu = \eta/\rho$ обозначает кинематическую вязкость. Последнее уравнение системы (2) отщепляется и его решение записывается в виде $m_z = m_0 \exp(-\beta_\parallel/\rho\tau^* t)$.

Решение двух оставшихся уравнений системы (2) в виде затухающей сдвиговой волны приводит к следующим выражениям для скорости распространения

$$c = \sqrt{\frac{2(A^2 + B^2)}{B + \sqrt{A^2 + B^2}}} \tag{3}$$

и коэффициента поглощения рассматриваемой модифицированной сдвиговой волны

$$\alpha = \frac{Ac\omega^2}{2(A^2+B^2)}, \tag{4}$$

где

$$A = \frac{m_0^2\beta_\perp\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2} + \frac{c_s^2}{2}, \qquad B = \frac{m_0^2\beta_\perp\omega^2\tau^2}{1+\omega^2\tau^2}, \qquad \tau = \tau^*\rho/\beta_\perp.$$

В случае $m_0 = 0$ выражения (3) и (4) переходят в известные формулы для скорости распространения $c_s = \sqrt{2\nu\omega}$ и коэффициента поглощения $\alpha_s = \sqrt{\omega/2\nu}$ сдвиговых волн в обычной вязкой жидкости. Другой предельный случай, соответствующий отсутствию вязкости $\eta = 0$, описывает чисто альфвеновскую затухающую волну, скорость распространения и коэффициент поглощения которой определяется соотношениями

$$c = \sqrt{\frac{2m_0^2\beta_\perp\omega\tau}{\omega\tau + \sqrt{1+\omega^2\tau^2}}}, \tag{5}$$

$$\alpha = \left(m_0\tau\sqrt{2\beta_\perp(1+\sqrt{1+\omega^2\tau^2})}\right)^{-1}\sqrt{\omega\tau}$$

соответственно. В случае идеальной магнитной жидкости с вмороженной намагниченностью из (5) следует: $c = m_0\sqrt{\beta_\perp}$. Этот результат был ранее получен в [1].

Из выведенных формул (3) и (4) непосредственно следует, что наблюдение волны альфвеновского типа в магнитной жидкости с вмороженной намагниченностью затруднено, поскольку она маскируется сдвиговой волной и обладает большим коэффициентом поглощения.

Для выяснения условий ее экспериментального наблюдения рассмотрим частотную зависимость скорости и поглощения для двух случаев.

Пусть $\omega\tau \gg 1$ и $\omega \gg \rho m_0^2\beta_\perp/\eta$, тогда из (3) следует, что $c = c_s$, а из (4) — $\alpha = \alpha_s$. Таким образом, при этих больших частотах обнаружить волну альфвеновского типа невозможно, поскольку определяющая роль принадлежит обычной сдвиговой волне.

В случае $\omega\tau \ll 1$ и $\tau^* \gg \eta(\rho m_0)^2$ получим $c = m_0\sqrt{2\rho\tau^*\omega}$ и $\alpha = \omega/c$. Следовательно, в этом частотном диапазоне должна наблюдаться альфвеновская волна. Оценим применимость рассматриваемого приближения при следующих типичных значениях параметров магнитных жидкостей: $\rho = 1\,\text{г/см}^3$, $m_0 = 10\,\text{Гс}\cdot\text{см}^3/\text{г}$, $\eta = 5$ спз, следовательно

$\eta/(\rho m_0)^2 = 5 \cdot 10^{-4}$. Таким образом, если $\tau^* \gg 10^{-3}$, то одно из условий рассматриваемого приближения выполнено. К сожалению, в литературе отсутствуют данные о величине τ^*. Для удовлетворения другого условия $\omega\tau \ll 1$ необходимо измерения проводить в инфразвуковой области.

Список литературы

[1] *Sokolov V.V., Tolmachov V.V.* // Wave Propagation in Magnetic Fluids with Frozen Magnetization. Sev. Int. conf. on Magn. Fluids. India, Bhavnagar, 1995. P. 194–195.

[2] *Sokolov V.V., Tolmachov V.V.* // Nonequilibrium theory of magnetic fluid with frozen magnetization. 14th Int. Riga Con. on Magn. Hydrod. Latvia, Jurmala, 1995. P. 168.

Московская государственная академия приборостроения и информатики

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Поступило в Редакцию 12 августа 1996 г.