

Флуктуационно-электромагнитное взаимодействие нейтральной движущейся частицы с поверхностью конденсированной среды: релятивистское рассмотрение (Обзор)

© Г.В. Дедков, А.А. Кясов

Кабардино-Балкарский государственный университет,
Нальчик, Россия

E-mail: gv_dedkov@mail.ru

(Поступил в Редакцию 3 апреля 2008 г.)

Впервые представлена с максимальной степенью полноты релятивистская теория флуктуационно-электромагнитного взаимодействия движущейся малой частицы с плоской границей однородной и изотропной поляризуемой среды. Она основана на дипольном приближении флуктуационно-электромагнитной теории. Получены фундаментальные релятивистские выражения для консервативно-диссипативных сил и мощности нагрева частицы, содержащие как частный случай нерелятивистские результаты, полученные ранее. Критически анализируются результаты других теоретических подходов и экспериментальных исследований флуктуационно-электромагнитного взаимодействия.

PACS: 41.20.-q, 65.80.+n, 81.40.Pq

Содержание

1. Введение
2. История вопроса и краткое обсуждение работ других авторов
3. Общие соотношения для электромагнитных сил и скорости теплового нагрева нейтральной частицы, движущейся вблизи поверхности
4. Запаздывающие функции Грина флуктуационного электромагнитного поля поверхности, граничащей с вакуумом
5. Структура флуктуационного электромагнитного поля нагретой поверхности
6. Силы взаимодействия движущейся частицы с объемными (планковскими) и поверхностными модами флуктуационного электромагнитного поля
 - 6.1. Объемные моды: вклад спонтанных дипольных моментов
 - 6.2. Объемные моды: вклад индуцированных дипольных моментов
 - 6.3. Взаимодействие с поверхностными модами
7. Радиационный теплообмен частицы с фоновым излучением и поверхностью нагретой полубесконечной среды
8. Сила Казимира
9. Сила вакуумного трения
10. Нерелятивистский предел для скорости теплового нагрева частицы
11. Сферическая частица большого радиуса вблизи плоской поверхности
12. Тепловая сила Казимира и теорема Нернста
13. Обсуждение экспериментальных результатов
 - 13.1. Силы Ван-дер-Ваальса и Казимира в АСМ-экспериментах
 - 13.2. Силы вакуумного трения в АСМ-экспериментах
 - 13.3. Теплообмен зонда АСМ с ближними электромагнитными модами поверхности
 - 13.4. Другие эксперименты

14. Заключение

- Приложение 1. Компоненты запаздывающей функции Грина
- Приложение 2. Проекция спонтанных электрических и магнитных моментов частицы в системе Σ
- Приложение 3. Проекция векторов Герца индуцированного поля в системе Σ
- Приложение 4. Индуцированные электрические и магнитные моменты частицы в системе Σ

1. Введение

Начиная с основополагающих работ [1–4] по консервативным силам Ван-дер-Ваальса и Казимира флуктуационно-электромагнитное взаимодействие (ФЭВ) между телами является предметом интенсивных исследований как теоретического, так и экспериментального характера. В последние 5–7 лет интерес к ФЭВ еще более усилился (см. обзорные работы [5–9]). Кроме консервативных сил Ван-дер-Ваальса и Казимира ФЭВ нагретых тел сопровождается радиационным теплообменом, а тел, находящихся в относительном движении, — диссипативными силами Ван-дер-Ваальса и Казимира.

Диапазон приложений, связанных с ФЭВ, чрезвычайно широк и простирается от атомной физики и физики элементарных частиц до астрофизики и космологии. Измерение сил Казимира, в частности, позволяет изучать структуру квантового вакуума и получать ограничения на величину гипотетических дальнедействующих сил — поправок к ньютоновским гравитационным силам [5]. В космических условиях ФЭВ между пылинками и фоновым электромагнитным излучением может играть определенную роль в эволюции газопылевых облаков.

В общем случае ФЭВ связано с квантовыми и тепловыми флуктуациями поляризации и намагниченности конденсированных тел или в случае взаимодействия атомных частиц, находящихся достаточно далеко друг от друга, с флуктуациями их электрических и магнитных моментов. Вычисление спектра электромагнитных флуктуаций для произвольной геометрии взаимодействующих тел представляет весьма сложную задачу, поэтому точные аналитические или численные решения задач, связанных с ФЭВ, если их удастся получить, имеют фундаментальное значение.

Цель настоящей работы — детальное обсуждение решения одной из таких задач для конфигурации сферической частица–плоскость. Термин „плоскость“ подразумевает в расширительном смысле: как граница, отделяющая однородную и изотропную поляризующую среду от вакуума. Именно в этом случае нам впервые удалось рассмотреть единым образом все аспекты ФЭВ движущейся частицы с поверхностью среды и окружающим вакуумным фоном в рамках релятивистского формализма флуктуационной электродинамики. В итоге были получены замкнутые аналитические выражения для консервативно-диссипативных флуктуационных сил и скорости теплового нагрева частицы в релятивистской постановке задачи с произвольными температурами частицы (T_1), среды и вакуумного фона (T_2) и произвольными диэлектрическими (магнитными) материальными свойствами частицы и среды [10–18]. Как частный случай развитая теория включает все результаты, полученные в нерелятивистском незапаздывающем пределе для консервативно-диссипативных сил ФЭВ и теплообмена, а также в запаздывающем пределе — для консервативных сил Казимира [4,6,7,9,19–24].

ФЭВ для другой известной классической конфигурации — двух толстых плоскопараллельных пластин (полубесконечных сред), разделенных вакуумным промежуток, — исследовано значительно менее полно. Фактически до сих пор точно решена лишь статическая задача о консервативном взаимодействии покоящихся пластин, основным результатом которой является известная формула Лифшица [4,19]. Вариант решения для диссипативных сил ФЭВ, предложенный авторами [9] (см. также ссылки в [9]), не является строго релятивистским, а для скорости вакуумного теплообмена вообще относится только к статическому случаю. Кроме того, по вопросу о диссипативных силах ФЭВ (сила вакуумного трения) у разных авторов еще нет полного консенсуса (см. раздел 2). И наконец, даже в отношении консервативных сил Казимира в геометрии двух пластин или сферического тела вблизи плоской поверхности ряд вопросов принципиального характера продолжает активно дискутироваться [5,8,25–31]. Известные экспериментальные измерения сил Казимира [32–38], сил вакуумного трения [39–42] и радиационного теплообмена [43] пока еще немногочисленны, а их интерпретация неоднозначна, поэтому в целом проблемы, связанные с теорией и экспериментальными измерениями ФЭВ, стоят очень остро.

2. История вопроса и краткое обсуждение работ других авторов

Несмотря на то что адекватный математический аппарат для описания ФЭВ в формулировке Левина–Рытова [44,45] и Дзялошинского–Лифшица–Питаевского [4,19,46] был разработан более полувека назад, нахождение решений конкретных флуктуационных задач для произвольной геометрии взаимодействующих тел с учетом их относительного движения, различающихся температур и материальных характеристик развивается достаточно медленными темпами. Так, при вычислении консервативных сил Казимира эталонным решением остается формула Лифшица [4,19] для геометрии двух толстых покоящихся пластин, находящихся в тепловом равновесии (будем далее обозначать соответствующую постановку задачи как 1). Современное состояние проблемы 1 с учетом роли различных факторов дано в обзорах [5,8,9,26,33,47]. Переход от формулы Лифшица для плоских пластин к конфигурации сфера–пластина при большой величине отношения радиуса сферы к ширине зазора обычно выполняется на основе локально-плоского приближения Дерягина [48,49], а переход к силе Казимира между атомной частицей и пластиной — на основе предела разреженной среды для вещества одной из пластин [19]. В целом же консервативные силы ФЭВ до сих пор были наиболее полно изучены для атомно-молекулярных систем, так как для них имеется возможность применения хорошо разработанных методов квантовой теории возмущений [50].

Вопрос о вычислении диссипативных сил ФЭВ в геометрии 1 и в геометрии малая частица–пластина (будем обозначать такую постановку задачи как 2) впервые был поставлен в работах [51–53], положивших начало длительной дискуссии, не завершенной вплоть до настоящего времени. Существенной вехой в этой дискуссии можно считать работу Томассони и Видома [54], в которой было получено правильное выражение для коэффициента μ вакуумной силы трения малой частицы вблизи поверхности, $F_x = -\mu V$, в нерелятивистском незапаздывающем пределе. Из [54] следовало, что $\mu = 0$ при нулевой температуре частицы и поверхности. Правильность формулы Томассони и Видома, однако, была не сразу и не всеми осознана (см. обсуждение в [6]).

Первые попытки развития релятивистского подхода к вычислению диссипативной силы F_x были сделаны авторами [55–57] для конфигурации 1. Из этих работ следовало, что $F_x = 0$ в пределе $c \rightarrow \infty$; это находилось в диссонансе с результатами [54], с ранней работой Шайха и Харриса [53] и более поздними расчетами в нерелятивистском незапаздывающем пределе [20,24]. Поскольку в задаче 2 нулевое трение в пределе $c \rightarrow \infty$ было получено также авторами [58], к 2002 г. ситуация с диссипативными силами ФЭВ представлялась весьма запутанной независимо от исходной постановки задачи.

Правильность нерелятивистского результата [54] в задаче 2 была окончательно установлена в наших работах [10,11,13], в которых была развита последовательная релятивистская теория консервативно-диссипативных

сил ФЭВ между движущейся частицей и поверхностью; из нее формула Томассони и Видома вытекает как частный случай в пределе $c \rightarrow \infty$ и при одинаковой температуре частицы и поверхности. Применение этого подхода позволило также получить помимо консервативной силы ФЭВ [15,16,18] наиболее общее выражение для диссипативной силы ФЭВ между частицей и „черным“ излучением (равновесным газом фотонов в вакууме) [14], а также для скорости теплового нагрева (охлаждения) частицы в фотонном газе и вблизи нагретой поверхности [17,18] (подробнее см. далее).

Для конфигурации 1 с движущейся второй пластиной строго релятивистское решение пока отсутствует. Общим методом вычисления диссипативной тангенциальной силы ФЭВ является расчет статистически усредненной компоненты $\langle \sigma_{xz} \rangle$ тензора натяжений электромагнитного поля в зазоре, порождаемого случайными источниками электромагнитного поля в пластинах, имеющих в общем случае разные температуры. При вычислении консервативных сил Казимира этим методом аналогично вычисляется усредненная тензорная компонента $\langle \sigma_{zz} \rangle$. Но для практической реализации данного подхода должна быть решена регулярная электродинамическая задача по нахождению электромагнитного поля в вакуумном зазоре с учетом релятивистского движения второй пластины. Детальное обсуждение и решение такой задачи в литературе отсутствуют, хотя такие попытки и предпринимались несколькими авторами [55–57]. Варианты решения, предложенные в [9], не являются общими, поскольку в главных своих чертах основываются либо на приближенном эвристическом подходе Пендри [20,23], либо на динамической модификации теории Лифшица для консервативных сил [22,24], в которой в операторы электромагнитного поля вводятся доплеровские частотные сдвиги, обусловленные движением второй пластины. Такой подход ранее использовался Теодоровичем [51], и критиковался авторами [9,24]. Нерелятивистский эвристический подход [20,23], являясь физически наглядным, имеет принципиальные недостатки (см. обсуждение в [6,7]), а динамическая модификация теории Лифшица [22,24] хотя и учитывает эффекты запаздывания, не является строго релятивистской, поскольку в ней отбрасывается ряд членов в лоренцевых преобразованиях амплитуд поля и в ходе расчета делаются дополнительные приближения. В итоге структура результирующей формулы (68) в [9] для вклада поверхностных мод электромагнитного поля в тангенциальную силу взаимодействия пластин тождественно совпадает со структурой формулы (27) работы [20], полученной при нулевой температуре пластин в нерелятивистском незапаздывающем пределе. Приближенный характер теории диссипативных сил ФЭВ [9,22,24] не позволяет рассматривать ее в качестве адекватной основы для осуществления корректного предельного перехода к конфигурации 2 или к конфигурации движущийся атом–плоскость. Более того, как показано в разделах 8, 12, даже при вычислении консервативной силы Казимира в статическом случае предельный переход к разреженной среде не является вполне адекватным.

Первые наиболее последовательные расчеты радиационной передачи тепла между покоящимися телами с малой шириной зазора были сделаны Рытовым [59], а также Полдером и Ван-Ховом [60] в конфигурации 1 (из ранних работ см. также [61–63]). В работе [59] одна из пластин трактовалась как реальное нагретое тело, обладающее определенными поглощающими свойствами, а вторая — как идеально отражающее зеркало. В работе [60] уже обе пластины (из одного материала) характеризовались материальными свойствами. Позднее расчеты радиационной передачи тепла проводились в работах [63–65], а затем — в [11,12,17,23,66–72] (см. также обзоры [9,47]). Констатируя имеющееся качественное согласие в вопросе о преобладающей роли ближних мод электромагнитного поля в формировании радиационного потока тепла при ширине зазора, меньшей характерной длины волны теплового излучения заданной температуры, отметим, что конечные расчетные формулы и численные оценки скоростей теплообмена, полученные разными авторами, существенно разнятся между собой. Достаточно определено можно лишь констатировать согласие выражений для вкладов ближних мод в скорость теплообмена, полученных авторами [23,67].

В работах [67,71,72] рассматривалось также влияние нелокальной добавки к коэффициенту отражения электромагнитных волн с P -поляризацией (ТМ-волн), которая может оказаться существенной при малых расстояниях частицы от поверхности. Однако поскольку нелокальные поправки вводятся в формулу скорости теплообмена путем простой замены локальных диэлектрических функций на нелокальные в выражениях для френелевских коэффициентов отражения электромагнитных волн, соответствующая процедура не имеет строгого теоретического обоснования.

Весьма характерным для работ по радиационному теплообмену, как и для большинства исследований по теории диссипативных сил ФЭВ, является, во-первых, применение различных расчетных схем без детального анализа вкладов и асимптотики различных электромагнитных мод, а во-вторых, отсутствие последовательного релятивистского подхода. В расчетах теплообмена, в частности, все авторы ограничивались рассмотрением только статической ситуации. Более детальное обсуждение проблемы ФЭВ для конфигурации 1 выходит за рамки настоящей работы. Соответствующую информацию можно найти в обзорах [5,8,9,47].

Для конфигурации 2 расчеты сил ФЭВ и теплообмена проводились как в наших работах [6,7,11,12,17,18] (в этом контексте мы их не касаемся), так и несколькими группами авторов. В работах [66,69] задача изначально формулировалась для малой частицы, а в работах [67,68] — на основе предельного перехода от конфигурации 1 к конфигурации 2, причем, как и в случае конфигурации 1, здесь также отсутствует полный консенсус результатов, полученных разными авторами, за исключением формул для скорости теплообмена ближними модами и нерелятивистской незапаздывающей силы вакуумного трения частицы вблизи поверхности. В положительном смысле отчасти можно еще

отметить результаты [73] для силы вакуумного трения нерелятивистской электрической дипольной частицы, движущейся в равновесном фотонном газе (подробнее см. подраздел 6.2).

Существенной особенностью ФЭВ для конфигурации 2 является необходимость учета дополнительно источника спонтанных флуктуаций, обусловленного окружающим равновесным вакуумным фоном (фотонным газом), который в общем случае может иметь иную температуру, чем частица или поверхность. Необходимость рассмотрения вакуума как источника флуктуаций вполне очевидна с физической точки зрения: при удалении частицы от поверхности на бесконечно большое расстояние должно оставаться ее взаимодействие с вакуумным фоном — и теплообмен, и диссипативная тангенциальная сила. Этот момент был ясно осознан только после наших работ [14,17,74]. В отличие от нашего подхода авторы [47,69] ограничивались лишь рассмотрением скорости нагрева электрической дипольной частицы ближними электромагнитными модами поверхности, применив феноменологический метод расчета с использованием спектральной плотности электромагнитного излучения вблизи нагретой поверхности (см. раздел 5). Асимптотика теплового нагрева, обусловленная волновыми модами поверхности, а также роль вакуумного фона при таком подходе ускользают от внимания авторов.

Для конфигурации 1 вклад вакуумных мод при вычислении теплового потока отсутствует. Например, в выражениях для теплообмена двух пластин [60,65,67,68,70] отсутствуют слагаемые, не зависящие от расстояния между ними: предполагается, что нагреты сами пластины (полубесконечные среды), а теплообмен с вакуумным промежутком как таковым не рассматривается. По этой причине при переходе к пределу разреженной среды [67,68] для второй пластины с целью получения решения в конфигурации 2 теплообмен частицы с объемными вакуумными модами автоматически исключается. Кроме того, заметим, что авторы [66–69,47,73] совершенно не учитывали возможность магнитной поляризации (немагнитной) частицы, и даже формула для нагрева электрической дипольной частицы ближними модами, полученная в [67,68], воспроизводится этим методом недостаточно корректно (ср. формулы (28) в [67] и (91) настоящей работы).

Резюмируя, можно заключить, что в настоящее время строго обоснованная теория теплообмена и сил ФЭВ в конфигурации 1 в случае относительного движения одной из пластин отсутствует, поэтому попытки ее адаптации к конфигурации 2 не создают надежной теоретической основы для решения соответствующих задач. При изначальной постановке задачи для конфигурации 2 имеющиеся результаты других авторов фрагментарны, феноменологичны и относятся либо к статической ситуации (теплообмен), либо к нерелятивистскому движению частицы (диссипативные силы). Что касается экспериментальных работ, то их пока явно недостаточно

(см. обсуждение в разделе 13) для того, чтобы они могли стать решающим мерилем правильности теоретических моделей.

3. Общие соотношения для электромагнитных сил и скорости теплового нагрева нейтральной частицы, движущейся вблизи поверхности

Рассмотрим случай адиабатического движения малой нейтральной частицы с постоянной скоростью \mathbf{V} в вакууме вблизи гладкой границы поверхности некоторой среды (рис. 1). Предположим, что на частицу действует электромагнитное поле, создаваемое внешними источниками (например, лазерным излучением или квазистатическими полями) или полями флуктуационного происхождения от нагретой среды и (или) от равновесного вакуумного фона (фотонного газа). Компоненты электромагнитного поля \mathbf{E} , \mathbf{B} , очевидно, должны удовлетворять уравнениям Максвелла с учетом выполнения соответствующих граничных условий. Для определенности на рис. 1 скорость частицы параллельна поверхности, но все формулы данного раздела справедливы и в случае произвольного направления \mathbf{V} .

Запишем общее выражение для электромагнитной силы Лоренца, действующей на частицу (все величины отнесены к лабораторной системе отсчета, связанной с поверхностью)

$$\mathbf{F} = \int \rho \mathbf{E} d^3r + \frac{1}{c} \int \mathbf{j} \times \mathbf{B} d^3r, \quad (1)$$

где ρ и \mathbf{j} — локальные плотность электрического заряда и тока в объеме частицы, а интегралы берутся по ее объему. Если входящие в (1) величины имеют флуктуационное происхождение, то подынтегральные выражения необходимо рассматривать как статистические средние. В этом разделе и далее все формулы записываются в гауссовой системе единиц.

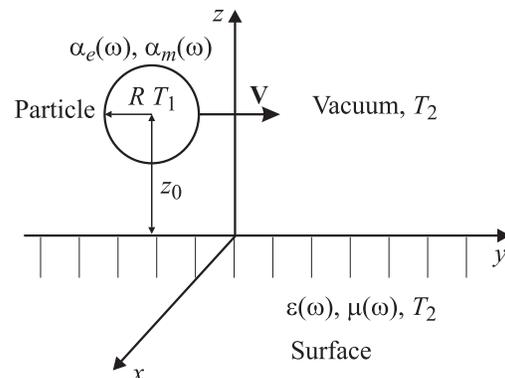


Рис. 1. Схема движения частицы и декартова система координат, связанная с поверхностью среды. Декартовы оси (x', y', z') системы покоя частицы не показаны.

Будем характеризовать малую частицу векторными операторами дипольного электрического и (или) магнитного момента \mathbf{d} , \mathbf{m} , которые могут быть произвольными функциями времени. Дипольное приближение справедливо при условии $R/z_0 \ll 1$, где R — характерный размер (радиус) частицы, а z_0 — расстояние от поверхности (рис. 1). Тогда векторы электрической и магнитной поляризации, создаваемые движущейся частицей, записываются в виде

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{d}(t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{V}t), \quad (2)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{m}(t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{V}t). \quad (3)$$

В случае рис. 1 трехмерные дельта-функции, входящие в (2), (3), раскрываются как

$$\delta(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) = \delta(x - Vt)\delta(y)\delta(z - z_0). \quad (4)$$

Принимая во внимание (2)–(4), запишем плотности заряда и тока в виде

$$\rho = -\operatorname{div} P, \quad \mathbf{j} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + c \operatorname{rot} \mathbf{M}. \quad (5)$$

Далее, учитывая уравнения Максвелла $\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$, $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$ и подставляя (5) в (1), после выполнения интегрирования преобразуем (1) к виду [15]

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \nabla(\mathbf{d} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{m} \cdot \mathbf{B}) + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{d} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{c}(\mathbf{V} \nabla)(\mathbf{d} \times \mathbf{B}) \\ &= \nabla(\mathbf{d} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{m} \cdot \mathbf{B}) + \frac{1}{c} \frac{d}{dt}(\mathbf{d} \times \mathbf{B}). \end{aligned} \quad (6)$$

Аналогичная форма записи для силы Лоренца рассматривалась авторами работ [75,76]. Если все величины в (6) имеют флуктуационное происхождение, то слагаемые в правой части (6) нужно дополнительно заключить в угловые скобки $\langle \dots \rangle$, подразумевающие полное квантово-статистическое усреднение. В случае стационарных флуктуаций [19], которыми мы ограничиваемся в настоящей работе, порядок дифференцирования по времени во втором члене (6) и статистического усреднения можно менять местами, и тогда, учитывая, что $\langle \frac{d}{dt}(\mathbf{d} \times \mathbf{B}) \rangle = \frac{d}{dt} \langle \mathbf{d} \times \mathbf{B} \rangle = 0$, формула (6) принимает оптимально простой вид

$$\mathbf{F} = \langle \nabla(\mathbf{d} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{m} \cdot \mathbf{B}) \rangle. \quad (7)$$

Теперь обратимся к вычислению скорости теплового нагрева (охлаждения) частицы электромагнитным и (или) флуктуационно-электромагнитным полем. Для этого запишем интеграл диссипации энергии электромагнитного поля, взятый по объему частицы в лабораторной системе отсчета, и преобразуем его, исполь-

зуя (2)–(5) и уравнение Максвелла $\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$,

$$\begin{aligned} \int \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} d^3 r &= \int \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \cdot \mathbf{E} d^3 r + c \int \operatorname{rot} \mathbf{M} \cdot \mathbf{E} d^3 r \\ &= (\dot{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} + \dot{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{B}) + \mathbf{V} \nabla(\mathbf{d} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{m} \cdot \mathbf{B}) - \frac{d}{dt}(\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}) \\ &= (\dot{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} + \dot{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{B}) + \mathbf{V} \cdot \mathbf{F} - \frac{d}{dt}(\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}) - \frac{\mathbf{V}}{c} \frac{d}{dt} \mathbf{d} \times \mathbf{B}, \end{aligned} \quad (8)$$

где точки над векторами дипольных моментов обозначают производные по времени. Для флуктуационных моментов и полей отдельные члены в правой части (8), как и в (6), необходимо статистически усреднить. В случае стационарных флуктуаций последние два слагаемых равны нулю, и мы получаем

$$\int \langle \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \rangle d^3 r = \langle \dot{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} + \dot{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{B} \rangle + \mathbf{V} \langle \nabla(\mathbf{d} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{m} \cdot \mathbf{B}) \rangle. \quad (9)$$

Второе слагаемое в (9) с учетом (7) соответствует мощности флуктуационной тангенциальной силы, действующей на движущуюся частицу, а первое слагаемое, очевидно, отождествляется со скоростью ее теплового нагрева dQ/dt , т. е.

$$\int \langle \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \rangle d^3 r = \langle \dot{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} + \dot{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{B} \rangle + \mathbf{V} \cdot \mathbf{F} = \frac{dQ}{dt} + \mathbf{V} \cdot \mathbf{F}. \quad (10)$$

Тождество (10) имеет ясный физический смысл: работа флуктуационного электромагнитного поля над движущейся частицей расходуется на ее нагрев и торможение. Впервые оно было получено в нашей работе [11] в случае, когда магнитный момент частицы в ее системе покоя равнялся нулю, однако формула скорости нагрева $dQ/dt = \langle \dot{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} + \dot{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{B} \rangle$, как следует из приведенного обоснования (см. также (7)), справедлива безотносительно к величине магнитного момента в системе покоя частицы.

Представляется интересным получить также тождество (10) иным способом, который позволяет, кроме того, показать, что в рассматриваемом случае выполняются релятивистские преобразования для количества тепла и температуры в формулировке релятивистской термодинамики Планка [77]. Очевидно, что интеграл джоулевых потерь, взятый по объему частицы в ее системе покоя, тождественно совпадает со скоростью теплового нагрева

$$\frac{dQ'}{dt'} = \int \langle \mathbf{j}' \cdot \mathbf{E}' \rangle d^3 r'. \quad (11)$$

Выполняя в (11) стандартные релятивистские преобразования плотности тока, электрического поля и объема (см. [11]), а также учитывая (7), приведем правую часть формулы (11) к виду

$$\int \langle \mathbf{j}' \cdot \mathbf{E}' \rangle d^3 r' = \gamma^2 \left(\int \langle \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \rangle d^3 r - \mathbf{F} \cdot \mathbf{V} \right), \quad (12)$$

где $\gamma = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$ — фактор Лоренца. В рамках релятивистской термодинамики Планка выполняется со-

отношение $dQ'/dt' = \gamma^2 dQ/dt$, поэтому из (11), (12) следует (10) и с учетом (7), (10) выражение для скорости нагрева частицы в лабораторной системе отсчета

$$dQ/dt = \langle \dot{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} + \dot{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{B} \rangle. \quad (13)$$

В системе покоя частицы, как это очевидно из (11) и нетрудно показать прямым вычислением, аналогичным (9), форма записи для скорости нагрева не изменяется

$$dQ'/dt' = \langle \dot{\mathbf{d}}' \cdot \mathbf{E}' + \dot{\mathbf{m}}' \cdot \mathbf{B}' \rangle. \quad (14)$$

Формулы (7) и (13) являются наиболее удобными при последующем вычислении консервативных и диссипативных компонент сил ФЭВ, а также скорости нагрева частицы, движущейся вблизи поверхности (см. раздел 6). Для этой цели слагаемые в правой части (7), (13) представляются суммами попарных произведений спонтанных и индуцированных компонент

$$\mathbf{F} = \langle \nabla(\mathbf{d}^{\text{sp}} \cdot \mathbf{E}^{\text{ind}} + \mathbf{d}^{\text{ind}} \cdot \mathbf{E}^{\text{sp}} + \mathbf{m}^{\text{sp}} \cdot \mathbf{B}^{\text{ind}} + \mathbf{m}^{\text{ind}} \cdot \mathbf{B}^{\text{sp}}) \rangle, \quad (15)$$

$$dQ/dt = \langle \dot{\mathbf{d}}^{\text{sp}} \cdot \mathbf{E}^{\text{ind}} + \dot{\mathbf{d}}^{\text{ind}} \cdot \mathbf{E}^{\text{sp}} + \dot{\mathbf{m}}^{\text{sp}} \cdot \mathbf{B}^{\text{ind}} + \dot{\mathbf{m}}^{\text{ind}} \cdot \mathbf{B}^{\text{sp}} \rangle. \quad (16)$$

В более общем случае, когда условие стационарности флуктуаций не выполняется, выражение для скорости нагрева частицы в отличие от (13) должно дополнительно включать два последних слагаемых из последней строки (8), а выражение для силы \mathbf{F} — второе слагаемое из правой части (6).

Таким образом, несмотря на кажущуюся простоту и очевидность формул (7), (13) для покоящейся частицы (см., например, [78]), их обоснование для движущихся частиц не является тривиальным. Впервые оно было сделано в наших работах [6,7,10,11,15]. Принципиально важным моментом в интерпретации формул (15), (16) является полное отсутствие какой-либо феноменологии. В частности, в правой части (16) нет никакого разделения на слагаемые, описывающие поток тепла от частицы к поверхности или наоборот, как это делается, например, авторами [69] при использовании схемы расчета, основанной на применении плотности фотонных мод. Направление потока тепла определяется тем знаком, который следует из расчета после выполнения статистического усреднения. Аналогично результирующий знак тангенциальной силы также получается автоматически и может быть в определенных случаях положительным, т.е. в таком случае тангенциальная сила является ускоряющей [7]. Наконец, важным преимуществом применения формулы (15) является возможность вычисления консервативных и диссипативных сил ФЭВ единым образом.

С учетом формул (15), (16) схему вычислений сил ФЭВ и скорости нагрева можно представить следующим

образом. Как следует из их вида, основной технической задачей является выполнение статистического усреднения в правых частях. Для этого фигурирующие в (15), (16) величины разлагаются в интегралы Фурье по частоте и двумерному волновому вектору \mathbf{k} , параллельному поверхности. Далее решается общая электродинамическая задача, связанная с нахождением полей, индуцированных в среде флуктуирующими дипольными моментами движущейся частицы. Компоненты индуцированных дипольных моментов частицы выражаются в свою очередь через флуктуирующие поля среды с помощью линейных интегральных соотношений, содержащих электрическую и магнитную поляризуемость. Далее при подстановке полученных величин в (15) и (16) возникают два типа корреляторов, включающих либо Фурье-компоненты случайных дипольных моментов частицы, либо Фурье-компоненты случайных электромагнитных полей среды. Эти корреляторы находятся с помощью стандартных флуктуационно-диссипационных соотношений [19]. В первом случае они выражаются через мнимые части поляризуемостей частицы, а во втором — через мнимые части компонент запаздывающей функции Грина для фотона в среде. Таким образом, необходимой частью решения всей задачи является нахождение фотонных функций Грина нагретой поверхности. Как показано в разделе 5, попутно это дает возможность найти спектральную плотность равновесного электромагнитного поля вблизи поверхности, представляющую самостоятельный интерес для ряда приложений.

4. Запаздывающие функции Грина флуктуационного электромагнитного поля поверхности, граничащей с вакуумом

В общем случае запаздывающая функция Грина $D_{ik}(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$ фотона в однородной и изотропной среде удовлетворяет известному уравнению [19]

$$\left(\text{rot}_{im} \text{rot}_{ml} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \mu(\omega) \delta_{il} \right) D_{ik}(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = -4\pi \hbar \mu(\omega) \delta_{ik} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (17)$$

В геометрии, отвечающей рис. 1, решение уравнения (17) с учетом граничных условий на поверхности $z = 0$ целесообразно находить для соответствующего Фурье-образа $D_{ik}(\omega \mathbf{k}, z, z')$, связанного с исходной функцией интегральным преобразованием (здесь \mathbf{k} — двумерный волновой вектор с компонентами k_x, k_y),

$$D_{ik}(\omega \mathbf{k}, z, z') = \int_{-\infty}^{\infty} d(x - x') \int_{-\infty}^{\infty} d(y - y') D_{ik}(\omega \mathbf{k}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') \times \exp[-ik_x(x - x') - ik_y(y - y')]. \quad (18)$$

Общее решение уравнения (17) для Фурье-компонент функции Грина $D_{ik}(\omega\mathbf{k}, z, z')$ имеет вид

$$D_{ik}(\omega\mathbf{k}, z, z') = D_{ik}^{(S)}(\omega\mathbf{k}, z, z') + D_{ik}^{(V)}(\omega\mathbf{k}, z, z'), \quad (19)$$

где первое слагаемое описывает вклад электромагнитных мод поверхности, а второе — вклад планковских (объемных) мод. Полные выражения для всех компонент $D_{ik}(\omega\mathbf{k}, z, z')$ приведены в Приложении 1. В формулах (П1.1)–(П1.8) вакуумные вклады $D_{ik}^{(V)}(\omega\mathbf{k}, z, z')$ представлены первыми слагаемыми. Выражения для компонент $D_{ik}^{(S)}(\omega\mathbf{k}, z, z')$ ранее были получены в наших работах [10,11], а выражения для компонент $D_{ik}^{(V)}(\omega\mathbf{k}, z, z')$ нетрудно также найти, не решая уравнения (17), если использовать известное вакуумное представление для Фурье-компонент гриновской функции в вакуумном пространстве, свободном от вещества [19],

$$D_{ik}^{(V)}(\omega, k_x, k_y, k_z) = \frac{4\pi\hbar}{\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 + i \cdot 0 \cdot \text{sign } \omega} \times \left(\delta_{ik} - \frac{c^2}{\omega^2} k_i k_k \right). \quad (20)$$

Заметим, что в формуле (20) в отличие от (18), (19) волновой вектор \mathbf{k} имеет три декартовых проекции.

Используя (20), эквивалентное „поверхностное“ представление для функций $D_{ik}^{(V)}(\omega\mathbf{k}, z, z')$ получаем путем сворачивания функций $D_{ik}^{(V)}(\omega, k_x, k_y, k_z)$ по проекции k_z волнового вектора

$$D_{ik}^{(V)}(\omega\mathbf{k}, z, z') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{2\pi} D_{ik}^{(V)}(\omega, k_x, k_y, k_z) \times \exp[ik_z(z - z')]. \quad (21)$$

Интегрирование в (21) элементарно производится с помощью перехода к интегралу по комплексной переменной k_z . Функция $D_{ik}^{(V)}(\omega, k_x, k_y, k_z)$ имеет два полюса на вещественной или мнимой оси, поэтому соответствующие контуры интегрирования замыкаются в верхней или нижней полуплоскости комплексной переменной k_z . Таким образом, функция $D_{ik}^{(V)}(\omega\mathbf{k}, z, z')$ действительно эквивалентна функции $D_{ik}^{(V)}(\omega, k_x, k_y, k_z)$.

Представление гриновской функции в виде двух слагаемых (19) вполне естественно с физической точки зрения: при замене полубесконечной среды на вакуум поверхностная часть $D_{ik}^{(S)}(\omega\mathbf{k}, z, z')$ обращается в нуль, и мы возвращаемся к функции Грина свободного пространства — к формуле (20).

5. Структура флуктуационного электромагнитного поля нагретой поверхности

Используя полученные в разделе 4 и Приложении 1 результаты, найдем спектральную плотность энергии равновесного электромагнитного поля (отнесенной к единице объема) вблизи нагретой плоской поверхности

с температурой T (в этой постановке вакуумный фон тоже имеет температуру T)

$$\rho(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_y}{2\pi} \left[\frac{(\mathbf{E}^2)_{\omega\mathbf{k}} + (\mathbf{B}^2)_{\omega\mathbf{k}}}{8\pi} \right]. \quad (22)$$

Входящие в (22) спектральные плотности электрического и магнитного поля выражаются через Фурье-компоненты запаздывающей функции Грина с помощью соотношений [19]

$$(E_i(z)E_j(z'))_{\omega\mathbf{k}} = \frac{i}{2} \text{cth} \frac{\omega\hbar}{2k_B T} \frac{\omega^2}{c^2} \times [D_{ij}(\omega\mathbf{k}, z, z') - D_{ji}^*(\omega\mathbf{k}, z', z)] \quad (i, j = x, y, z), \quad (23)$$

$$(B_i(z)B_j(z'))_{\omega\mathbf{k}} = \frac{1}{2} \text{cth} \frac{\omega\hbar}{2k_B T} \times \text{rot}_{il} \text{rot}'_{jm} [D_{lm}(\omega\mathbf{k}, z, z') - D_{ml}^*(\omega\mathbf{k}, z, z')], \quad (24)$$

где $\text{rot}_{il} = e_{ipl} \frac{\partial}{\partial x_p}$, $\text{rot}'_{jm} = e_{jqm} \frac{\partial}{\partial x'_q}$, e_{ijk} — единичный антисимметричный тензор, а звездочки в верхнем индексе у функций Грина, как обычно, обозначают комплексное сопряжение. Для получения необходимых корреляционных функций в формулах (23), (24) нужно положить $z = z'$ и провести суммирование по индексу $i = j$. В результате проведения соответствующих вычислений (с использованием формул Приложения 1) после подстановки полученных корреляционных функций в (22) и интегрирования по двумерному волновому вектору получим [74]

$$\rho(\omega) = \rho^{(V)}(\omega) + \rho^{(S)}(\omega), \quad (25)$$

$$\rho^{(V)}(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1} \right), \quad (26)$$

$$\rho^{(S)}(\omega) = \frac{\hbar}{4\pi^2} \text{cth} \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T} \right) \times \int_0^{\omega/c} dk k^3 \text{Re} \left[\frac{\exp(2i|q_0|z)}{|q_0|} (\Delta_e(\omega) + \Delta_m(\omega)) \right] + \frac{\hbar}{4\pi^2} \text{cth} \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T} \right) \times \int_{\omega/c}^{\infty} dk k^3 \text{Im} \left[\frac{\exp(-2q_0 z)}{q_0} (\Delta_e(\omega) + \Delta_m(\omega)) \right], \quad (27)$$

$$\Delta_e(\omega) = \frac{q_0 \varepsilon(\omega) - q}{q_0 \varepsilon(\omega) + q}, \quad \Delta_m(\omega) = \frac{q_0 \mu(\omega) - q}{q_0 \mu(\omega) + q},$$

$$q = (k^2 - (\omega^2/c^2)\varepsilon(\omega)\mu(\omega))^{1/2}, \quad q_0 = (k^2 - \omega^2/c^2)^{1/2}. \quad (28)$$

Первое слагаемое в (25) определяет вклад объемных (планковских) мод равновесного вакуумного электромагнитного поля, не связанных с наличием поляризуемой среды. Функция $\rho^{(V)}(\omega)$ равна сумме спек-

тральной плотности энергии нулевых колебаний и плотности энергии „черного“ излучения [78]. Математически $\rho^{(V)}(\omega)$ определяется вакуумной функцией Грина $D_{ik}^{(V)}(\omega\mathbf{k}, z, z')$.

Второе слагаемое в (25) представляет вклад поверхностных мод равновесного электромагнитного поля, обусловленный наличием среды. Соответственно величина $\rho^{(S)}(\omega)$ определяется поверхностной частью функции Грина $D_{ik}^{(S)}(\omega\mathbf{k}, z, z')$, причем в структуре правой части (27) выделяются вклад волновых мод поверхности (первый интеграл) и вклад ближних мод поверхности (второй интеграл). Функция $\rho^{(S)}(\omega)$, очевидно, зависит от выбора координаты z точки вблизи поверхности.

Формулы (26), (27) тождественно совпадают с результатами работы [79] при условии $\mu(\omega) = 1$. Спектральная плотность энергии электромагнитного поля вычислялась также авторами [80] в геометрии двух пластин с расстоянием d между ними, однако в интересующем нас случае пластина-вакуум (при этом нужно перейти к пределу $d \rightarrow \infty$) тождественность выражений [80] и (26), (27) не очевидна.

Полученные результаты позволяют сделать важный вывод об отсутствии взаимной корреляции между компонентами поля поверхности и вакуумного фона [18,74]. Следовательно, в рассматриваемой задаче (рис. 1) вклады поверхности и вакуумного фона во все интересующие нас величины можно находить отдельно.

В приложениях часто используется представление плотности энергии равновесного электромагнитного поля в виде произведения локальной плотности фотонных состояний (ЛПФС) $D(\omega, z)$ и планковской функции [74]. Применительно к нашему случаю имеем

$$\begin{aligned} \rho(\omega, z) &\equiv D(\omega, z)\hbar\omega\Pi(\omega, T) \\ &= D(\omega, z)\frac{\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1}. \end{aligned} \quad (29)$$

Величина ЛПФС влияет на вероятности элементарных квантовых процессов испускания фотонов веществом. К таким процессам относятся изменения спектров, вероятностей переходов, модификация интенсивности спонтанного (неравновесного) и равновесного теплового излучения, комбинационного и рэлеевского рассеяния [81–86].

Очевидно, что при $z \rightarrow \infty$ доминирующим в (25) является вакуумный член $\rho^{(V)}(\omega)$. Однако даже на больших расстояниях z поверхностный член $\rho^{(S)}(z, \omega)$ может создавать весьма заметный осциллирующий в полупространстве $z > 0$ вклад (первый интеграл (27)). Диапазон расстояний от поверхности, при котором ЛПФС стремится к вакуумной величине $D(\omega) = \omega^2/\pi^2c^3$, можно оценить из условия $\omega_0 z/c \approx 1$, где ω_0 — характерная частота электромагнитного спектра. Следовательно, если поверхность поддерживает определенную электромагнитную моду, то осциллирующий вклад этой моды в ЛПФС будет проявляться на расстояниях порядка длины волны этой моды, а конкретная зависимость ЛПФС от

расстояния до поверхности среды будет определяться видом функций $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$ [74].

В пределе ближнего электромагнитного поля поверхности, когда $\omega_0 z/c \rightarrow 0$, основной вклад в $\rho^{(S)}(z, \omega)$ вносит второе слагаемое (27). В этом случае ЛПФС определяется выражением

$$\begin{aligned} D(z, \omega) &= \frac{1}{8\pi^2 z^3 \omega} \\ &\times \left[\operatorname{Im} \left(\frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega) + 1} \right) + \operatorname{Im} \left(\frac{\mu(\omega) - 1}{\mu(\omega) + 1} \right) \right]. \end{aligned} \quad (30)$$

Формула (30) предсказывает резонансное увеличение ЛПФС при условиях $\operatorname{Re}[\varepsilon(\omega)] = -1$ или $\operatorname{Re}[\mu(\omega)] = -1$, причем каждая резонансная мода с частотой ω_0 характеризуется своим „радиусом действия“ $z_0 = c/\omega_0$.

6. Силы взаимодействия движущейся частицы с объемными (планковскими) и поверхностными модами флуктуационного электромагнитного поля

6.1. Объемные моды: вклад спонтанных дипольных моментов. Метод расчета сил ФЭВ на основе формулы (15) наиболее просто продемонстрировать в случае взаимодействия частицы с объемными (планковскими) модами, когда остается вклад только в тангенциальную силу взаимодействия F_x , причем в силу универсальности объемных мод наличие или отсутствие поверхности никак не влияет на результат расчета. Рассмотрение наиболее удобно вести в системе координат, в которой $\mathbf{V} = (V, 0, 0)$ (рис. 2). Вакуумную среду будем характеризовать величинами $\mu(\omega) = 1$ и $\varepsilon(\omega) = 1 + i \cdot \eta \cdot \operatorname{sign}(\omega)$, предполагая в дальнейшем предельный переход $\eta \rightarrow 0$, $\varepsilon(\omega) = 1$ [19].

Переходя в формулах (2), (3) к Фурье-компонентам по всем пространственным координатам и времени, запишем уравнение Максвелла для Фурье-компонент векторов Герца электромагнитного поля, индуцированных спонтанными электрическим и магнитным дипольными

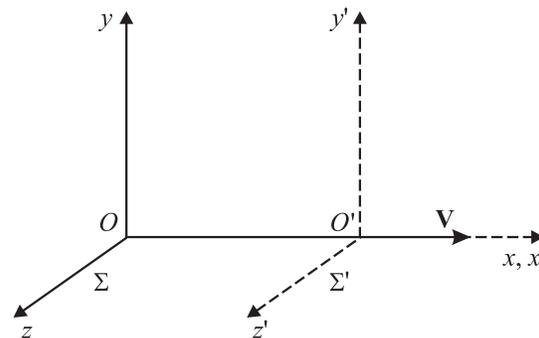


Рис. 2. Декартова система координат Σ , связанная с вакуумным фоном, и система покоя Σ' движущейся частицы.

моментами частицы (для оператора Лапласа в данном случае имеем $\Delta = -k_x^2 - k_y^2 - k_z^2 = -k^2$),

$$\left(\Delta + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega)\right) \mathbf{\Pi}_{\omega\mathbf{k}}^e = -\frac{4\pi}{\varepsilon(\omega)} \mathbf{P}_{\omega\mathbf{k}}, \quad (31)$$

$$\left(\Delta + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega)\right) \mathbf{\Pi}_{\omega\mathbf{k}}^m = -4\pi \mathbf{M}_{\omega\mathbf{k}}. \quad (32)$$

Входящие в (31), (32) Фурье-образы векторных величин (векторов Герца, электрической и магнитной поляризации) определяются стандартным образом в лабораторной системе Σ (рис. 2)

$$\mathbf{X}_{\omega\mathbf{k}} = \iint d^3r dt \mathbf{X}(\mathbf{r}, t) \exp[-i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)]. \quad (33)$$

В соответствии с формулами (2)–(4) при вычислении Фурье-компонент векторов поляризации $\mathbf{P}_{\omega\mathbf{k}}$ и намагниченности $\mathbf{M}_{\omega\mathbf{k}}$ с помощью (33) необходимо найти выражения для спонтанных моментов частицы $\mathbf{d}^{sp}(t)$, $\mathbf{m}^{sp}(t)$ в системе Σ . Для этого используем релятивистские преобразования соответствующих величин из системы покоя частицы Σ' в систему Σ

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}' + \frac{1}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{m}'] - \frac{(\gamma - 1)\mathbf{V}(\mathbf{V} \cdot \mathbf{d}')}{\gamma V^2}, \quad (34)$$

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}' - \frac{1}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{d}'] - \frac{(\gamma - 1)\mathbf{V}(\mathbf{V} \cdot \mathbf{m}')}{\gamma V^2}. \quad (35)$$

При переходе к Фурье-разложениям случайных векторных функций времени $\mathbf{d}^{sp}(t)$, $\mathbf{m}^{sp}(t)$ сначала записываются Фурье-разложения $\mathbf{d}^{sp'}(t')$, $\mathbf{m}^{sp'}(t')$ в системе покоя частицы Σ' , причем частота ω' и время t' выражаются через ω и t лабораторной системы Σ , а затем полученные соотношения подставляются в (34), (35). Нетрудно проверить, например, что для x -проекции спонтанного дипольного момента $d_x^{sp}(t)$ получим выражение:

$$d_x^{sp}(t) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega d_x^{sp'}(\gamma\omega) \exp(-i\omega t). \quad (36)$$

Сводка интегральных разложений для всех проекций спонтанных электрических и магнитных дипольных моментов дана в Приложении 2.

Полученные Фурье-разложения спонтанных дипольных моментов подставляются далее в формулы (2), (3), а последние в свою очередь в (33) для получения Фурье-компонент $\mathbf{P}_{\omega\mathbf{k}}$ и $\mathbf{M}_{\omega\mathbf{k}}$. Соответствующие компоненты векторов Герца электромагнитного поля далее находятся из (31), (32). Сводка результатов для проекций векторов Герца с учетом предельного перехода к вакууму дана в Приложении 3.

Следующий шаг состоит в получении Фурье-компонент индуцированного электрического и магнитного поля, создаваемого движущейся частицей. Это делается на основе соотношений [87]

$$\mathbf{E}_{\omega\mathbf{k}}^{\text{ind}} = \text{rot rot } \mathbf{\Pi}_{\omega\mathbf{k}}^e + \frac{i\omega}{c} \text{rot } \mathbf{\Pi}_{\omega\mathbf{k}}^m, \quad (37)$$

$$\mathbf{H}_{\omega\mathbf{k}}^{\text{ind}} = \text{rot rot } \mathbf{\Pi}_{\omega\mathbf{k}}^m - \frac{i\omega}{c} \varepsilon(\omega) \text{rot } \mathbf{\Pi}_{\omega\mathbf{k}}^e. \quad (38)$$

С учетом (37), (38) и результатов Приложения 3 для проекций компонент векторов Герца, полученные Фурье-разложения индуцированных полей и спонтанных моментов частицы, определенные в системе Σ , подставляются в первую часть формулы (15)

$$F_x^{(1)} = \langle \nabla_x (\mathbf{d}^{sp} \cdot \mathbf{E}^{\text{ind}} + \mathbf{m}^{sp} \cdot \mathbf{H}^{\text{ind}}) \rangle. \quad (39)$$

Возникающие при статистическом усреднении корреляторы дипольных моментов раскрываются с помощью флуктуационно-диссипационных соотношений, взятых в системе покоя частицы Σ' [19],

$$\begin{aligned} \langle d_i^{sp'}(\omega) d_k^{sp'}(\omega') \rangle \\ = 2\pi \delta_{ik} \delta(\omega + \omega') \hbar \alpha_e''(\omega) \text{cth} \frac{\hbar\omega}{2k_B T_1}, \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \langle m_i^{sp'}(\omega) m_k^{sp'}(\omega') \rangle \\ = 2\pi \delta_{ik} (\omega + \omega') \hbar \alpha_m''(\omega) \text{cth} \frac{\hbar\omega}{2k_B T_1}, \end{aligned} \quad (41)$$

где $\alpha_{e,m}''(\omega)$ — мнимые компоненты электрической и магнитной поляризуемости. К этому добавим также, что координаты движущейся частицы $(Vt, 0, 0)$ подставляются в (39) только после дифференцирования по x , а фигурирующие в выражениях для проекций Фурье-компонент векторов Герца резонансные знаменатели (Приложение 3) раскрываются с помощью известного правила [19]

$$\begin{aligned} (k^2 - \omega^2/c^2 - i \cdot 0 \cdot \text{sign } \omega)^{-1} \\ = P[(k^2 - \omega^2/c^2)^{-1}] + i \cdot \pi \delta(k^2 - \omega^2/c^2) \text{sign } \omega \\ = P[(k^2 - \omega^2/c^2)^{-1}] - \frac{i\pi}{2k} [\delta(\omega/c + k) - \delta(\omega/c - k)], \end{aligned} \quad (42)$$

где $P(\dots)$ — главное значение.

После выполнения всех указанных действий получим

$$\begin{aligned} F^{(1)} = \frac{\gamma \hbar}{\pi c^4} \int_0^{\infty} d\omega \omega^4 \int_{-1}^1 dx x (1 + \beta x)^2 \text{cth} \left[\frac{\gamma \hbar \omega (1 + \beta x)}{2k_B T_1} \right] \\ \times [\alpha_e''(\gamma\omega(1 + \beta x)) + \alpha_m''(\gamma\omega(1 + \beta x))]. \end{aligned} \quad (43)$$

6.2. Объемные моды: вклад индуцированных дипольных моментов. Вклад индуцированных дипольных моментов частицы (или, что эквивалентно, спонтанных флуктуационных полей \mathbf{E}^{sp} , \mathbf{H}^{sp}) в силу ФЭВ определяется второй частью формулы (15)

$$F_x^{(2)} = \langle \nabla_x (\mathbf{d}^{\text{ind}} \cdot \mathbf{E}^{sp} + \mathbf{m}^{\text{ind}} \cdot \mathbf{H}^{sp}) \rangle. \quad (44)$$

Для выполнения соответствующего статистического усреднения необходимо найти выражения для индуцированных электрического и магнитного моментов частицы. Это можно сделать, используя обусловленную временной дисперсией интегральную связь между спон-

тантными полями поверхности и индуцированными моментами частицы, заданными в ее системе покоя Σ' [78]

$$\mathbf{d}^{\text{ind}'}(t') = \int_{-\infty}^{t'} \alpha_e(t' - \tau') \mathbf{E}^{sP'}(\mathbf{r}'; \tau') d\tau', \quad (45)$$

$$\mathbf{m}^{\text{ind}'}(t') = \int_{-\infty}^{t'} \alpha_m(t' - \tau') \mathbf{H}^{sP'}(\mathbf{r}'; \tau') d\tau'. \quad (46)$$

Применяя релятивистские преобразования для векторов электрического и магнитного поля и подставляя (45), (46) в (34), (35), находим интегральные соотношения между индуцированными моментами частицы и Фурье-компонентами полей, заданными в системе Σ . Например, учитывая (34), (45) и релятивистское преобразование $E'_x = E_x$, для индуцированного момента $d_x^{\text{ind}}(t)$ получим

$$d_x^{\text{ind}}(t) = \gamma^{-1} (2\pi)^{-4} \iint d\omega d^3k \alpha_e[\gamma(\omega - k_x V)] E_{x,\omega\mathbf{k}}^{sP} \times \exp[-i(\omega - k_x V)t]. \quad (47)$$

Сводка аналогичных выражений для всех проекций индуцированных электрических и магнитных моментов дана в Приложении 4.

Полученные таким путем векторы $\mathbf{d}_x^{\text{ind}}(t)$, $\mathbf{m}_x^{\text{ind}}(t)$ и Фурье-разложений полей поверхности, взятых в соответствии с (33), подставляются в (44). Возникающие корреляторы Фурье-компонент электрического и магнитного поля выражаются через соответствующие спектральные плотности посредством соотношений, следующих из условия стационарности электромагнитных флуктуаций,

$$\langle U_{i\omega\mathbf{k}}^{sP} V_{j\omega'\mathbf{k}'}^{sP} \rangle = (2\pi)^4 \delta(\omega + \omega') \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') (U_i^{sP} V_j^{sP})_{\omega\mathbf{k}}, \quad (48)$$

где U_i^{sP} , $V_i^{sP} = E_i^{sP}$, B_i^{sP} ($i, j = x, y, z$). В свою очередь входящие в (48) спектральные плотности компонент поля выражаются через запаздывающую функцию Грина в однородной и изотропной немагнитоактивной среде соотношениями [19]

$$(E_i^{sP} E_k^{sP})_{\omega\mathbf{k}} = -\text{cth} \frac{\hbar\omega}{2k_B T} \frac{\omega^2}{c^2} \text{Im} D_{ik}(\omega, \mathbf{k}), \quad (49)$$

$$(B_i^{sP} B_k^{sP})_{\omega\mathbf{k}} = -\text{cth} \frac{\hbar\omega}{2k_B T} \text{rot}_{il} \text{rot}'_{km} \text{Im} D_{lm}(\omega, \mathbf{k}), \quad (50)$$

$$(E_i^{sP} B_k^{sP})_{\omega\mathbf{k}} = -\text{cth} \frac{\hbar\omega}{2k_B T} \frac{i\omega}{c} \text{rot}'_{km} \text{Im} D_{lm}(\omega, \mathbf{k}). \quad (51)$$

В формулах (49)–(51) Фурье-компоненты запаздывающей гриновской функции соответствуют ее вакуумной части в „объемном“ представлении $D_{ik}^{(V)}(\omega, \mathbf{k})$.

С учетом (42), (48)–(50) и результатов Приложения 4 формула (44) приводится к виду

$$F_x^{(2)} = -\frac{\gamma\hbar}{\pi c^4} \int_0^\infty d\omega \omega^4 \int_{-1}^1 dx x (1 + \beta x)^2 \text{cth} \left[\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right] \times [\alpha_e''(\gamma\omega(1 + \beta x)) + \alpha_m''(\gamma\omega(1 + \beta x))]. \quad (52)$$

И наконец, суммируя (43) и (52), находим

$$F_x = -\frac{\gamma\hbar}{\pi c^4} \int_0^\infty d\omega \omega^4 \int_{-1}^1 dx x (1 + \beta x)^2 \times [\alpha_e''(\gamma\omega(1 + \beta x)) + \alpha_m''(\gamma\omega(1 + \beta x))] \times \left[\text{cth} \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right) - \text{cth} \left(\frac{\gamma\hbar\omega(1 + \beta x)}{2k_B T_1} \right) \right]. \quad (53)$$

Формула (53) впервые была получена в нашей работе [14]. Обратим внимание на очень важный момент: каждая из формул (43) и (52), взятых по отдельности, содержит расходящиеся интегралы по частоте, и только их сумма дает физически корректный результат — формулу (53). В частном случае $T_1 = T_2 = T$ и $\beta \ll 1$ из нее следует выражение для силы вакуумного трения частицы, движущейся в равновесном фотонном газе,

$$F_x = -\frac{\hbar^2}{3\pi c^4} \frac{\beta}{k_B T} \int_0^\infty d\omega \omega^5 \times [\alpha_e''(\omega) + \alpha_m''(\omega)] \text{sh}^{-2}(\hbar\omega/2k_B T). \quad (53a)$$

В рамках нерелятивистского приближения при $\alpha_m''(\omega) = 0$ формула (53a) была также получена в [73,88], но заметим, что авторы [73] полностью игнорировали вклад во взаимодействие, связанный с собственными флуктуациями дипольного момента \mathbf{d}^{sP} частицы. Конечность полученного результата была достигнута только благодаря тому, что расчет проводился в системе покоя частицы. Аналогичное решение задачи в системе покоя фотонного газа (без учета \mathbf{d}^{sP} , \mathbf{m}^{sP}) неизбежно привело бы к физически бессмысленному, расходящемуся выражению. Детали расчета в [88] не совсем понятны, но в любом случае формула (53a) представляет лишь частный результат. Этот пример убедительно показывает преимущество общего релятивистского подхода.

В заключение этого раздела обратим внимание на принципиальную разницу между силой (53) и радиационной силой, действующей на частицу с радиусом R , значительно превышающим характерную длину волны теплового излучения. В последнем случае применимо приближение геометрической оптики, и расчет, основанный на передаче импульса частице „догоняющими“ и встречными фотонами, приводит к результату [89]

$$F_x = -\frac{4}{3} \beta \gamma^2 (\pi R^2) \left\{ \frac{8\pi^5}{15} \frac{(k_B T)^4}{(2\pi\hbar c)^3} \right\}, \quad (53b)$$

где T — температура, а фактор в фигурных скобках — плотность энергии „черного излучения“; эти величины относятся к системе покоя излучения.

6.3. Взаимодействие с поверхностными модами. Силы ФЭВ частицы с поверхностными модами электромагнитного поля рассчитываются в полном соответствии с описанной в подразделах 6.1 и 6.2 схемой. Технические детали вычислений приведены в работах [7,10,11]. Основные отличия от подразделов 6.1, 6.2 связаны с видом поверхностной части гриновской функции $D_{ik}^{(s)}(\omega\mathbf{k}, z, z')$ (Приложение 1) и с необходимой модификацией формул (49–51). Вместо них используются (23), (24) и формула для корреляционной функции произведения электрических и магнитных полей. Результирующие выражения для проекций F_z и F_x силы ФЭВ с учетом аддитивного вклада вакуумных мод в силу F_x представляются в виде

$$\begin{aligned}
F_z = & -\frac{\hbar\gamma}{\pi^2} \iiint_{k>\omega/c} d\omega dk_x dk_y \exp(-2q_0 z) \\
& \times \left\{ \text{cth} \frac{\hbar\gamma\omega^+}{2k_B T_1} [\text{Re } R_e^+(\omega, \mathbf{k}) \alpha_e''(\gamma\omega^+) \right. \\
& + \text{Re } R_m^+(\omega, \mathbf{k}) \alpha_m''(\gamma\omega^+)] + \text{cth} \frac{\hbar\gamma\omega^-}{2k_B T_1} \\
& \times [\text{Re } R_e^-(\omega, \mathbf{k}) \alpha_e''(\gamma\omega^-) + \text{Re } R_m^-(\omega, \mathbf{k}) \alpha_m''(\gamma\omega^-)] \\
& + \text{cth} \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} [\text{Im } R_e^+(\omega, \mathbf{k}) \alpha_e'(\gamma\omega^+) \\
& + \text{Im } R_m^+(\omega, \mathbf{k}) \alpha_m'(\gamma\omega^+)] + \text{cth} \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \\
& \times [\text{Im } R_e^-(\omega, \mathbf{k}) \alpha_e'(\gamma\omega^-) + \text{Im } R_m^-(\omega, \mathbf{k}) \alpha_m'(\gamma\omega^-)] \left. \right\} \\
& - \frac{\hbar\gamma}{\pi^2} \iiint_{k<\omega/c} d\omega dk_x dk_y \cos(2\tilde{q}_0 z) \{R_e^\pm, R_m^\pm \rightarrow \tilde{R}_e^\pm, \tilde{R}_m^\pm\} \\
& - \frac{\hbar\gamma}{\pi^2} \iiint_{k<\omega/c} d\omega dk_x dk_y \sin(-2\tilde{q}_0 z) \left\{ \text{cth} \frac{\hbar\gamma\omega^+}{2k_B T_1} \right. \\
& \times [\text{Im } \tilde{R}_e^+(\omega, \mathbf{k}) \alpha_e''(\gamma\omega^+) + \text{Im } \tilde{R}_m^+(\omega, \mathbf{k}) \alpha_m''(\gamma\omega^+)] \\
& + \text{cth} \frac{\hbar\gamma\omega^-}{2k_B T_1} [\text{Im } \tilde{R}_e^-(\omega, \mathbf{k}) \alpha_e''(\gamma\omega^-) \\
& + \text{Im } \tilde{R}_m^-(\omega, \mathbf{k}) \alpha_m''(\gamma\omega^-)] - \text{cth} \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \\
& \times [\text{Re } \tilde{R}_e^+(\omega, \mathbf{k}) \alpha_e'(\gamma\omega^+) + \text{Re } \tilde{R}_m^+(\omega, \mathbf{k}) \alpha_m'(\gamma\omega^+)] \\
& - \text{cth} \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} [\text{Re } \tilde{R}_e^-(\omega, \mathbf{k}) \alpha_e'(\gamma\omega^-) \\
& + \text{Re } \tilde{R}_m^-(\omega, \mathbf{k}) \alpha_m'(\gamma\omega^-)] \left. \right\}, \quad (54)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_x = & -\frac{\hbar\gamma}{\pi c^4} \int_0^\infty d\omega \omega^4 \int_{-1}^1 dx x (1 + \beta x)^2 \\
& \times [\alpha_e''(\omega_1) + \alpha_m''(\omega_1)] W(\omega/T_2, \omega_1/T_1) \\
& - \frac{\hbar\gamma}{\pi^2} \iiint_{k>\omega/c} d\omega d^2 k k_x \tilde{q}_0^{-1} \exp(-2q_0 z) \\
& \times \{W(\omega/T_2, \omega^+ \gamma/T_1) [\alpha_e''(\omega^+ \gamma) \text{Im } R_e^+(\omega, \mathbf{k}) \\
& + \alpha_m''(\omega^+ \gamma) \text{Im } R_m^+(\omega, \mathbf{k})] - W(\omega/T_2, \omega^- \gamma/T_1) \\
& \times [\alpha_e''(\omega^- \gamma) \text{Im } R_e^-(\omega, \mathbf{k}) + \alpha_m''(\omega^- \gamma) \text{Im } R_m^-(\omega, \mathbf{k})] \} \\
& - \frac{\hbar\gamma}{\pi^2} \iiint_{k<\omega/c} d\omega d^2 k k_x \tilde{q}_0^{-1} (-\sin(2\tilde{q}_0 z)) \\
& \times \{R_e^\pm, R_m^\pm \rightarrow \tilde{R}_e^\pm, \tilde{R}_m^\pm\} \\
& - \frac{\hbar\gamma}{\pi^2} \iiint_{k<\omega/c} d\omega d^2 k k_x \tilde{q}_0^{-1} \cos(2\tilde{q}_0 z) \\
& \times \{W(\omega/T_2, \omega^+ \gamma/T_1) [\alpha_e''(\omega^+ \gamma) \text{Re } \tilde{R}_e^+(\omega, \mathbf{k}) \\
& + \alpha_m''(\omega^+ \gamma) \text{Re } \tilde{R}_m^+(\omega, \mathbf{k})] - W(\omega/T_2, \omega^- \gamma/T_1) \\
& \times [\alpha_e''(\omega^- \gamma) \text{Re } \tilde{R}_e^-(\omega, \mathbf{k}) + \alpha_m''(\omega^- \gamma) \text{Re } \tilde{R}_m^-(\omega, \mathbf{k})] \}. \quad (55)
\end{aligned}$$

В приведенных формулах использованы следующие обозначения:

$$\omega_1 = \omega\gamma(1 + \beta x), \quad \omega^\pm = \omega \pm k_x V, \quad (56)$$

$$q_0 = (k^2 - \omega^2/c^2)^{1/2}, \quad \tilde{q}_0 = (\omega^2/c^2 - k^2)^{1/2},$$

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2, \quad q = (k^2 - \varepsilon(\omega)\mu(\omega)\omega^2/c^2)^{1/2},$$

$$\tilde{q} = (\varepsilon(\omega)\mu(\omega)\omega^2/c^2 - k^2)^{1/2}, \quad (57)$$

$$\Delta_e(\omega) = \left(\frac{\varepsilon(\omega)q_0 - q}{\varepsilon(\omega)q_0 + q} \right), \quad \tilde{\Delta}_e(\omega) = \left(\frac{\varepsilon(\omega)\tilde{q}_0 - \tilde{q}}{\varepsilon(\omega)\tilde{q}_0 + \tilde{q}} \right), \quad (58)$$

$$\Delta_m(\omega) = \left(\frac{\mu(\omega)q_0 - q}{\mu(\omega)q_0 + q} \right), \quad \tilde{\Delta}_m(\omega) = \left(\frac{\mu(\omega)\tilde{q}_0 - \tilde{q}}{\mu(\omega)\tilde{q}_0 + \tilde{q}} \right), \quad (59)$$

$$\chi_e^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k}) = 2(k^2 - k_x^2\beta^2)(1 - \omega^2/k^2c^2) + \frac{(\omega^\pm)^2}{c^2}, \quad (60)$$

$$\chi_m^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k}) = 2k_y^2\beta^2(1 - \omega^2/k^2c^2) + \frac{(\omega^\pm)^2}{c^2}, \quad (61)$$

$$R_e^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k}) = \chi_e^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k})\Delta_e(\omega) + \chi_m^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k})\Delta_m(\omega), \quad (62)$$

$$R_m^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k}) = \chi_e^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k})\Delta_m(\omega) + \chi_m^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k})\Delta_e(\omega), \quad (63)$$

$$\tilde{R}_e^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k}) = \chi_e^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k})\tilde{\Delta}_e(\omega) + \chi_m^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k})\tilde{\Delta}_m(\omega), \quad (64)$$

$$\tilde{R}_m^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k}) = \chi_e^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k})\tilde{\Delta}_m(\omega) + \chi_m^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k})\tilde{\Delta}_e(\omega), \quad (65)$$

$$W(a/T_2, b/T_1) = \operatorname{cth}\left(\frac{\hbar a}{2k_B T_2}\right) - \operatorname{cth}\left(\frac{\hbar b}{2k_B T_1}\right). \quad (66)$$

Дополнительно отметим, что входящие в (54), (55) поляризуемости, отмеченные одним и двумя штрихами, обозначают их действительные и мнимые части, интегралы по компонентам двумерного волнового вектора берутся в первом координатном квадранте, а по частотам — от 0 до ∞ , структура подынтегральных выражений в фигурных скобках $\{R_e^\pm, R_m^\pm \rightarrow \tilde{R}_e^\pm, \tilde{R}_m^\pm\}$ идентична структуре выражений в фигурных скобках интегралов, берущихся по области $k > \omega/c$ (с учетом указанной замены).

Первое интегральное слагаемое в (55) соответствует вкладу вакуумных мод с температурой T_2 . Оно не зависит от расстояний z частицы от поверхности. Остальные слагаемые и все слагаемые в формуле (54) определяют вклады поверхностных мод и зависят от расстояния до поверхности. При этом интегралы, берущиеся по области волновых векторов $k > \omega/c$, обусловлены взаимодействием частицы с ближними модами, а интегралы по области $k < \omega/c$ — с волновыми (радиационными) модами поверхности. В отличие от аналогичных формул, приведенных в [10,11], формулы (54), (55) включают вклады членов с магнитной поляризацией частицы, отсутствующие в случае ее нулевой магнитной поляризуемости в собственной системе покоя Σ' . Учет магнитной поляризации, как непосредственно видно из структуры формул (54), (55), делает их полностью симметричными к перестановке подынтегральных величин, отмеченных индексами e и m — электрических и магнитных. Таким образом, формулы (54), (55) обеспечивают наиболее полное релятивистское представление для силы ФЭВ в рассматриваемой задаче.

7. Радиационный теплообмен частицы с фоновым излучением и с поверхностью нагретой полубесконечной среды

Вычисление скорости теплового нагрева (охлаждения) релятивистской частицы основывается на формуле (16). Процедура расчета аналогична процедуре расчета флуктуационных сил. Как и в случае формулы для проекции тангенциальной силы F_x , выражение для скорости нагрева dQ/dt содержит вакуумную часть, не зависящую от наличия поверхности (первое интегральное слагаемое (67)), и поверхностную часть, зависящую

от расстояния до поверхности (остальные слагаемые),

$$\begin{aligned} dQ/dt = & \frac{\hbar\gamma}{\pi c^3} \int_0^\infty d\omega \omega^4 \int_{-1}^1 dx (1 + \beta x)^3 \\ & \times [\alpha_e''(\omega_1) + \alpha_m''(\omega_1)] W(\omega/T_2, \omega_1/T_1) \\ & + \frac{\hbar\gamma}{\pi^2} \iiint_{k > \omega/c} d\omega d^2 k q_0^{-1} \exp(-2q_0 z) \\ & \times \{ \omega^+ W(\omega/T_2, \omega^+ \gamma/T_1) [\alpha_e''(\omega^+ \gamma) \\ & \times \operatorname{Im} R_e^+(\omega, \mathbf{k}) + \alpha_m''(\omega^+ \gamma) \operatorname{Im} R_m^+(\omega, \mathbf{k})] \\ & + \omega^- W(\omega/T_2, \omega^- \gamma/T_1) [\alpha_e''(\omega^- \gamma) \\ & \times \operatorname{Im} R_e^-(\omega, \mathbf{k}) + \alpha_m''(\omega^- \gamma) \operatorname{Im} R_m^-(\omega, \mathbf{k})] \} \\ & + \frac{\hbar\gamma}{\pi^2} \iiint_{k < \omega/c} d\omega d^2 k \tilde{q}_0^{-1} (-\sin(2\tilde{q}_0 z)) \\ & \times \{ R_e^\pm, R_m^\pm \rightarrow \tilde{R}_e^\pm, \tilde{R}_m^\pm \} + \frac{\hbar\gamma}{\pi^2} \iiint_{k < \omega/c} d\omega d^2 k \tilde{q}_0^{-1} \\ & \times \cos(2\tilde{q}_0 z) \{ \omega^+ W(\omega/T_2, \omega^+ \gamma/T_1) [\alpha_e''(\omega^+ \gamma) \\ & \times \operatorname{Re} \tilde{R}_e^+(\omega, \mathbf{k}) + \alpha_m''(\omega^+ \gamma) \operatorname{Re} R^+(\omega, \mathbf{k})] \\ & + \omega^- W(\omega/T_2, \omega^- \gamma/T_1) [\alpha_e''(\omega^- \gamma) \\ & \times \operatorname{Re} \tilde{R}_e^-(\omega, \mathbf{k}) + \alpha_m''(\omega^- \gamma) \operatorname{Re} \tilde{R}_m^-(\omega, \mathbf{k})] \}. \quad (67) \end{aligned}$$

Все использованные в (67) обозначения совпадают с аналогичными в (54), (55). Вкладам ближних мод поверхности отвечает второе слагаемое, а вкладам волновых мод поверхности — последние два. В приведенном виде формула (67) была впервые получена в [18] и, как и формулы (54), (55), в настоящее время не имеет релятивистского аналога в случае геометрии двух толстых пластин, разделенных вакуумным зазором и находящихся в относительном движении. Перейдем теперь к обсуждению важных частных случаев, вытекающих из (54), (55) и (67).

8. Сила Казимира

Сила Казимира общего вида определяется формулой (54). В „холодном“ случае $T_1 = T_2 = 0$ для покоящейся частицы все гиперболические котангенсы в (54) равны единице, $\gamma = 1$, $\beta = 0$, поэтому вспомогательные функции (62)–(65), а также подынтегральные выражения в фигурных скобках интегралов (54) значительно упрощаются. В результате стандартного дополнительного преобразования, связанного с поворотом контура интегрирования по частоте на угол $\pi/2$, интегралы по

областям интегрирования $k > \omega/c$ и $k < \omega/c$ объединяются в один интеграл, взятый по мнимым частотам, и в итоге (54) приводится к виду [15]

$$F_z = -\frac{\hbar}{\pi} \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty dk k \exp\left(-2\sqrt{k^2 + \xi^2/c^2}z\right) \times [R_e(i\xi, k)\alpha_e(i\xi) + R_m(i\xi, k)\alpha_m(i\xi)], \quad (68)$$

где выражения для $R_{e,m}(i\xi, k)$ очевидно следуют из (62), (63) с учетом $\beta = 0$, $\omega = i\xi$

$$R_e(i\xi, k) = (2k^2 + \xi^2/c^2)\Delta_e(i\xi) - (\xi^2/c^2)\Delta_m(i\xi),$$

$$R_m(i\xi, k) = (2k^2 + \xi^2/c^2)\Delta_m(i\xi) - (\xi^2/c^2)\Delta_e(i\xi). \quad (69)$$

Из (68) при $\alpha_m(\omega) = 0$ в незапаздывающем пределе $c \rightarrow \infty$ следует классическое выражение для силы Ван-дер-Ваальса между частицей с электрической дипольной поляризуемостью α_e и поверхностью [50]

$$F_z = -\frac{3}{4\pi} \frac{\hbar}{z^4} \int_0^\infty \frac{\varepsilon(i\xi) - 1}{\varepsilon(i\xi) + 1} \alpha_e(i\xi) d\xi, \quad (70)$$

а в запаздывающем пределе (68) тождественно совпадает (при $\alpha_m(\omega) = 0$) с выражением для „холодной“ силы Казимира [21]. В частности, для идеально проводящих поверхности и частицы с учетом $\varepsilon(i\xi) \rightarrow \infty$, $\alpha_e(i\xi) = R^3$, $\alpha_m(i\xi) = -R^3/2$ [78] формулы (62), (63) упрощаются в виде $R_e(i\xi, k) = -R_m(i\xi, k) = 2(k^2 + \xi^2/c^2)$, после чего из (68) следует

$$F_z = -\frac{9}{4\pi} \frac{\hbar c R^3}{z^5}. \quad (71)$$

Формула (71) с уменьшенным численным коэффициентом $3/2\pi$ была впервые получена в работе Казимира и Полдера [3]. Правильный численный коэффициент получается только при учете члена с магнитной поляризацией, который составляет в данном случае 50% от вклада члена с электрической поляризацией. Это согласуется с квантовым электродинамическим расчетом [90].

Теперь рассмотрим более общий случай теплового равновесия с температурой $T_1 = T_2 = T$. С учетом аналитических свойств подинтегральных функций в формуле (54) результат приводится к компактному виду

$$F_z = -2k_B T \sum_{n=0}^{\infty} a_n \int_0^\infty dk k [R_e(i\xi_n, k)\alpha_e(i\xi_n) + R_m(i\xi_n, k)\alpha_m(i\xi_n)] \exp\left(-2\sqrt{k^2 + \xi_n^2/c^2}z\right), \quad (72)$$

где $a_n = (1 - \delta_{0n}/2)$ и $\xi_n = 2\pi k_B T n / \hbar$. Эквивалентное представление формулы (72) без перехода к комплексным частотам рассматривалось в [15]. В этом случае $F_z = F_z^{(0)} + F_z^{(T)}$, причем „холодная“ часть $F_z^{(0)}$ силы

Казимира определяется формулой (68), а зависящая от температуры часть равна

$$F_z^{(T)} = -\frac{2\hbar}{\pi} \int_0^\infty d\omega \left(\frac{\omega}{c}\right)^4 [\exp(\hbar\omega/kT) - 1]^{-1} \times \left\{ \int_0^1 duu \operatorname{Im}[\exp(2i\omega z u/c)(\tilde{f}_e(u, \varepsilon)\alpha_e(\omega) + \tilde{f}_m(u, \varepsilon)\alpha_m(\omega))] + \int_0^\infty duu \exp(-2\omega z u/c) \times \operatorname{Im}[f_e(u, \varepsilon)\alpha_e(\omega) + f_m(u, \varepsilon)\alpha_m(\omega)] \right\}. \quad (73)$$

Кроме того, функции $f_{e,m}(u, \varepsilon)$, $\tilde{f}_{e,m}(u, \varepsilon)$ определены соотношениями

$$f_e(u, \varepsilon) = (2u^2 + 1)\Delta_e(u, \varepsilon) + \Delta_m(u, \varepsilon), \quad (74)$$

$$f_m(u, \varepsilon) = (2u^2 + 1)\Delta_m(u, \varepsilon) + \Delta_e(u, \varepsilon), \quad (75)$$

$$\tilde{f}_e(u, \varepsilon) = (1 - 2u^2)\tilde{\Delta}_e(u, \varepsilon) + \tilde{\Delta}_m(u, \varepsilon), \quad (76)$$

$$\tilde{f}_m(u, \varepsilon) = (1 - 2u^2)\tilde{\Delta}_m(u, \varepsilon) + \tilde{\Delta}_e(u, \varepsilon). \quad (77)$$

Функции $\Delta_{e,m}(u, \varepsilon)$ в (74)–(77) находятся из (57)–(59) при $\mu = 1$ с заменой $(kc/\omega) = \sqrt{u^2 + 1}$, а $\tilde{\Delta}_{e,m}(u, \varepsilon)$ — с заменой $(kc/\omega) = \sqrt{1 - u^2}$. Диэлектрическая проницаемость зависит от действительной частоты ω . Первое из интегральных слагаемых в фигурных скобках формулы (73) связано с вкладом волновых мод поверхности, а второе — с вкладом ближних мод.

Заметим, что формулы (68) и (72) без учета магнитных членов можно также получить из общей формулы Лифшица для силы взаимодействия параллельных пластин, разделенных вакуумным промежутком, если воспользоваться предельным переходом к разреженной среде для вещества второй пластины [19]: $\varepsilon_2 \rightarrow 1 + 4\pi\alpha_e$. Однако при отсутствии теплового равновесия такой переход недостаточно адекватен: так, при $T_1 = 0$, $T_2 = T$ в дополнение к формуле (72) сила взаимодействия включает еще одно слагаемое вида

$$\Delta F_z^{(1)} = \frac{2\hbar}{\pi} \int_0^\infty d\omega \Pi(\omega, T) \alpha_e''(\omega) \times \operatorname{Re} \left\{ \int_0^\infty dk k [\exp(-2q_0 z) R_e(\omega, k)] \right\} + \{\alpha_e'' \rightarrow \alpha_m'', R_e \rightarrow R_m\}, \quad (78)$$

где $\Pi(\omega, T)$ определяется из (29), а внеинтегральный член в фигурных скобках (78) идентичен первому интегралу с соответствующей модификацией подинтегральных функций. Случай $T_1 = 0$, в частности, соответствует

нейтральному атому в основном состоянии. Таким образом, в данной ситуации система атом–поверхность не является термодинамически равновесной.

Рассмотрим также частный случай идеально проводящих частицы и пластины при конечной температуре $T_1 = T_2 = T$. „Холодная“ часть силы Казимира по-прежнему определяется формулой (71), а в тепловой части (73) вклад ближнеполюсных электромагнитных мод поверхности (второй интеграл в фигурных скобках) обратится в нуль. Вычисление остающегося интеграла в (73) дает

$$F_z^{(T)} = -\frac{3}{8}\hbar\omega_W \frac{R^3}{z^4} \varphi_1(x, \text{cth } x),$$

$$x = 2\pi\omega_W z/c, \quad \omega_W = k_B T/\hbar, \quad (79)$$

$$\varphi_1(x, \text{cth } x) = -3x + 3x \text{cth}^2 x + 3\text{cth } x - 3x^2 \text{cth } x + 3x^2 \text{cth}^3 x - 12/x + x^3 - 4x^3 \text{cth}^2 x + 3x^3 \text{cth}^4 x. \quad (80)$$

При $x \rightarrow 0$ $\varphi_1(x, \text{cth } x) \rightarrow -0.0254x^5$, а при $x \rightarrow \infty$ $\varphi_1(x, \text{cth } x) \rightarrow 3$. Минимальное значение $\varphi_1(x, \text{cth } x)$ равно -0.15 , и достигается при $x = 2.36$. При $x < 3.2$ $\varphi_1(x, \text{cth } x) < 0$, поэтому тепловая сила Казимира $F_z^{(T)}$ является отталкивающей. Однако в рассматриваемом случае она пренебрежимо мала по сравнению с „холодной“ силой $F_z^{(0)}$. При $x\varphi_1(x, \text{cth } x) > 12$ ситуация изменяется, и $|F_z^{(T)}| > |F_z^{(0)}|$. Это неравенство выполняется при $x > 8$, поэтому при температуре $T = 300$ К тепловая сила Казимира оказывается доминирующей на расстояниях $z > 9.8 \mu\text{m}$. С учетом асимптотики $\varphi_1(x, \text{cth } x) \rightarrow 3$ для $F_z^{(T)}$ получим

$$F_z = -\frac{9}{8}k_B T \frac{R^3}{z^4}, \quad 2\pi\omega_W z/c \gg 1. \quad (81)$$

Заметим, что без учета вклада магнитной поляризации частицы численный коэффициент в (81) оказывается равным $3/4$. Это согласуется с формулой (32) работы [91]. Формула (81) является аналогом известного результата для силы давления Казимира между двумя нагретыми пластинами [92]

$$P = -\frac{k_B T \xi(3)}{4\pi z^3}, \quad (81a)$$

где $\xi(x)$ — дзета-функция Римана, $\xi(3) = 1.202$.

При выполнении разложения в формуле (54) по степеням скорости первые исчезающие динамические поправки к силе F_z оказываются пропорциональны V^2 , причем они могут быть двух типов. Одна из поправок имеет порядок $(V/\omega_0 z)^2$ (ω_0 — характерная частота поглощения), а другая — порядок $(V/c)^2$ по сравнению с „холодной“ частью силы Казимира (68). Соответственно первая из них является доминирующей в ближней зоне электромагнитного поля поверхности при $z\omega_0/c < 1$, а вторая — в дальней зоне при $z\omega_0/c > 1$. Детальный анализ релятивистской ситуации требует специального исследования.

9. Сила вакуумного трения

В дальнейшем будем считать поверхность немагнитной ($\mu = 1$), а ее диэлектрическую функцию запишем в общем виде $\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega)$. При нерелятивистском движении $\beta \ll 1$, $\gamma = 1$ формула (55) упрощается путем разложения подынтегральных функций в ряды по нечетным степеням скорости V . Для линейного по скорости члена разложения получим [18]

$$F_x = F_x^{\text{Vac}} + F_x^S, \quad (82)$$

$$F_x^{\text{Vac}} = -\frac{4\hbar V}{3\pi c^5} \int_0^\infty d\omega \omega^5 \left\{ \frac{\hbar}{4k_B T_1} (\alpha_e'' + \alpha_m'') \times \text{sh}^{-2}(\hbar\omega/2k_B T_1) + 2[\Pi(\omega, T_2) - \Pi(\omega, T_1)] \times \left[\frac{\alpha_e'' + \alpha_m''}{\omega} + \frac{1}{2} \frac{d\alpha_e''}{d\omega} + \frac{1}{2} \frac{d\alpha_m''}{d\omega} \right] \right\}, \quad (83)$$

$$F_x^S = -\frac{\hbar V}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty d\omega du (\omega/c)^5 (u^2 + 1) \exp\left(-\frac{2\omega z}{c} u\right) \times \left\{ 2[\Pi(\omega, T_2) - \Pi(\omega, T_1)] \left[\frac{d\alpha_e''}{d\omega} \text{Im } f_e + \frac{d\alpha_m''}{d\omega} \text{Im } f_m + \frac{2}{\omega} (\alpha_e'' + \alpha_m'') (\Delta_e'' + \Delta_m'') \right] + \frac{\hbar}{2k_B T_1} \text{sh}^{-2}(\hbar\omega/2k_B T_1) [\alpha_e'' \text{Im } f_e + \alpha_m'' \text{Im } f_m] \right\} - \frac{\hbar V}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^1 d\omega du (\omega/c)^5 (1 - u^2) \left\{ 2[\Pi(\omega, T_2) - \Pi(\omega, T_1)] \left[\text{Re}\left(e^{\frac{2i\omega z}{c} u} \tilde{f}_e\right) \frac{d\alpha_e''}{d\omega} + \text{Re}\left(e^{\frac{2i\omega z}{c} u} \tilde{f}_m\right) \frac{d\alpha_m''}{d\omega} + \frac{2}{\omega} \text{Re}\left(e^{\frac{2i\omega z}{c} u} (\tilde{\Delta}_e + \tilde{\Delta}_m)\right) (\alpha_e'' + \alpha_m'') \right] + \frac{\hbar}{2k_B T_1} \text{sh}^{-2}(\hbar\omega/2k_B T_1) \times \left[\text{Re}\left(e^{\frac{2i\omega z}{c} u} \tilde{f}_e\right) \alpha_e'' + \text{Re}\left(e^{\frac{2i\omega z}{c} u} \tilde{f}_m\right) \alpha_m'' \right] \right\}. \quad (84)$$

Для упрощения записи аргументы подынтегральных функций в (83), (84) опущены. Диэлектрическая проницаемость ε в (77)–(80) зависит от вещественной частоты ω .

Формула (82) описывает вакуумный вклад в тангенциальную силу ФЭВ, не зависящий от расстояния до поверхности z , а формула (84) — вклад, обусловленный взаимодействием с поверхностью. При этом первый интеграл в (84) учитывает взаимодействие с ближними модами поверхности, а второй интеграл — взаимодей-

ствии с волновыми модами поверхности. При тепловом равновесии $T_1 = T_2 = T$ из (83), (84) следует

$$\begin{aligned}
F_x = & -\frac{\hbar^2 V}{3\pi k_B T c^5} \int_0^\infty d\omega \frac{\omega^5}{\text{sh}^2(\hbar\omega/2k_B T)} (\alpha_e'' + \alpha_m'') \\
& -\frac{\hbar^2 V}{4\pi k_B T c^5} \int_0^\infty \int_0^\infty d\omega du (u^2 + 1) \exp\left(-\frac{2\omega z}{c} u\right) \\
& \times \frac{\omega^5}{\text{sh}^2(\hbar\omega/2k_B T)} (\alpha_e'' \text{Im} f_e + \alpha_m'' \text{Im} f_m) \\
& -\frac{\hbar^2 V}{4\pi k_B T c^5} \int_0^\infty \int_0^1 d\omega du (1 - u^2) \frac{\omega^5}{\text{sh}^2(\hbar\omega/2k_B T)} \\
& \times \left[\text{Im} \left(e^{\frac{2i\omega z}{c} u} \tilde{f}_e \right) \alpha_e'' + \text{Im} \left(e^{\frac{2i\omega z}{c} u} \tilde{f}_m \right) \alpha_m'' \right]. \quad (85)
\end{aligned}$$

В отличие от „холодной“ силы Казимира (68) тангенциальная сила при $T_1 = T_2 = 0$ строго равна нулю в линейном порядке разложения по степеням V (при нерелятивистском движении). Это очевидно следует из (85) в пределе $T \rightarrow 0$. Подробное рассмотрение релятивистской ситуации выходит за рамки настоящей работы и будет выполнено отдельно, однако даже беглый анализ общей формулы (55) показывает, что при $\gamma > 1$ в случае холодной поверхности и фонового излучения тангенциальная сила может отличаться от нуля даже при очень малых температурах частицы T_1 . Это обстоятельство связано с тем, что величина $\omega^- \gamma / T_1$ в аргументе функции $W(\omega/T_2, \omega^- \gamma / T_1)$ остается конечной при $\omega \approx kc + 2k_B T_1 a / \hbar \gamma$, где a — численный коэффициент порядка единицы. Поэтому (при $T_2 = 0, T_1 \neq 0$)

$$\begin{aligned}
W(\omega/T_2, \omega^- \gamma / T_1) &= 1 - \text{cth}(\omega^- \gamma / 2k_B T_1) \\
&= 1 - \text{cth} a \neq 0, \quad (86)
\end{aligned}$$

и подынтегральная функция во втором интеграле (55) отличается от нуля в небольшом частном интервале вблизи $\omega = kc$.

Учитывая, что $\alpha_e, \alpha_m \propto R^3$, из формул (75), (76) нетрудно получить характерные зависимости сил F_x^{Vac} и F_x^S от параметров z, V, R, ω_W ($\omega_W = k_B T / \hbar$ — частота Вина)

$$F_x^{\text{Vac}} \propto \frac{\hbar V \omega_W^2}{c^2} \left(\frac{\omega_W R}{c} \right)^3, \quad (87)$$

$$F_x^S \propto \begin{cases} \frac{\hbar V}{z^2} \left(\frac{R}{z} \right)^3, & \omega_W z / c \ll 1, \\ \frac{\hbar V}{z^2} \left(\frac{R}{z} \right)^3 \left(\frac{\omega_W z}{c} \right)^3, & \omega_W z / c \gg 1. \end{cases} \quad (88)$$

Условие $\omega_W z / c \ll 1$ в (88) отвечает незапаздывающему пределу. Сравнивая соответствующую тангенциальную силу с „холодной“ силой Казимира (71), получим оценку

$F_x / F_z \approx V / c \ll 1$. В релятивистском случае и (или) в области запаздывания $\omega_W z / c \gg 1$ для оценки отношения F_x / F_z необходимо дополнительное исследование.

Анализ ультрарелятивистского выражения для вакуумной силы F_x^{Vac} недавно проводился в [14]. Для диэлектрической частицы с резонансным поглощением на частоте ω_0 мнимую часть поляризуемости можно представить в виде $\alpha_e''(\omega) = 0.5\pi\omega_0 R^3 \delta(\omega - \omega_0)$, тогда исходя из (55) для вакуумного вклада в тангенциальную силу можно записать

$$\begin{aligned}
F_x^{\text{Vac}} = & -\frac{\hbar\omega_0^2}{c\gamma^4} \left(\frac{\omega_0 R}{c} \right)^3 \\
& \times \int_{1/2}^{2\gamma^2} dx (1-x) [\Pi(\omega_0 x / \gamma, T_2) - \Pi(\omega_0, T_1)]. \quad (89)
\end{aligned}$$

Из формулы (89), в частности, следует возможность ускорения частицы, движущейся в горячем фотонном газе. Поскольку уравнение динамики релятивистской частицы (где m — масса)

$$mcd\beta/dt = \gamma^{-3/2} F_x$$

параметрически зависит от температуры T_1 , взятой в системе покоя частицы, его необходимо решать совместно с кинетическим уравнением для изменения T_1 .

10. Нерелятивистский предел для скорости теплового нагрева частицы

При разложении общей формулы (56) по степеням скорости результат представляется суммой не зависящей от скорости частицы мощности нагрева dQ_0/dt и динамических поправок, первая из которых аналогично разложению силы F_z пропорциональна квадрату скорости V^2 . Для величины dQ_0/dt получим

$$\begin{aligned}
\dot{Q}_0 = & -\frac{4\hbar}{\pi c^3} \int_0^\infty d\omega \omega^4 [\alpha_e''(\omega) + \alpha_m''(\omega)] [\Pi(\omega, T_1) \\
& - \Pi(\omega, T_2)] - \frac{2\hbar}{\pi c^3} \int_0^\infty d\omega \omega^4 [\Pi(\omega, T_1) - \Pi(\omega, T_2)] \\
& \times \int_0^\infty du \exp\left(-\frac{2\omega z}{c} u\right) (\alpha_e'' \text{Im} f_e + \alpha_m'' \text{Im} f_m) \\
& - \frac{2\hbar}{\pi c^3} \int_0^\infty d\omega \omega^4 [\Pi(\omega, T_1) - \Pi(\omega, T_2)] \\
& \times \int_0^1 du \left[\text{Re} \left(e^{\frac{2i\omega z}{c} u} \tilde{f}_e \right) \alpha_e'' + \text{Re} \left(e^{\frac{2i\omega z}{c} u} \tilde{f}_m \right) \alpha_m'' \right]. \quad (90)
\end{aligned}$$

Очевидно, $\dot{Q}_0 \neq 0$ только при $T_1 \neq T_2$. Первое интегральное слагаемое в правой части (90), не зависящее от

расстояния z , описывает теплообмен между частицей и вакуумным фоном, второе и третье — теплообмен с ближними и радиационными модами поверхности. Для нейтрального атома в основном состоянии ($T_1 = 0$) формула (90) предсказывает нагрев, который физически можно трактовать как проявление дополнительного лэмбовского сдвига уровней. Неравновесность данной ситуации также подчеркивается формулой (78) для силы F_z .

Вакуумный вклад в скорость теплообмена можно получить и более простым способом, используя закон Кирхгофа для теплового излучения и сечение поглощения электромагнитного излучения частицей [78]. В частности, таким путем авторы [93] показали, что для металлической наночастицы скорость охлаждения в холодный вакуум обусловлена ее магнитной поляризацией. В отличие от этого вклады в скорость теплового нагрева (охлаждения) при взаимодействии частицы с поверхностными электромагнитными модами могут быть получены только при использовании общей теории электромагнитных флуктуаций.

В представленной форме с учетом электрической и магнитной поляризации частицы, а также вакуумного теплообмена формула (90) впервые была получена в нашей работе [17]. Без магнитного вклада правильное выражение для второго интеграла в (90) (т.е. для скорости теплообмена ближними модами) было также получено авторами [47,69]. Однако использованный в этих работах феноменологический прием не является строгим, поскольку отдельно вычислялись потоки тепла от поверхности к частице и наоборот без решения общей электродинамической задачи. Первый из них формально можно найти умножением плотности фотонных состояний поверхностных мод (27) на мнимую часть поляризуемости частицы и на среднюю энергию фотона в бозе-эйнштейновском распределении. Этот тепловой поток соответствует величине $\langle \mathbf{d} \cdot \mathbf{E} \rangle$, где вектор \mathbf{d} ассоциируется с индуцированным дипольным моментом частицы, а вектор \mathbf{E} — со спонтанным электрическим полем поверхности. Но строгого обоснования того, что обратный тепловой поток от частицы к поверхности определяется точно такой же формулой с заменой планковского температурного фактора поверхности (см. (29)) на аналогичный фактор для частицы, в работах [47,69] нет. Близкий к этому приближенный метод был использован в [67] при расчете теплообмена между двумя поляризующимися частицами. В действительности же при последовательном вычислении dQ/dt на основе формулы (16) нет никакой необходимости в выборе направления потока тепла: знаки отдельных составляющих, связанных со спонтанными и индуцированными флуктуациями дипольного момента частицы, получаются автоматически после выполнения теплового усреднения.

В отличие от формулы для скорости теплообмена ближними модами dQ/dt , полученной в [69], следствием аналогичной ей формулы (57) работы [68] является ошибочное выражение для локальной плотности фо-

тонных состояний. Это еще раз доказывает несостоятельность формального перехода от конфигурации 1 к конфигурации 2 (в данном случае — в расчете скорости теплообмена).

При $V \neq 0$ процесс теплообмена между частицей и средой имеет новые особенности. В частности, при тепловом равновесии $T_1 = T_2 = T$ частица может нагреваться. Это является очевидным следствием закона сохранения энергии: даже если интеграл диссипации в (7) равен нулю, остается вклад в dQ/dt , связанный с работой силы трения $-\mathbf{F} \cdot \mathbf{V}$, пропорциональный квадрату скорости V^2 . Направление передачи тепла при этом может быть различным. При небольшом различии температур ΔT частицы и среды динамическая поправка к скорости нагрева превосходит dQ_0/dt в первом приближении при $\beta^2 > \Delta T/T$.

В ультрарелятивистском пределе $\gamma \gg 1$ при тех же условиях, что и при выводе (88) ($\alpha'' \sim \delta(\omega - \omega_0)$), для вклада вакуумных мод в скорость нагрева частицы, соответствующую формуле (56), получим [15]

$$\dot{Q} = \frac{\hbar\omega_0^5 R^3 \gamma^{-4}}{2c^3} \int_{1/2}^{2\gamma^2} dx (\Pi(\omega_0 x/\gamma, T_2) - \Pi(\omega_0, T_1)). \quad (91)$$

С учетом (88) и (90) закон сохранения энергии в системе частица–вакуумная среда принимает вид

$$-dW/dt = F_x V + dQ/dt = \frac{\hbar\omega_0^5 R^3 \gamma^{-4}}{c^3} \times \int_{1/2}^{2\gamma^2} dx x (\Pi(\omega_0 x/\gamma, T) - \Pi(\omega_0, T)) > 0, \quad (92)$$

где W — энергия электромагнитного поля. Формула (92) согласуется с общим соотношением (7). Аналогичное равенство, очевидно, должно иметь место и при учете ФЭВ с поверхностными электромагнитными модами.

11. Сферическая частица большого радиуса вблизи плоской поверхности

Приближенный расчет силы Казимира между сферической частицей большого радиуса R и толстой пластиной при малой ширине зазора z вакуумного контакта между ними ($R/z \gg 1$) в условиях теплового равновесия обычно выполняется с помощью локально-плоского приближения Дерягина (ЛППД) [48,49]

$$F_z = 2\pi R E_{\text{рег}}(z, T), \quad (93)$$

где $E_{\text{рег}}(z, T)$ — зависящая от расстояния между пластинами и температуры регуляризованная часть плотности свободной энергии электромагнитного поля в геометрии 1. Общее выражение для $E_{\text{рег}}(z, T)$ было получено Лифшицем [4]. Как было показано в работе [94], ЛППД эквивалентно методу аддитивного суммирования меж-

атомных потенциалов взаимодействия Ван-дер-Ваальса (Казимира) с учетом дополнительной перенормировки константы парного взаимодействия. В случае $R/z \gg 1$ относительная ошибка данного метода может составлять менее 0.01% [94]. В [5] также предполагается, что ЛППД в равной степени эффективно и при вычислении тепловых сил Казимира. Однако в последнее время адекватность ЛППД в конфигурации линза–пластина продолжает активно дискутироваться в связи с необходимостью более точной интерпретации измерений сил Казимира [27,29,30,95,96].

Результаты, полученные для конфигурации 2, позволяют подойти к этой проблеме с другой точки зрения. Как альтернативу ЛППД и другим приближенным методам, основанным на переходе от конфигурации 1 к конфигурации сфера–плоскость, мы предлагаем противоположную схему: переход от конфигурации малая частица–плоскость к конфигурации сфера–плоскость.

Рассматривая (68), (73) как локальные соотношения для малой частицы с объемом d^3r , проведем интегрирование по объему меньшего тела (сферы) аналогично процедуре расчета консервативных сил ФЭВ между двумя протяженными телами с помощью суммирования парных межатомных потенциалов. Тогда результирующая сила Казимира, действующая на сферическое тело, находящееся вблизи пластины, равна

$$F_C(z, T) = \int_V F(\mathbf{r}, T) d^3r$$

$$= \pi z_0^3 \int_1^{1+2R/z_0} F(z_0 t, T) \left[\frac{2R}{z_0} (t-1) - (t-1)^2 \right] dt, \quad t = z/z_0, \quad (94)$$

где $F(z, T)$ определяется формулами (68), (73), в которых поляризуемости $\alpha_{e,m}(\omega)$ нормируются на единицу объема материала сферы, V — ее объем, z_0 — расстояние аперса от поверхности.

Этот вариант аддитивного приближения в отличие от метода суммирования парных потенциалов позволяет учесть и температурную, и материальную зависимости силы Казимира. В случае идеально проводящих сферы и пластины подстановка (68) и (73) в (94) дает (R — радиус сферы, z — кратчайшее расстояние аперса сферы от поверхности, $x = 2\pi k_B T z / \hbar c$)

$$F_0(z) = -\frac{9\hbar c}{4\pi} \frac{(R+z)}{z^3} \left(\frac{R}{2R+z} \right)^3, \quad (95)$$

$$F_T(z, T) = -\frac{9}{32} \frac{k_B T R}{z^2} \left[\varphi_2(x) - \frac{z}{R} \varphi_3(x) \right]$$

$$- \frac{z^2}{R(z+2R)} \varphi_3(x(1+2R/z))$$

$$- \frac{1}{2} \left(\frac{z}{z+2R} \right)^2 \varphi_2(x(1+2R/z)), \quad (96)$$

$$\varphi_2(x) = \text{cth } x + x \text{cth}^2 x - x - 2/x, \quad (97)$$

$$\varphi_3(x) = \text{cth}(x) - 1/x. \quad (98)$$

В предельном случае $R/z \gg 1$ из (95) следует

$$F_0(z) = -\frac{9\hbar c R}{32\pi z^3}, \quad (99)$$

а в случае $R/z \ll 1$ возвращаемся к (71). Формула (99) лишь незначительно отличается от „канонического“ результата [5]

$$F_0(z) = -\frac{\pi^3}{360} \frac{\hbar c R}{z^3}, \quad (100)$$

поскольку отношение численных коэффициентов в (99) и (100) равно 1.039. Заметим, что формула (100) получается в рамках ЛППД из (93) при подстановке в нее классического выражения для регуляризованной плотности свободной энергии электромагнитного поля между идеально проводящими пластинами [5]

$$F_{\text{reg}}(z) = -\frac{\pi^2}{720} \frac{\hbar c}{z^3}. \quad (101)$$

Для высокотемпературного вклада в силу Казимира при $R/z \gg 1$ и $2\pi\omega_w z/c \gg 1$ из (96) следует

$$F^{(T)} = -\frac{9}{32} \frac{k_B T R}{z^3}. \quad (102)$$

Численный коэффициент в (102) составляет 0.936 от аналогичной величины, отвечающей ЛППД с учетом высокотемпературной асимптотики формулы Лифшица (81а). Различие коэффициентов 1.039 и 0.936 показывает, что погрешность ЛППД в случаях „холодной“ и „тепловой“ сил Казимира различна. В целом же эти результаты позволяют сделать вывод, что формула для силы Казимира в конфигурации 2, полученная в дипольном пределе $R/z \ll 1$, в комбинации с аддитивным приближением (94) имеет вполне определенную перспективу для применений к конфигурации сфера–пластина. Формулу (94) можно использовать также при вычислении диссипативных сил и теплообмена, действующих на сферическое тело, но в этом случае ввиду отсутствия соответствующих точных решений для конфигурации 1 оценку допускаемой погрешности пока сделать трудно.

12. Тепловая сила Казимира и теорема Нернста

Впервые вопрос о выполнимости термодинамической теоремы Нернста в связи с расчетами тепловой силы Казимира возник в работах [95,96], в которых применялись различные модели диэлектрической функции в расчетах на основе формулы Лифшица (в конфигурации 1). Оказалось [96], что модель Друде, в которой для нормальных металлов на низких частотах $\varepsilon(\omega) \sim \omega^{-1}$ (в согласии с уравнениями Максвелла), в пределе иде-

ально проводящих пластин приводит к вдвое меньшей величине тепловой силы Казимира, чем предсказывается формулой (81a), являющейся „реперным“ результатом квантовой электродинамики [92]. А для нормальных металлов модель Друде приводит к очень большим тепловым поправкам в силы Казимира по сравнению со случаем идеально проводящих металлов [97]. Затем было показано [98], что модель Друде также нарушает термодинамическую теорему Нернста, согласно которой энтропия системы при $T = 0$ должна строго обращаться в нуль. Заметим, что в конфигурации 1 энтропия, отнесенная к единице площади пластин, определяется стандартным соотношением $S = -(\partial E_{\text{рег}}/\partial T)_z$, где $E_{\text{рег}}$ — регуляризованная часть плотности свободной энергии. Соответственно давление Казимира определяется как $P = -(\partial E_{\text{рег}}/\partial z)_T$, где z — расстояние между пластинами.

Для преодоления возникших затруднений авторы [99,100] предложили использовать плазменную модель диэлектрической функции, в которой $\varepsilon(\omega) \sim \omega^{-2}$ при $\omega \rightarrow 0$. Плазменная модель согласуется с (81a) и обеспечивает выполнение теоремы Нернста. Рассматривалась также модель Друде для вещества пластин с примесными решеточными включениями [101], благодаря которым имеется остаточная релаксация при $T = 0$ и соответственно трудности теории тоже снимаются. Тем не менее поставленный вопрос продолжает интенсивно дискутироваться [8,26], поскольку применение плазменной модели физически оправдано только для оптических частот, а модель с решеточными включениями не адекватна в случае совершенных кристаллических структур. Вполне очевидный интерес представляет обсуждение этой проблемы и для силы Казимира, вычисленной в конфигурации 2. Для упрощения соответствующего анализа ограничимся случаем, когда частица и пластина сделаны из одного металла.

С учетом (68), (73) и соотношения $F_z = -\partial E_F/\partial z$ свободную энергию системы частица–поверхность представим в виде [102]

$$E_F(z, T) = E_F(z, 0) - \frac{\hbar}{\pi} \int_0^{\infty} d\omega \left(\frac{\omega}{c}\right)^3 [\exp(\hbar\omega/kT) - 1]^{-1} \times \left\{ \int_0^1 du \operatorname{Re} [\exp(2i\omega zu/c) (\tilde{f}_e(u, \varepsilon)\alpha_e(\omega) + \tilde{f}_m(u, \varepsilon)\alpha_m(\omega))] + \int_0^{\infty} du \exp(-2\omega zu/c) \times \operatorname{Im} [f_e(u, \varepsilon)\alpha_e(\omega) + f_m(u, \varepsilon)\alpha_m(\omega)] \right\}, \quad (103)$$

где не зависящий от температуры вклад $E_F(z, 0)$ обусловлен „холодной“ частью силы Казимира (68). Энтро-

пия соответственно определяется отрицательной производной по температуре от второго слагаемого (103). Для его упрощения воспользуемся классическими выражениями функций $\alpha_{e,m}(\omega)$ [78]

$$\alpha_e(\omega) = R^3 \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega) + 2}, \quad (104)$$

$$\alpha_m = -\frac{R^3}{2} \left[1 - \frac{3}{R^2 k^2} + \frac{3}{Rk} \operatorname{ctg}(Rk) \right], \quad k = (1+i)\sqrt{2\pi\sigma\omega}/c, \quad (105)$$

где σ — проводимость. Очевидно, что благодаря наличию в (103) планковского фактора переход к пределу $T \rightarrow 0$ влечет за собой необходимость рассмотрения низкочастотного вклада в интеграл. В этом случае для диэлектрической функции Друде будем иметь $\varepsilon(\omega) = 1 + i \cdot 4\pi\sigma_0/\omega = 1 + a \cdot i$, где σ_0 — статическая проводимость, причем $a \gg 1$. При этих условиях частотные зависимости входящих функций имеют вид $\operatorname{Im} \alpha_{e,m} \sim \omega$, $\operatorname{Re} \alpha_e \approx 1$, $\operatorname{Re} \alpha_m \sim -\omega^2$, коэффициент Δ_e в (74) с учетом (58) упрощается

$$\Delta_e \approx \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \approx 1 + \frac{2}{a} i, \quad (106)$$

а Δ_m в (75) удобно представить следующим образом:

$$\Delta_m = \frac{x - \sqrt{x^2 - i}}{x + \sqrt{x^2 - i}} = \Delta'_m(x) + i \Delta''_m(x), \quad x = u/\sqrt{a}. \quad (107)$$

При дальнейшем анализе не делается никаких упрощающих предположений относительно вида функций Δ'_m, Δ''_m .

Интегралы по переменной u в фигурных скобках (103) принципиально различаются по характеру результирующей зависимости от ω при $\omega \rightarrow 0$. В первом из них экспоненциальный фактор всегда близок к единице, и в результате интегрирования по u получаются либо слабо зависящие от ω функции, либо пропорциональные положительным степеням частоты. В итоге последующего интегрирования по частотам отдельные слагаемые приобретают степенные зависимости от температуры $\sim T^p$, где $p \geq 4$, поэтому их вклад в энтропию $S \sim T^{p-1} \rightarrow 0$ при $T \rightarrow 0$, т.е. теорема Нернста выполняется. Во втором интеграле в фигурных скобках (103) экспоненциальный фактор изменяется от единицы до нуля в зависимости от u , и после интегрирования могут возникать отрицательные степени частоты, поэтому его необходимо рассмотреть более детально.

После развернутой записи выражения для мнимой части подынтегральной функции (во внутреннем интеграле (103) для ближних мод) и перехода к переменной интегрирования x вместо u все отдельные интегральные слагаемые вычисляются аналитически или численно, будучи пропорциональны разным степеням частоты ω , причем оказывается, что наименьшую степень ω^{-2} имеет член $2x^2 a (\Delta'_e \alpha''_e + \Delta''_e \alpha'_e)$. Все остальные члены имеют частотные зависимости с более высокими степенями ω

и после интегрирования по частотам соответственно приводят к более высоким степеням температуры T , менее критичным по отношению к выполнению теоремы Нернста. Интегрирование остающегося члена приводит к результату [102]

$$E_F^{(T)} \approx -\frac{7}{96} k_B T \left(\frac{R}{z}\right)^3 \frac{k_B T}{\sigma_0 \hbar}. \quad (108)$$

Отсюда следует, что $S = -\partial E_F^{(T)} / \partial T \sim T \rightarrow 0$ при $T \rightarrow 0$. Таким образом, формула (103) и вместе с ней формулы (68), (73) вполне корректны по отношению к теореме Нернста без каких-либо искусственных предположений относительно вида диэлектрической функции. Из (103) нетрудно также показать, что при замене материала частицы или пластины (или обоих) на диэлектрик теорема Нернста также выполняется. Этот результат заставляет по-новому оценить корректность плазменного приближения в расчетах сил Казимира в конфигурации 1.

13. Обсуждение экспериментальных результатов

Начальный этап в экспериментальном исследовании ФЭВ, начиная с пионерских работ Дерягина и Абрикосовой [103], был в основном связан с измерением консервативных сил Ван-дер-Ваальса и Казимира [104–106]. Период до 1989 г. описан в обзоре [107].

Наиболее значительный прогресс в точности измерений (сил Казимира) достигнут в последнее десятилетие в работах [32–34]. В первой из них использовался крутильный маятниковый подвес, аналогичный подвесу в работах Г. Кавендиша. Первоначально измерялась сила Казимира между двумя параллельными пластинами с металлическим покрытием из Cu/Au, затем одна из пластин была заменена сферической линзой, имевшей радиус кривизны 12.5 см, с аналогичным металлическим покрытием. В работах [34–36] использовался АСМ. Измерялась сила Казимира между металлизированной сферой и металлической пластиной. Подробное описание этих и более поздних экспериментов данного типа дано в обзорах [5,8,33]. В недавних экспериментах [37,38] измерялось также взаимодействие плоской и сферической пленок толщиной около 100 nm.

Первые измерения радиационной передачи тепла, насколько нам известно, проводились в работе Харгрэйвса [108], в которой исследовался теплообмен между двумя хромовыми пластинами при ширине зазора 1–10 μm . В этом диапазоне расстояний следует ожидать, что теплопередача осуществляется радиационными модами. Более точное позиционирование малых тел, необходимое для таких измерений, стало возможным лишь после создания техники сканирующей зондовой микроскопии, поэтому возобновление интереса к измерениям радиационного теплообмена совпало с этим

периодом [109]. Так, в эксперименте [110] измерялся тепловой поток между вольфрамовым зондом с радиусом кривизны около 100 nm и поверхностью никеля в атмосферных условиях. В этом случае, по-видимому, впервые наблюдалось увеличение потока тепла, обусловленного ближними модами электромагнитного поля. И лишь совсем недавно теплообмен ближними модами был измерен в вакуумных условиях при расстояниях от зонда до поверхности в диапазоне 1–100 nm [43].

История измерений диссипативных сил ФЭВ (сил вакуумного трения) значительно короче и также насчитывает всего несколько работ [39–42]. Ввиду ограниченного объема настоящей публикации подробнее коснемся только тех, которые были выполнены с использованием АСМ в последнее десятилетие.

13.1. Силы Ван-дер-Ваальса и Казимира в АСМ-экспериментах. Типичные зонды, используемые в АСМ, имеют небольшие радиусы кривизны 10–50 nm, поэтому в соответствии с формулой (100) ожидаемые силы взаимодействия в металлических контактах даже при $z = 5$ nm не превышают 0.2–1 nN. В этих условиях с АСМ можно достаточно точно измерить только ван-дер-ваальсовские силы. В атмосферной среде для металлических контактов подобные измерения выполнялись квазистатическим методом контактной силовой спектроскопии [111,112] (см. также обзоры [113,114]), а в вакууме — в динамическом режиме [40] (подробнее см. обзор [115]). В последнем случае точность измерений может быть очень высокой, но измерение слабых сил Казимира на расстояниях 100 nm и более динамическим методом АСМ еще не проводилось.

В работах [34–36] применялся квазистатический режим АСМ, а зондом служила металлизированная полистироновая сфера с диаметром около 200 μm с покрытием из Au/Pd–Al, прикрепленная к прямоугольной балке кантилевера микроскопа. Благодаря большому диаметру сферы диапазон измерений сил Казимира был расширен до расстояний 1 μm . Авторы [34–36] показали, что теоретический расчет этих сил, основанный на теории Лифшица, с учетом конечной проводимости тел в рамках плазменной модели и шероховатостей поверхностей с амплитудой порядка 30 nm обеспечивает хорошее согласие с экспериментом.

Однако некоторые нюансы интерпретации экспериментов [34–36] ставят под сомнение достижение декларируемой точности измерения сил Казимира на уровне 1% погрешности. В частности, при согласовании теоретической зависимости сила–расстояние с пересчитанной с учетом калибровки тока фотодиода зависимостью фототок–перемещение используется подгоночный параметр d_0 , позволяющий перемещать по шкале расстояний теоретическую силовую кривую относительно экспериментальной. Согласование достигается путем минимизации суммы квадратов отклонений экспериментальных точек от теоретических. Введение параметра d_0 неизбежно, так как абсолютное расстояние

от кончика зонда до поверхности в эксперименте не контролируется. Поскольку расчетные зависимости сил Казимира от расстояния, отвечающие разным моделям, отличаются от „нулевого“ приближения, описываемого формулой (100), главным образом при малых расстояниях зонда от поверхности, путем вариации параметра d_0 можно добиться оптимального согласования любой из них с экспериментальной (см., например, рис. 4 в работе [34]).

Проблема интерпретации данных возникает и при измерении сил Ван-дер-Ваальса [112], но в этом случае теоретическая зависимость хорошо известна: $F = -A_H R / 6z^2$ (A_H — постоянная Гамакера), и нет иного варианта, кроме согласования с ней. В отношении экспериментов [34–36] можно сделать еще несколько критических замечаний, связанных с методами статистической обработки и калибровки силовых кривых, но это требует специального обсуждения.

Для дальнейшего прогресса в экспериментах необходимы измерения сил Казимира в микрометровом диапазоне расстояний, когда ожидается, что тепловая зависимость усиливается, а материальная ослабляется [33], но такие эксперименты еще только планируются [116]. Уточнение роли материальных зависимостей, напротив, потребует более тщательного исследования переходной области между незапаздывающими и запаздывающими силами Казимира в диапазоне расстояний 10–100 nm. В этом случае значительно возрастает роль шероховатостей и способа нанесения пленочных покрытий. В свою очередь наши расчеты тепловых сил Казимира в геометрии 2 при $R/z < 1$ показывают [15], что влияние материальных зависимостей должно быть весьма существенным и в микрометровом диапазоне расстояний, причем имеет место „интерференция“ тепловых и материальных факторов.

Отметим также, что недавние измерения сил Казимира между макроскопическими телами обнаружили новые интригующие особенности. Так, авторы [37,38] наблюдали значительное (в 10–100 раз) уменьшение сил Казимира между тонкими пленками толщиной около 100 nm, в то время как в экспериментах [31,32], в которых взаимодействующие поверхности покрывались достаточно тонкими металлическими пленками, подобные эффекты не были заметны.

В свете проведенного обсуждения очевидно, что полный консенсус теории и эксперимента в отношении консервативных сил ФЭВ еще не достигнут.

13.2. Силы вакуумного трения в АСМ-экспериментах. В отличие от сил Ван-дер-Ваальса и Казимира, идентификация которых в АСМ-экспериментах уже не вызывает сомнений, в измерениях бесконтактных диссипативных сил при демпфировании колебаний нанозондов [39–42] ситуация далека от ясности, хотя и делалось несколько попыток интерпретации результатов [6,7,9,67,88,117]. Отчасти это обстоятельство вызвано тем, что сила вязкого трения, пропорциональная

скорости, может быть обусловлена совокупным действием различных механизмов (здесь мы не затрагиваем не имеющие отношения к проблеме ФЭВ силы демпфирования при более близких контактах [115]). Принципиальной проблемой является тот факт, что в бесконтактном вакуумном динамическом режиме АСМ с компенсацией контактной разности потенциалов консервативное взаимодействие зонда с образцом определяется силой Ван-дер-Ваальса, поэтому вполне естественно было ожидать, что силы вакуумного трения должны иметь ту же природу. Однако теоретические оценки показали, что для контакта кремний-слюда измеренные значения сил демпфирования больше рассчитанных на два–три порядка величины [6,7], а для контакта металлов — на 5–11 порядков величины [6,7,9,67].

Эксперименты дают различные зависимости сил демпфирования и от расстояния до поверхности: от z^{-3} в [41], от $z^{-1.1}$ до $z^{-1.5}$ в работе [42], при этом обнаруживается сильное влияние температуры и типа контактирующих материалов [42]. Заметим, что в [39–41] исследовалось демпфирование зонда, совершающего колебания перпендикулярно поверхности, а в [42] — демпфирование при параллельном поверхности движении, причем радиус зонда в последнем случае был в 30–50 раз больше (1 μm). Сильно различающаяся степенная зависимость силы демпфирования, наблюдавшаяся в [42], по-видимому, связана с наличием электростатического взаимодействия пятен заряда, а не ван-дер-ваальсовского (диссипативного), для которого характерна зависимость z^{-3} [41]. Интерпретация результатов измерений [42] затрудняется еще тем, что в этом случае сила притяжения зонда к поверхности не измерялась. В работе [41], напротив, характер силы притяжения (ван-дер-ваальсовской) не подлежит сомнению [117], и проблемой является лишь большее различие теоретических и экспериментальных значений сил демпфирования.

В нашей недавней работе [18] было показано, что близкие к экспериментальным значениям [41] силы демпфирования в АСМ (с зависимостью от расстояния z^{-3}) можно получить в рамках механизма ФЭВ в соответствии с формулой (85), если частица и поверхность имеют совпадающие полосы поглощения на частотах $\omega = 10^9$ Hz. Такие частоты характерны для ротационных возбуждений молекулярных комплексов и фононных возбуждений. Кроме того, такой же порядок величины имеет обратное время затухания осцилляторов в экспериментах с кварцевым микробалансом [118,119]. Для объяснения экспериментов [41,42] предлагались также другие механизмы [9], но достигнутая точность измерений диссипативных сил пока не позволяет сделать критический выбор теоретической модели. Сейчас даже нет полной уверенности в том, что в работах [39–42] измерялись именно силы вакуумного трения, обусловленные ФЭВ, а не силы другой природы. Необходимы новые измерения сил демпфирования с различающимся типом контактов, при различной температуре, геометрических и механических характеристиках зондов.

13.3. Теплообмен зонда АСМ с близкими электромагнитными модами поверхности. В работе [43] измерялась теплоотдача R_t —Иглы сканирующего туннельного микроскопа при вакуумном теплообмене с поверхностями Au и GaN. В зонд была вмонтирована термодара, чувствительный элемент которой имел контакт с крайней оконечностью иглы. Принцип измерения теплоотдачи был основан на термоэлектрическом эффекте Зеебека, при котором генерируемая термоэдс равна $V_{th} = S\Delta T$, где S — коэффициент Зеебека, а ΔT — разность температур между контактами термодары. Скорость охлаждения оконечности иглы dQ/dt определяется разностью температур иглы и образца ΔT , а также тепловым сопротивлением R_{th} контакта: $dQ/dt = \Delta T/R_{th}$. Из приведенных соотношений следует $dQ/dt = V_{th}/SR_{th}$. Так как константы S и R_{th} находятся с помощью предварительных калибровок, измерение напряжения V_{th} при контролируемом расстоянии от зонда до поверхности позволяет найти скорость теплоотдачи. В эксперименте [43] температура зонда поддерживалась равной 300 К, а температура поверхности соответственно — 200 К. Для обоих исследованных образцов измеренная величина dQ/dt характеризовалась начальным плато в диапазоне расстояний 1–10 нм с максимальным значением скорости охлаждения около 10^{-5} W, переходившим далее в степенную зависимость $dQ/dt \sim z^{-3}$ при больших расстояниях от зонда до поверхности.

Интерпретация результатов измерений авторами [43] была основана на упрощенном варианте формулы (90), в которой использовалось второе интегральное слагаемое без учета магнитной поляризации частицы [69]. Для того чтобы получить согласие расчетных зависимостей с экспериментальными, авторам пришлось ввести подгоночный параметр для диэлектрической функции, обрезавший вклад электромагнитных мод с большими значениями волновых чисел. Поскольку, однако, „ресурс“ общей формулы (90) с учетом всех компонент поляризуемости значительно шире, чем был использован авторами [43], очевидно, необходим более тщательный расчет на ее основе без введения дополнительных феноменологических параметров. Надежду на успех такого расчета дают численные результаты работ [17,18], из которых следуют правильный порядок величины и характерный вид зависимостей dQ/dt от расстояния (по крайней мере для контакта Pt—Au в [43]), хотя в [17] рассматривался контакт медной наночастицы с поверхностью меди. Как и при измерении диссипативных сил ФЭВ, в данном случае чрезвычайно важно определить температурную зависимость скорости теплоотдачи, а также соответствующую зависимость от радиуса кривизны оконечности иглы.

13.4. Другие эксперименты. Ограниченный объем работы позволяет лишь совсем кратко обратить внимание на другие эксперименты, которые могли раньше или могут в будущем иметь отношение к измерению сил ФЭВ и радиационного теплообмена. Исследование консервативных сил Ван-дер-Ваальса

при взаимодействии атомарных пучков с поверхностями проводилось еще 30 лет назад (см. работы [6,7] и ссылки в них). В последние годы выполнен ряд экспериментов по измерению этих сил при дополнительном лазерном возбуждении нейтральных атомов [120,121] и прохождении нейтрального пучка атомов натрия в микрощели [122]. Возможность зондирования резонансных диссипативных сил ФЭВ при скользящем взаимодействии атомарных частиц с поверхностями обсуждалась в работах [7,123]. Диссипативные силы трения, связанные с ФЭВ, вероятно, играют роль в демпфировании кварцевых осцилляторов в экспериментах с кварцевым микробалансом [118,119]. Кроме того, следует упомянуть об экспериментальных исследованиях когерентного теплового излучения оптических дифракционных решеток [124] (подробнее см. обзор [47] и ссылки в нем). Авторами [124] наблюдались значительное (на четыре порядка величины) возрастание интенсивности и наличие пространственной когерентности теплового излучения дифракционной решетки из карбида кремния с периодом $11.36 \mu\text{m}$ на расстояниях 10–100 нм от нее, т. е. в зоне ближнего поля поверхности.

14. Заключение

В рамках формализма флуктуационной электродинамики впервые представлена замкнутая релятивистская теория ФЭВ для конфигурации малая частица—плоскость, позволяющая единым образом вычислять консервативно-диссипативные силы и теплообмен между движущейся частицей и поверхностью конденсированной среды. Получены наиболее общие выражения для сил ФЭВ и скорости нагрева (охлаждения) частицы при взаимодействии с вакуумными и поверхностными модами флуктуационного электромагнитного поля, учитывающие произвольную скорость движения частицы, материальные свойства (частицы и среды) и различие их температур. Как частный случай теория включает все ранее известные нерелятивистские результаты для сил вакуумного трения, радиационного теплообмена и консервативных сил Ван-дер-Ваальса и Казимира.

Впервые показано, что характеристики ФЭВ малой частицы с поверхностью не всегда удается получить предельным переходом к разреженной среде на основе решений соответствующих задач для конфигурации двух толстых пластин (полубесконечных сред с плоской вакуумной щелью). Одним из следствий этого является отсутствие противоречия, связанного с выполнением термодинамической теоремы Нернста при вычислении силы Казимира, действующей на малую частицу. В конфигурации плоских пластин этот парадокс до сих пор не нашел адекватного физического разрешения.

Экспериментальный уровень измерений эффектов, связанных с ФЭВ, за исключением измерений сил Ван-дер-Ваальса и Казимира, пока не позволяет использовать получаемые результаты для критического тести-

рования теоретических моделей с необходимым уровнем точности.

Приложение 1. Компоненты запаздывающей функции Грина

$$D_{xx}(\omega \mathbf{k}; z z') = \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \frac{2\pi}{q_0} \exp(-q_0 |z - z'|) \times \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 \right) + \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \frac{2\pi}{q_0} \exp(-q_0(z + z')) \times \left[k_x^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{k^2 c^2} \right) \Delta_e(\omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \frac{k_y^2}{k^2} \Delta_m(\omega) \right], \quad (\text{П1.1})$$

$$D_{yy}(\omega \mathbf{k}; z z') = \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \frac{2\pi}{q_0} \exp(-q_0 |z - z'|) \times \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_y^2 \right) + \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \frac{2\pi}{q_0} \exp(-q_0(z + z')) \times \left[k_y^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{k^2 c^2} \right) \Delta_e(\omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \frac{k_x^2}{k^2} \Delta_m(\omega) \right], \quad (\text{П1.2})$$

$$D_{zz}(\omega \mathbf{k}; z z') = \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \frac{2\pi}{q_0} \exp(-q_0 |z - z'|) k^2 + \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \frac{2\pi}{q_0} \exp(-q_0(z + z')) k^2 \Delta_e(\omega), \quad (\text{П1.3})$$

$$D_{xy}(\omega \mathbf{k}; z z') = D_{yx}(\omega \mathbf{k}; z z') = \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \frac{2\pi}{q_0} \times \exp(-q_0 |z - z'|) (-1) k_x k_y + \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \frac{2\pi}{q_0} \exp(-q_0(z + z')) k_x k_y \times \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{k^2 c^2} \right) \Delta_e(\omega) - \frac{\omega^2}{k^2 c^2} \Delta_m(\omega) \right], \quad (\text{П1.4})$$

$$D_{xz}(\omega \mathbf{k}; z z') = \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \frac{2\pi}{q_0} \exp(-q_0 |z - z'|) \times (-q_0) i k_x \text{sign}(z - z') + \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \frac{2\pi}{q_0} \exp(-q_0(z + z')) (-q_0) i k_x \Delta_e(\omega), \quad (\text{П1.5})$$

$$D_{zx}(\omega \mathbf{k}; z z') = \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \frac{2\pi}{q_0} \exp(-q_0 |z - z'|) \times (-q_0) i k_x \text{sign}(z - z') + \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \frac{2\pi}{q_0} \exp(-q_0(z + z')) i k_x q_0 \Delta_e(\omega), \quad (\text{П1.6})$$

$$D_{zy}(\omega \mathbf{k}; z z') = \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \frac{2\pi}{q_0} \exp(-q_0 |z - z'|) \times (-q_0) i k_y \text{sign}(z - z') + \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \frac{2\pi}{q_0} \exp(-q_0(z + z')) i k_y q_0 \Delta_e(\omega), \quad (\text{П1.7})$$

$$D_{yz}(\omega \mathbf{k}; z z') = \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \frac{2\pi}{q_0} \exp(-q_0 |z - z'|) \times (-q_0) i k_y \text{sign}(z - z') + \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \frac{2\pi}{q_0} \exp(-q_0(z + z')) (-q_0) i k_y \Delta_e(\omega). \quad (\text{П1.8})$$

Первые слагаемые в (П1.1)–(П1.8) соответствуют компонентам функции Грина свободного вакуумного пространства в „поверхностном представлении“ (21). Вторые слагаемые обусловлены поверхностной частью $D_{ik}^{(S)}(\omega \mathbf{k}, z, z')$ (см. [11]).

Приложение 2. Проекция спонтанных электрических и магнитных моментов частицы в системе Σ

$$d_x^{sP}(t) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega d_x^{sP'}(\gamma\omega) \exp(-i\omega t), \quad (\text{П2.1})$$

$$d_y^{sP}(t) = (2\pi)^{-1} \gamma \times \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left[d_y^{sP'}(\gamma\omega) - \beta m_z^{sP'}(\gamma\omega) \right] \exp(-i\omega t), \quad (\text{П2.2})$$

$$d_z^{sP}(t) = (2\pi)^{-1} \gamma \times \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left[d_z^{sP'}(\gamma\omega) + \beta m_y^{sP'}(\gamma\omega) \right] \exp(-i\omega t), \quad (\text{П2.3})$$

$$m_x^{sP}(t) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega m_x^{sP'}(\gamma\omega) \exp(-i\omega t), \quad (\text{П2.4})$$

$$m_y^{sP}(t) = (2\pi)^{-1} \gamma \times \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left[m_y^{sP'}(\gamma\omega) + \beta d_z^{sP'}(\gamma\omega) \right] \exp(-i\omega t), \quad (\text{П2.5})$$

$$m_z^{sP}(t) = (2\pi)^{-1} \gamma \times \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left[m_z^{sP'}(\gamma\omega) - \beta d_y^{sP'}(\gamma\omega) \right] \exp(-i\omega t). \quad (\text{П2.6})$$

Приложение 3. Проекция векторов Герца индуцированного поля в системе Σ

$$\Pi_{x,\omega\mathbf{k}}^e = 4\pi \frac{d_x^{sp'}(\gamma\omega^-)}{k^2 - \omega^2/c^2 - i \cdot 0 \cdot \text{sign } \omega}, \quad (\text{П3.1})$$

$$\Pi_{y,\omega\mathbf{k}}^e = 4\pi\gamma \frac{d_y^{sp'}(\gamma\omega^-) - \beta m_z^{sp'}(\gamma\omega^-)}{k^2 - \omega^2/c^2 - i \cdot 0 \cdot \text{sign } \omega}, \quad (\text{П3.2})$$

$$\Pi_{z,\omega\mathbf{k}}^e = 4\pi\gamma \frac{d_z^{sp'}(\gamma\omega^-) + \beta m_y^{sp'}(\gamma\omega^-)}{k^2 - \omega^2/c^2 - i \cdot 0 \cdot \text{sign } \omega}, \quad (\text{П3.3})$$

$$\Pi_{x,\omega\mathbf{k}}^m = 4\pi \frac{m_x^{sp'}(\gamma\omega^-)}{k^2 - \omega^2/c^2 - i \cdot 0 \cdot \text{sign } \omega}, \quad (\text{П3.4})$$

$$\Pi_{y,\omega\mathbf{k}}^m = 4\pi\gamma \frac{m_y^{sp'}(\gamma\omega^-) + \beta d_z^{sp'}(\gamma\omega^-)}{k^2 - \omega^2/c^2 - i \cdot 0 \cdot \text{sign } \omega}, \quad (\text{П3.5})$$

$$\Pi_{z,\omega\mathbf{k}}^m = 4\pi\gamma \frac{m_z^{sp'}(\gamma\omega^-) - \beta d_y^{sp'}(\gamma\omega^-)}{k^2 - \omega^2/c^2 - i \cdot 0 \cdot \text{sign } \omega}, \quad (\text{П3.6})$$

где $\omega^- = \omega - k_x V$.

Приложение 4. Индуцированные электрические и магнитные моменты частицы в системе Σ

$$d_x^{\text{ind}}(t) = \gamma^{-1} (2\pi)^{-4} \iint d\omega d^3k \alpha_e(\gamma\omega^-) E_{x,\omega\mathbf{k}}^{sp} \exp(-i\omega^- t), \quad (\text{П4.1})$$

$$d_y^{\text{ind}}(t) = \gamma (2\pi)^{-4} \iint d\omega d^3k \{ \alpha_e(\gamma\omega^-) [E_{y,\omega\mathbf{k}}^{sp} - \beta B_{z,\omega\mathbf{k}}^{sp}] - \beta \alpha_m(\gamma\omega^-) [B_{z,\omega\mathbf{k}}^{sp} - \beta E_{y,\omega\mathbf{k}}^{sp}] \} \exp(-i\omega^- t), \quad (\text{П4.2})$$

$$d_z^{\text{ind}}(t) = \gamma (2\pi)^{-4} \iint d\omega d^3k \{ \alpha_e(\gamma\omega^-) [E_{z,\omega\mathbf{k}}^{sp} + \beta B_{y,\omega\mathbf{k}}^{sp}] + \beta \alpha_m(\gamma\omega^-) [B_{y,\omega\mathbf{k}}^{sp} + \beta E_{z,\omega\mathbf{k}}^{sp}] \} \exp(-i\omega^- t), \quad (\text{П4.3})$$

$$m_x^{\text{ind}}(t) = \gamma^{-1} (2\pi)^{-4} \iint d\omega d^3k \alpha_m(\gamma\omega^-) \times B_{x,\omega\mathbf{k}}^{sp} \exp(-i\omega^- t), \quad (\text{П4.4})$$

$$m_y^{\text{ind}}(t) = \gamma (2\pi)^{-4} \iint d\omega d^3k \{ \alpha_m(\gamma\omega^-) [B_{y,\omega\mathbf{k}}^{sp} + \beta E_{z,\omega\mathbf{k}}^{sp}] + \beta \alpha_e(\gamma\omega^-) [E_{z,\omega\mathbf{k}}^{sp} + \beta B_{y,\omega\mathbf{k}}^{sp}] \} \exp(-i\omega^- t), \quad (\text{П4.5})$$

$$m_z^{\text{ind}}(t) = \gamma (2\pi)^{-4} \iint d\omega d^3k \{ \alpha_m(\gamma\omega^-) [B_{z,\omega\mathbf{k}}^{sp} - \beta E_{y,\omega\mathbf{k}}^{sp}] - \beta \alpha_e(\gamma\omega^-) [E_{y,\omega\mathbf{k}}^{sp} - \beta B_{z,\omega\mathbf{k}}^{sp}] \} \exp(-i\omega^- t). \quad (\text{П4.6})$$

Список литературы

- [1] F. London. *Z. Phys.* **63**, 245 (1930).
- [2] H.B.G. Casimir. *Proc. K. Ned. Akad. Wet.* **51**, 793 (1948).
- [3] H.B.G. Casimir, D. Polder. *Phys. Rev.* **73**, 360 (1948).
- [4] Е.М. Лифшиц. *ЖЭТФ* **29**, 94 (1954).
- [5] M. Bordag, U. Mohideen, V.M. Mostepanenko. *Phys. Rep.* **353**, 1 (2001).
- [6] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. *ФТТ* **44**, 10, 1729 (2002).
- [7] G.V. Dedkov, A.A. Kyasov. *Phys. Low-Dim. Struct.* **1/2**, 1 (2003).
- [8] G.L. Klimchitskaya, V.M. Mostepanenko. *Contemp. Phys.* **47**, 131 (2006).
- [9] А.И. Волокитин, Б.Н.Дж. Перссон. *УФН* **177**, 9, 921 (2007).
- [10] А.А. Кясов, G.V. Dedkov. *Nucl. Instr. Meth. B* **195**, 247 (2002).
- [11] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. *ФТТ* **45**, 10, 1729 (2003).
- [12] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. *Письма в ЖТФ* **28**, 23, 50 (2002).
- [13] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. *Письма в ЖТФ* **29**, 1, 36 (2003).
- [14] G.V. Dedkov, A.A. Kyasov. *Phys. Lett. A* **339**, 212 (2005).
- [15] G.V. Dedkov, A.A. Kyasov. *Eur. Phys. Lett.* **74**, 44 005 (2007).
- [16] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. *Письма в ЖТФ* **33**, 9, 61 (2007).
- [17] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. *Письма в ЖТФ* **33**, 7, 71 (2007).
- [18] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. *ЖТФ* **78**, 4, 1 (2008). *J. Phys.: Condens. Matter* **20**, 354006 (2008).
- [19] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Статистическая физика. Физматлит, М.* (2002). Ч. 2. 493 с.
- [20] J.B. Pendry. *J. Phys.: Cond. Matter* **9**, 10 301 (1997).
- [21] F. Zhou, L. Spruch. *Phys. Rev. A* **52**, 297 (1995).
- [22] A.I. Volokitin, B.N.J. Persson. *Phys. Low-Dim. Struct.* **7/8**, 17 (1998).
- [23] J.B. Pendry. *J. Phys.: Cond. Matter* **11**, 6621 (1999).
- [24] A.I. Volokitin, B.N.J. Persson. *J. Phys.: Cond. Matter* **11**, 345 (1999).
- [25] В.В. Брыксин, М.П. Петров. *Письма в ЖЭТФ* **86**, 6, 424 (2007); *ФТТ* **50**, 2, 222 (2008).
- [26] V.B. Bezerra, G. Bimonte, G.L. Klimchitskaya, V.M. Mostepanenko, C. Romero. *Eur. Phys. J. C* **52**, 3, 701 (2007).
- [27] P.A.Maia Neto, A. Lambrecht, S. Reynaud. *Eur. Phys. Lett.*, **69**, 924 (2005); *Phys. Rev. A* **72**, 0 605 005 (2005).
- [28] B.E. Sernelius. *Phys. Rev. B* **71**, 235 114 (2005).
- [29] H. Gies, K. Klingmuller. *Phys. Rev. D* **74**, 045 002 (2006).
- [30] A. Bulgac, P. Magierski, A. Wirzba. *Phys. Rev. D* **73**, 025 007 (2006); *J. Phys. A* **39**, 6815 (2006).
- [31] A. Scardicchio, R.L. Jaffe. *Nucl. Phys. B* **704**, 552 (2005); *Phys. Rev. Lett.* **92**, 070 402 (2004).
- [32] S.K. Lamoreaux. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 5 (1997); *Phys. Rev. A* **59**, R 3149 (1999); *Rep. Progr. Phys.* **68**, 201 (2005).
- [33] U. Mohideen, A. Roy. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4549 (1998).
- [34] A. Roy, U. Mohideen. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4380 (1999).
- [35] B.W. Harris, F. Chen, U. Mohideen. *Phys. Rev. A* **62**, 052 109 (2000).
- [36] F. Chen, U. Mohideen, G.L. Klimchitskaya, V.M. Mostepanenko. *Phys. Rev. Lett.* **88**, 101 801 (2002).
- [37] V. Petrov, M. Petrov, V. Bryksin, J. Petter, T. Tschudi. *Opt. Lett.* **31**, 3167 (2006).
- [38] В.М. Петров, М.П. Петров, В.В. Брыксин, Е. Петтер, Т. Чуди. *ЖЭТФ* **131**, 798 (2007).

- [39] I. Dorofeyev, H. Fuchs, G. Wenning, B. Gotsmann. *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2402 (1999).
- [40] B. Gotsmann, C. Seidel, B. Anczykowski, H. Fuchs. *Phys. Rev. B* **60**, 11 051 (1999).
- [41] B. Gotsmann, H. Fuchs. *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2597 (2001).
- [42] B.C. Stipe, H.J. Mamin, T.D. Stowe, T.W. Kenny, D. Rugar. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 096 802 (2001).
- [43] A. Kittel, W. Muller-Hirsch, J. Parisi, S.-A. Biehs, D. Reddig, M. Holthaus. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 224 301 (2005).
- [44] С.М. Рыгов. Теория электрических флуктуаций и теплового излучения. Изд-во АН СССР, М. (1953). 232 с.
- [45] М.Л. Левин, С.М. Рыгов. Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике. Наука, М. (1967). 308 с.
- [46] И.Е. Дзялошинский, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. *УФН* **123**, 3, 381 (1961).
- [47] K. Joulain, J.-P. Mulet, F. Marquier, R. Carminati, J.-J. Greffet. *Surf. Sci. Rep.* **57**, 59 (2005).
- [48] В.В. Дерягин. *Kolloid. Zh.* **69**, 155 (1934).
- [49] Б.В. Дерягин, Н.В. Чураев, В.М. Муллер. Поверхностные силы. Наука, М. (1985). 398 с.
- [50] Ю.С. Бараш. Силы Ван-дер-Вальса. Наука, М. (1988). С 344.
- [51] E.V. Teodorovich. *Proc. Roy. Soc. A* **362**, 71 (1978).
- [52] J. Mahanty. *J. Phys. B: Atom. Mol. Phys.* **13**, 4391 (1980).
- [53] W.L. Schaich, J. Harris. *J. Phys.: Metal. Phys.* **11**, 65 (1981).
- [54] M.S. Tomassone, A. Widom. *Phys. Rev. B* **56**, 493 (1997).
- [55] L.S. Levitov. *Eur. Phys. Lett.* **8**, 488 (1989).
- [56] В.Г. Полевой. *ЖЭТФ* **98**, 190 (1990).
- [57] V.E. Mkrтчian. *Phys. Lett. A* **207**, 299 (1995).
- [58] I. Dorofeyev, H. Fuchs, B. Gotsmann, J. Jersch. *Phys. Rev. B* **64**, 035 403 (2001).
- [59] С.М. Рыгов. *ДАН СССР* **87**, 535 (1952).
- [60] D. Polder, M. Van Hove. *Phys. Rev. B* **4**, 3303 (1971).
- [61] E. Cravalho, C. Tien, R. Caren. *J. Heat Transfer* **89**, 351 (1967).
- [62] R. Caren. *Int. J. Heat Mass Transfer* **17**, 755 (1974).
- [63] М.Л. Левин, В.Г. Полевой, С.М. Рыгов. *ЖЭТФ* **79**, 2087 (1980).
- [64] K. Dransfeld, J. Xu. *J. Microsc.* **152**, 35 (1988).
- [65] J.J. Loomis, H.J. Maris. *Phys. Rev. B* **50**, 18 517 (1994).
- [66] I. Dorofeyev. *J. Phys. D: Appl. Phys.* **31**, 600 (1998).
- [67] A.I.Volokitin, B.N.J. Persson. *Phys. Rev. B* **63**, 205 404 (2001).
- [68] A.I.Volokitin, B.N.J. Persson. *Phys. Rev. B* **65**, 115 419 (2002).
- [69] J.-P. Mulet, K. Joulain, R. Carminati, J.-J. Greffet. *Appl. Phys. Lett.* **78**, 2931 (2001).
- [70] G. Bimonte. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 160 401 (2006).
- [71] S.-A. Biehs, D. Reddig, M. Holthaus. *Eur. Phys. J. B* **55**, 237 (2007).
- [72] S.-A. Biehs. *Eur. Phys. J. B* **58**, 423 (2007).
- [73] V.A. Mkrтчian, V.A. Parsegian, R. Podgornik, W.M. Saslow. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 22, 220 801 (2003).
- [74] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. *Письма в ЖТФ* **32**, 5, 78 (2006).
- [75] M. Wilkens. *Phys. Rev. Lett.* **72**, 5 (1994).
- [76] S.Y. Buhmann, L. Knoll, D.-G. Welsch. *Phys. Rev. A* **70**, 052 117 (2004).
- [77] И.П. Базаров. Термодинамика. Высш. шк., М. (1991). 376 с.
- [78] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Наука, М. (1982). 620 с.
- [79] K. Joulain, R. Carminati, J.-P. Greffet. *Phys. Rev. B* **68**, 245 405 (2003).
- [80] I. Dorofeyev, H. Fuchs, J. Jersch. *Phys. Rev. E* **65**, 026 610 (2002).
- [81] S.M. Barnett, R. Loudon. *Phys. Rev. Lett* **77**, 2444 (1996).
- [82] R. Carminati, J.-J. Greffet. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1660 (1999).
- [83] Ch.M. Cornelius, P. Dowling. *Phys. Rev. A* **59**, 4736 (1999).
- [84] В.В. Климов, М. Дюклуа, В.С. Летохов. *Квантовая электрон.* **31**, 7, 569 (2001).
- [85] S.V. Gaponenko. *Phys. Rev. B* **65**, 140 303 (R) (2002).
- [86] С.В. Гапоненко. *Изв. АН Беларуси, Сер. физ.* **68**, 1, 116 (2004).
- [87] М.В. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков. Теория волн. Наука, М. (1990). 432 с.
- [88] J.R. Zurita-Sanchez, J.J. Greffet, L. Novotny. *Phys. Rev. A* **69**, 022 902 (2004).
- [89] G.R. Henry, R.B. Feduniak, J.E. Silver, M.A. Peterson. *Phys. Rev.* **176**, 1451 (1968).
- [90] T. Datta, L.H. Ford. *Phys. Lett. A* **83**, 314 (1981).
- [91] P. Johansson, P. Apell. *Phys. Rev. B* **56**, 4159 (1997).
- [92] L.S. Brown, G.J. Maclay. *Phys. Rev.* **184**, 1272 (1969).
- [93] Ю.В. Мартыненко, Л.И. Огнев. *ЖТФ* **75**, 11, 130 (2005).
- [94] M. Bordag, G.L. Klimchitskaya, V.M. Mostepanenko. *Int. J. Mod. Phys. A* **10**, 2661 (1995).
- [95] A. Lambrecht, P.A. Maia Neto, S. Reynaud. *New. J. Phys.* **8**, 237 (2006).
- [96] M. Bostrom, B.E. Sernelius. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4757 (2000).
- [97] C. Genet, A. Lambrecht, S. Reynaud. *Phys. Rev. A* **62**, 012 110 (2000).
- [98] M. Bordag, B. Geyer, G.L. Klimchitskaya, V.M. Mostepanenko. *Phys. Rev. Lett.* **85**, 503 (2000).
- [99] I. Brevik, J.B. Aarseth, J.S. Hoye, K.A. Milton. *Phys. Rev. E* **71**, 056 101 (2005).
- [100] V.B. Bezerra, G.L. Klimchitskaya, V.M. Mostepanenko. *Phys. Rev. A* **66**, 062 112 (2002); **A 69**, 022 119 (2004).
- [101] M. Bostrom, B.E. Sernelius. *Physica A* **339**, 53 (2004).
- [102] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. *Письма в ЖТФ* **34**, 21, 33 (2008).
- [103] Б.В. Дерягин, А.А. Абрикосова. *ЖЭТФ* **21**, 495 (1951); *ДАН СССР* **90**, 1055 (1953). В.В. Derjaguyn, A.A. Abrikosova. *Discussion Faraday Soc.* **18**, 12 (1954).
- [104] Б.В. Дерягин, А.А. Абрикосова, Е.М. Лифшиц. *УФН* **64**, 493 (1958).
- [105] M.J. Sparnaay. *Physica* **24**, 751 (1958).
- [106] D. Tabor, R.H.S. Winterton. *Proc. Roy. Soc. A* **312**, 435 (1969).
- [107] A. Sarleman, M.J. Sparnaay. *Physics in the making: essays on developments in 20th century physics in honour of H.B.J. Casimir on the occasion of his 80th birthday.* North-Holland, Amsterdam (1989). P. 235.
- [108] C.V. Heargraves. *Phys. Lett.* **30 A**, 491 (1969).
- [109] C.C. Williams, H.K. Wickramasinghe. *Appl. Phys. Lett.* **49**, 1587 (1986).
- [110] H.K. Wickramasinghe, J.M.R. Weaver, C.C. Williams. In: *Phonons 89 / Eds S. Hunklinger, W. Ludwig, G. Weiss.* World Scientific, Singapore (1990). P. 1345.
- [111] J.L. Hutter, J. Bechhoefer. *J. Vac. Sci. Technol. B* **12**, 2251 (1994).

- [112] Г.В. Дедков, Е.Г. Дедкова, Р.И. Тегаев, Х.Б. Хоконов. Письма в ЖТФ **34**, 1, 38 (2008).
- [113] B. Cappella, G. Dietler. Surf. Rep. **34**, 1 (1999).
- [114] H.J. Butt, B. Cappella, M. Kappl. Surf. Sci. Rep. **59**, 1 (2005).
- [115] F.G. Giessibl. Rev. Mod. Phys. **75**, 949 (2003).
- [116] M. Brown-Hayes, J.H. Brownell, D.A. Dalvit. Phys. Rev. A **72**, 051 102 (2005); arXiv: quant-ph/0611118v1 (2006).
- [117] Г.В. Дедков. ФТТ **48**, 4, 700 (2006).
- [118] J. Krim, A. Widom. Phys. Rev. B **38**, 12 184 (1988).
- [119] M.S. Tomassone, J.B. Sokoloff, A. Widom, J. Krim. Phys. Rev. Lett. **79**, 24, 4798 (1997).
- [120] H. Failache, S. Saltiel, M. Fichet, D. Bloch, M. Ducloy. Phys. Rev. Lett. **83**, 5467 (1999).
- [121] M. Fichet, G. Dutier, A. Yarovitsky, P. Todorov, I. Hamdi, I. Maurin, S. Saltiel, D. Sarkisyan, M.-P. Gorza, D. Bloch, M. Ducloy. Eur. Phys. Lett. **77**, 54001 (2007).
- [122] C.I. Sukenik, M.S. Boshier, D. Cho, V. Sandoghdar, E.A. Hinds. Phys. Rev. Lett. **70**, 5, 560 (1993).
- [123] G.V. Dedkov, A.A. Kyasov. Nucl. Instr. Meth. B **237**, 507 (2005).
- [124] J.-J. Greffet, R. Carminati, K. Joulain, J.-P. Mulet, S. Mainguy, Y. Chen. Nature **416**, 61 (2002).