1990 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 32, в. 1
1990 SOLID STATE PHYSICS Vol. 32, N 1

УДК 538.221; 539.213

НЕОДНОРОДНЫЙ ФЕРРОМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС В МАГНЕТИКАХ С ФЛУКТУИРУЮЩИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Ф. Г. Басс, В. А. Кагаловский, В. В. Конотоп

Изучается влияние флуктуаций параметров ферромагнетика на неоднородный ферромагнитный резонанс (НФМР). Рассматриваются неоднородности константы анизотропии и намагниченности. Найдено модифицированное дисперсионное соотношение для НФМР в приближении Бурре. Показано, что декремент затухания среднего поля имеет минимум по частоте. Исследуется уравнение переноса излучения. Получена зависимость интенсивностей различных мод от номера и интенсивности моды накачки.

Исследованию волн намагниченности в ферромагнетиках посвящено большое количество работ (см. [1] и цитированную там литературу). В последние годы интенсивно изучается влияние флуктуаций параметров системы на спектр спиновых волн. Рассмотрены, в частности, неоднородности обмена α, намагниченности M, анизотропии β и направления легкой оси $\mathbf{l}$ [2-5], аморфные магнетики [6-8], а также спин-волновой резонанс при химических неоднородностях сплавов [9]. Установлено, что флуктуации каждого из параметров приводят к своей, качественно различной, модификации дисперсионного соотношения для спиновых волн. Во всех цитированных работах исследования проведены в рамках метода среднего поля [10].

Самостоятельный интерес представляет изучение явления НФМР при флуктуирующих параметрах магнетика. В настоящей работе исследуется влияние флуктуаций константы анизотропии и намагниченности на НФМР в бесконечной плоскопараллельной пластине. В разделе 1 изучена функция Грина невозмущенной системы. В разделе 2 получено уравнение Дайсона для усредненной функции Грина, которое решено в приближении Бурре, эквивалентном методу среднего поля [2-4]. Поскольку мы интересуемся затуханием среднего поля с расстоянием от источника энергии, то, естественно, что для решения задачи используется метод функций Грина. Этим, в частности, наша работа отличается от [2-4], где речь идет о затухании со временем. В разделе 3 изучено уравнение переноса излучения для собственных мод ферромагнетика.

1. Невозмущенная система

Для того чтобы колебания были магнитостатическими, фазовая скорость соответствующих волн должна быть значительно меньше скорости света c [1] ($\lambda\omega \ll c$, где λ — длина волны, ω — частота колебаний). Соответственно предполагаем, что пространственная дисперсия магнитной восприимчивости несущественна ($\alpha^{1/2} \ll \lambda$). Уравнения магнитостатики имеют вид [1]

$$\Delta\varphi^{(e)} = 0,$$
$$\Delta\varphi^{(i)} + 4\pi\chi_{ik}\frac{\partial^2\varphi^{(i)}}{\partial x_i \partial x_k} = 0, \tag{1}$$

где $\varphi^{(e)}$, $\varphi^{(i)}$ — потенциалы магнитного поля вне и внутри образца; χ_{ik} — компоненты тензора высокочастотной восприимчивости ферромагнетика; $(x_1, x_2, x_3)=(x, y, z)$.

Рассматриваем бесконечную плоскопараллельную пластину толщиной $2L$, расположенную в плоскости (x, y). Ось z перпендикулярна поверхности пластины, плоскость $z=0$ проходит через ее середину. Ось анизотропии, магнитный момент ферромагнетика M_0 и стороннее магнитное поле $H_0^{(e)}$ направлены вдоль оси z. Соответствующие граничные условия для $\varphi^{(e)}$, $\varphi^{(i)}$ имеют вид

$$\varphi^{(e)}\big|_{z=\pm L}=\varphi^{(i)}\big|_{z=\pm L}; \qquad \frac{\partial\varphi^{(e)}}{\partial z}\bigg|_{z=\pm L}=\frac{\partial\varphi^{(i)}}{\partial z}\bigg|_{z=\pm L}. \tag{2}$$

Тензор восприимчивости содержит только четыре отличные от нуля компоненты [1]

$$\chi_{xx}=\chi_{yy}=\chi=\frac{gM_0\Omega_0}{\Omega_0^2-\omega^2}, \qquad \chi_{yx}=-\chi_{xy}=\chi_1=-\frac{i\omega gM_0}{\Omega_0^2-\omega^2}, \tag{3}$$

где $\Omega_0=gM_0\,(H_0^{(e)}/M_0+\beta-4\pi)$.

Используя однородность и изотропность системы в плоскости $z=\mathrm{const}$, получаем Фурье-образ (по x и y) невозмущенной функции Грина внутри пластины

$$G_0^{(i)}(\varkappa, z, z_0)=\begin{cases}\dfrac{2\pi\,[\cos k\,(z+z_0)-\cos(k\,(2L+z-z_0)+2\varphi)]}{k\sin(2kL+2\varphi)}, & z\leqslant z_0,\\[2ex] \dfrac{2\pi\,[\cos k\,(z+z_0)-\cos(k\,(2L+z-z_0)+2\varphi)]}{k\sin(2kL+2\varphi)}-\dfrac{4\pi}{k}\times & \\ \quad\times\sin k\,(z-z_0), & z\geqslant z_0,\end{cases} \tag{4}$$

где $k=\tau\varkappa$, k, $\varkappa>0$, $\tau=(-(1+4\pi\chi))^{1/2}$, $\varkappa$ — волновой вектор в плоскости (x, y), $\varphi=\mathrm{arctg}\,\tau$. Из (4) следует, что $k_n=(\pi n-2\varphi)/2L$, где n — натуральное число. Частоты ω, при которых возможен НФМР, лежат в интервале [1] $\Omega_0<\omega<(\Omega_0\,(\Omega_0+4\pi gM_0))^{1/2}$.

2. Флуктуации высокочастотной магнитной восприимчивости ферромагнетика

Пусть высокочастотная магнитная восприимчивость пластины наряду с постоянной составляющей имеет флуктуирующую компоненту $\chi^*=\chi+\Delta\chi\,(\mathbf{R})$, $\chi_1^*=\chi_1+\Delta\chi_1\,(\mathbf{R})$, где $\Delta\chi_1=-(i\omega/\Omega_0)\,\Delta\chi$ и $\Delta\chi\,(\mathbf{R})$ — статистически-однородное гауссовское поле с нулевым средним, корреляционной функцией $W\,(\mathbf{R})$ и малой интенсивностью ($W\,(0)\ll 1$). В уравнении для функции Грина по сравнению с невозмущенным случаем (1) появляется оператор возмущения

$$\mathscr{L}_1=4\pi\left[\left(\frac{\partial\Delta\chi}{\partial x}+\frac{\partial\Delta\chi_1}{\partial y}\right)\frac{\partial}{\partial x}+\left(\frac{\partial\Delta\chi}{\partial y}-\frac{\partial\Delta\chi_1}{\partial x}\right)\frac{\partial}{\partial y}+\Delta\chi\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\right]. \tag{5}$$

Используя технику фейнмановских диаграмм [10], получаем для усредненной функции Грина уравнение Дайсона

$$\bar G\,(\varkappa, z, z_0)=G_0\,(\varkappa, z, z_0)+\frac{1}{(4\pi)^2}\int\limits_{-L}^{L}\!\!\int dz_1dz_2G_0\,(\varkappa, z, z_1)\,\hat q\,(\varkappa, z_1, z_2)\,\bar G\,(\varkappa, z_1, z_0), \tag{6}$$

где $\hat q\,(\varkappa, z_1, z_2)$ — Фурье-образ массового оператора. Поскольку уравнение (6) является интегральным с ядром с разделяющимися переменными, не составляет труда выписать в неявном виде дисперсионное соотношение (оно приведено в Приложении).

Рассмотрим приближение Бурре. В массовом операторе остается только член $\langle\hat{\mathscr{L}}_1G_0\hat{\mathscr{L}}_1\rangle$, вид которого в $\varkappa$-представлении приведен в Приложении. Считаем масштаб изменения функции W вдоль оси z много меньше длины волны и размеров образца ($l_z\ll L$, λ). Тогда применимо приближение дельта-коррелированного процесса и корреляционную функцию в представлении ($\varkappa$, z) можно записать в виде

$$W = LW^1(\varkappa)\,\delta(z). \tag{7}$$

Здесь множитель L введен для удобства. При этом дисперсионное соотношение представляется в виде

$$1 - \frac{L}{2k\sin(2kL+2\varphi)}\int d\mathbf{t}W^1(\varkappa-\mathbf{t})\left((\varkappa\mathbf{t})^2 + \frac{\omega^2}{\Omega_0^2}[\varkappa\mathbf{t}]^2\right)\frac{F(k,\ \tau t)}{\sin(2\tau tL+2\varphi)} = 0 \tag{8}$$

(выражение для $F(k,\ \tau t)$ приведено в Приложении).

Если также предположить, что флуктуации статистически изотропны в плоскости (x, y), то из (8) для малого сдвига волнового вектора $\delta\varkappa_m$ ($|\delta\varkappa_m| \ll |\varkappa_m - \varkappa_{m+1}|$) следует

$$\delta\varkappa_m = \frac{\varkappa_m}{4\tau^6}\int_0^\infty dt\,t^2\bar{W}^1\left(\varkappa_m,\ \frac{t}{\tau}\right)\frac{F(k_m,\ t)}{\sin(2tL+2\varphi)} + \frac{1}{2}\,i\sum_{n=1}^\infty w_{nm}, \tag{9}$$

где

$$w_{nm} = \frac{\pi\varkappa_m\varkappa_n^2}{2\tau^4}\bar{W}^1(\varkappa_m,\ \varkappa_n)\left(2 + \delta_{mn} - \frac{\sin 4\varphi}{\pi(m+n)-4\varphi} + \frac{2\sin 2\varphi\,(\pi(m+n)-4\varphi)}{(\pi n-2\varphi)(\pi m-2\varphi)}\right),$$

$$\bar{W}^1(\varkappa,\ t) = \int_0^{2\pi} W^1\left(\sqrt{\varkappa^2 - 2\varkappa t\cos\theta + t^2}\right)\left(\cos^2\theta + \frac{\omega^2}{\Omega_0^2}\sin^2\theta\right)d\theta, \tag{10}$$

θ — угол между векторами $\varkappa$ и $\mathbf{t}$.

Из уравнения (6) с учетом (9) после простых, но весьма громоздких вычислений для Фурье-образа усредненной функции Грина получается следующее выражение:

$$\bar{G}_1 = \frac{2\pi\,[\cos k(z+z_0) - \cos(k(2L+z-z_0)+2\varphi)]}{k(\sin(2kL+2\varphi) - P(k,\ L))}, \tag{11}$$

где

$$P(k,\ L) = \frac{L}{2}\varkappa^2\int_0^\infty dt\,\bar{W}^1(\varkappa,\ t)\,t^3\frac{F(k,\ \tau t)}{\sin(2\tau tL+2\varphi)},$$

как и следовало ожидать, описывает сдвиг волновых чисел собственных мод.

Ищем $\bar{G}_1(r,\ z,\ z_0)$, где r — расстояние между источником и приемником в плоскости (x, y). В обратном Фурье-преобразовании выполняем сначала интегрирование по углу между векторами $\varkappa$ и $\mathbf{r}$. Получающаяся при этом функция Бесселя первого рода нулевого порядка выражается через функции Ганкеля первого и второго рода, а интегрирование распространяется на область отрицательных $\varkappa$. В результате имеем

$$\bar{G}_1(r,\ z,\ z_0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\varkappa\,\frac{\cos\tau\varkappa(z+z_0) - \cos(\tau\varkappa(2L+z-z_0)+2\varphi)}{\tau(\sin(2\tau\varkappa L+2\varphi) - P(\tau\varkappa,\ L))}H_0^{(1)}(\varkappa r), \tag{12}$$

$H_0^{(1)}(x)$ — функция Ганкеля первого рода.

Если далее выразить тригонометрические функции через показательные, то для выполнения условий леммы Жордана для первых трех слагаемых в числителе замыкание контура интегрирования производится в верхней полуплоскости $\varkappa$ для всех z, z_0 и r. Для слагаемого, содержащего $\exp[-i(\tau\varkappa(2L+z-z_0)+2\varphi)]$ при $r < \tau(z-z_0)$, контур необходимо замыкать в нижней полуплоскости. Окончательно для функции Грина получаем

$$G_1(r,\ z,\ z_0)=\frac{i}{2L\tau^2}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m\begin{cases}[\cos k'_m(z+z_0)-\cos(k'_m(2L+z-z_0)+2\varphi)]\times\\ \times H_0^{(1)}(\varkappa'_m r)\ \text{при}\ z\leqslant z_0\ \text{или}\ r\geqslant\tau(z-z_0),\\ \cos k'_m(z+z_0)\,H_0^{(1)}(\varkappa'_m r)-\\ -\exp[i(k'_m(2L+z-z_0)+2\varphi)]\,J_0(\varkappa'_m r)\\ \text{при}\ r<\tau(z-z_0),\end{cases}\tag{13}$$

$\varkappa'_m=\varkappa_m+\delta\varkappa_m$, $J_0(x)$ — функция Бесселя.

В асимптотической области $\varkappa r\gg 1$ в выражении для функции Грина появляются два существенных сомножителя, описывающих ослабление волны; $r^{-1/2}$ и $\exp(-\mathrm{Im}\,\delta\varkappa_m r)$. Множитель $r^{-1/2}$ обусловлен цилиндрическим расхождением волны. Затухание $\exp(-\mathrm{Im}\,\delta\varkappa_m r)$ вызвано некогерентным рассеянием данной моды в другие. Приведем оценку для величины декремента затухания среднего поля моды m $\gamma_m=\mathrm{Im}\,\delta\varkappa_m$

$$\gamma_m=A\,\frac{m^3 l_\perp^2\bar{W}_\delta^1(\varkappa_m,\ \varkappa_m)}{L^3\tau^7},\tag{14}$$

где A — величина порядка единицы, $l_\perp$ — радиус корреляции флуктуаций в плоскости $(x,\ y)$, $\bar{W}_\delta^1=\bar{W}^1/l_\perp^2$ — безразмерная корреляционная функция.

Обсудим кратко пределы применимости приближения Бурре. В статистической радиофизике их принято находить следующим образом [10]. Заменяют в массовом операторе в приближении Бурре $\langle\hat{\mathscr{L}}_1 G_0\hat{\mathscr{L}}_1\rangle$ G_0 на $\overline{G_1}$ и ищут сдвиг волнового вектора при новом операторе. Затем требуют, чтобы полученное значение мало отличалось от найденного в приближении Бурре. В нашей задаче полученное таким образом условие оказывается слабее условия применимости приближения теории возмущений $|\delta\varkappa_m|\ll|\varkappa_m-\varkappa_{m+1}|$, при помощи которого решалось уравнение (8). Таким образом, для применимости полученных выше результатов необходимо, чтобы статистические характеристики флуктуирующих параметров подчинялись следующему условию:

$$\gamma_m L\tau\ll 1,\quad \mathrm{Re}\,\delta\varkappa_m L\tau\ll 1.\tag{15}$$

Необходимо подчеркнуть, что $L\tau$ является максимальной длиной волны в плоскости $(x,\ y)$, соответствующей первой моде. Таким образом, (15) требует, чтобы затухание среднего поля и изменение фазы волны были пренебрежимо малыми на расстояниях порядка длины волны.

Кроме того, для справедливости решения (9) должно выполняться условие

$$|\bar{W}^1(\varkappa_m)|\gg|\delta\varkappa_m|\left|\frac{d\bar{W}^1(\varkappa)}{d\varkappa}\right|_{\varkappa=\varkappa_m},$$

означающее малость затухания и изменения фазы на расстояниях порядка радиуса корреляции

$$\gamma_m l_\perp\ll 1,\quad \mathrm{Re}\,\delta\varkappa_m l_\perp\ll 1.\tag{16}$$

Найдем конкретный вид функции $\Delta\chi(\mathbf{R})$ в случае флуктуаций константы анизотропии. Примем, что величина анизотропии представляется в виде $\beta^*=\beta+\Delta\beta(\mathbf{R})$, где $\Delta\beta(\mathbf{R})$ — случайное поле, имеющее соответствующую статистику и коррелятор

$$\langle\Delta\beta(\mathbf{R}_1)\,\Delta\beta(\mathbf{R}_1+\mathbf{R})\rangle=LW_\beta(r)\,\delta(z),\tag{17}$$

$W_\beta(r)$ — корреляционная функция в плоскости $(x,\ y)$; $W_\beta(0)=\sigma_\beta^2\ll\beta^2$.

Из (3) для $\Delta\chi(\mathbf{R})$ получаем

$$\Delta\chi=-\frac{\Omega_0^2+\omega^2}{(\Omega_0^2-\omega^2)^2}\,g^2M_0^2\Delta\beta.\tag{18}$$

Выражение (18) становится неприменимым на частотах ω, для которых

$$(\omega^2+\Omega_0^2)/(\omega^2-\Omega_0^2)\gg 1.\tag{19}$$

Условие (19) очевидно, так как на краю спектра при $\omega \to \Omega_0$ существует особенность χ.

Для корреляционной функции неоднородностей из (18) с учетом (17) получается следующее выражение:

$$W = \left(\frac{\Omega_0^2 + \omega^2}{(\Omega_0^2 - \omega^2)^2}\right)^2 g^4 M_0^4 L W_\beta(r)\,\delta(z). \tag{20}$$

Подставляя (20) в выражение для оценки декремента затухания (14), получаем

$$\gamma_m = A\,\frac{m^3\sigma_\beta^2 l_\perp^2}{L^3\tau^7}\left(\frac{\Omega_0^2+\omega^2}{(\Omega_0^2-\omega^2)^2}\right)^2 g^4 M_0^4. \tag{21}$$

Интересно отметить, что существует частота $\omega_{\min}$, на которой декремент минимален

$$\omega_{\min} = \left(\Omega_0\left(\sqrt{4\Omega_0^2 + 8\pi g M_0 \Omega_0 + {}^9/_4\pi^2 g^2 M_0^2} - \Omega_0 - {}^3/_2\pi g M_0\right)\right)^{1/2}. \tag{22}$$

Рассмотрим флуктуации намагниченности ферромагнетика $M^* = M_0 + \Delta M(\mathbf{R})$, где для $\Delta M(\mathbf{R})$ использовано представление, обсуждавшееся выше. Тогда корреляционная функция флуктуаций восприимчивости имеет вид

$$W = \frac{[\Omega_0^3 - \omega^2(\Omega_0 + 2gM_0(\beta - 4\pi))]^2}{(\Omega_0^2 - \omega^2)^4} g^2 M_0^2 L W_M(r)\,\delta(z), \tag{23}$$

где $W_M(r)$ — корреляционная функция флуктуаций относительной намагниченности $\Delta M/M_0$ в плоскости (x, y); $W_M(0) = \sigma_M^2 \ll 1$. Полученное выражение, как и в случае флуктуаций анизотропии, неприменимо при выполнении условия (19).

Для оценки декремента затухания аналогично (21) получаем

$$\gamma_m \approx A\,\frac{m^3\sigma_M^2 l_\perp^2}{L^3\tau^7}\left(\frac{\Omega_0^2 - 2\omega^2}{(\Omega_0^2-\omega^2)^2}\right)^2 \Omega_0^2 g^2 M_0^2. \tag{24}$$

Частота $\omega_{\min}$ для флуктуаций намагниченности представляется в виде

$$\omega_{\min} \approx \left(\frac{\Omega_0}{2}\left(\Omega_0 - 3\pi g M_0 + \sqrt{\Omega_0^2 + 8\pi g M_0 \Omega_0 + 9\pi^2 g^2 M_0^2}\right)\right)^{1/2}. \tag{25}$$

Необходимо отметить, что $\omega_{\min}$ при флуктуациях анизотропии лежит правее, чем при флуктуациях намагниченности.

Подстановка оценок (21) и (24) в условия (15), (16) с учетом $\sigma_\beta^2 \ll \beta^2$ и $\sigma_M^2 \ll 1$ соответственно позволяет оценить верхние границы корреляционных радиусов в каждом случае на конкретных частотах.

До сих пор мы предполагали, что дисперсия восприимчивости, связанная с неоднородностью обменного взаимодействия, несущественна. Пространственные неоднородности магнетика, очевидно, приводят к координатной зависимости восприимчивости, что в свою очередь ведет к появлению пространственной дисперсии (в задаче появляется дополнительный масштаб — корреляционный радиус флуктуаций l). Естественно возникает вопрос о границах применимости полученных выше результатов. Для их определения заметим, что дисперсия в нашем случае описывается слагаемыми не только порядка $\alpha\lambda^{-2}$ в тензоре высокочастотной восприимчивости [1], но и членами αl^{-2}. Пространственной дисперсией можно пренебречь, если эти слагаемые много меньше всех остальных в тензоре высокочастотной восприимчивости, в том числе и слабых возмущений, вносимых флуктуациями анизотропии и намагниченности. Это накладывает ограничения на радиус корреляций и интенсивность флуктуаций снизу. Для неоднородностей анизотропии получаем

$$l_\perp^2,\ l_z^2 \gg \alpha(1 + |\chi|^{-3}), \quad \sigma_\beta \gg \alpha\lambda^{-2}, \tag{26}$$

для флуктуаций намагниченности

$$l_{\perp}^2,\ l_z^2 \gg \alpha\left(1+\frac{\omega^2-\Omega_0^2}{\omega^2}\frac{M_0}{H_0^{(e)}}|\chi|^{-2}\right), \quad \sigma_M \gg \alpha\lambda^{-2}\frac{M_0}{H_0^{(e)}}. \tag{27}$$

Сделаем численные оценки для реального ферромагнетика. В качестве примера возьмем пленку MnBi. При комнатной температуре MnBi имеет намагниченность $M_0 \approx 8\cdot 10^2$ Гс и константу анизотропии $\beta \approx 14$ [11]. Под действием внешнего поля $H_0^{(e)} \approx 10^3$ Э частота НФМР может изменяться в пределах $4.2\cdot 10^{10}$ с$^{-1} < \omega < 9.5\cdot 10^{10}$ с$^{-1}$. Для флуктуаций константы анизотропии находим $\omega_{\min} \approx 4.8\cdot 10^{10}$ с$^{-1}$ и соответственно минимальный декремент затухания

$$\gamma_{m\,\min} \approx 4\cdot 10^{-3}\, m^3\sigma_\beta^2 l_\perp^2/L^3,$$

для намагниченности $\omega_{\min} \approx 4.45\cdot 10^{10}$ с$^{-1}$,

$$\gamma_{m\,\min} \approx 1.4\cdot 10^{-2} m^3\sigma_M^2 l_\perp^2/L^3.$$

Оценим декременты затухания первой моды ($m=1$) для случая $l_\perp \sim L$. На краях частотного спектра НФМР получаем для флуктуаций анизотропии и намагниченности соответственно: $\omega = 4.4\cdot 10^{10}$ с$^{-1}$, $\gamma_\beta \approx 5\cdot 10^{-3}\sigma_\beta^2 L^{-1}$, $\gamma_M \approx 2\cdot 10^{-2}\sigma_M^2 L^{-1}$; $\omega = 9\cdot 10^{10}$ с$^{-1}$, $\gamma_\beta \approx 10\sigma_\beta^2 L^{-1}$, $\gamma_M \approx 10^2\sigma_M^2 L^{-1}$.

3. Уравнение переноса излучения

В разделе 2 получено выражение для сдвига волнового вектора моды m (9). Величина w_{nm} из (9) (ее вид приведен в (10)) имеет смысл вероятности перехода из моды m в n, отнесенной к единице длины.

Нас интересует перенос излучения в плоскости пластины. Среда статистически изотропна в этой плоскости, поэтому интенсивность соответствующих мод можно искать в виде функций от расстояния r от источника. Феноменологическое уравнение переноса излучения имеет вид

$$\frac{\partial I_{mn}}{\partial r} = -2\gamma_m I_{mn} + \sum_k w_{mk} I_{kn} + \delta_{mn}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0). \tag{28}$$

При выполнении условия плавности функции w_{mn}

$$l_\perp \ll L\tau \tag{29}$$

((29) при $\tau \gg 1$ накладывает на радиус корреляций более сильные ограничения, чем (15), (16), и оказывается совместным с (26), (27)) в уравнении (28) можно перейти от суммирования к интегрированию

$$\frac{\partial I_m}{\partial r} = \int_1^\infty (w_{mn} I_n - w_{nm} I_m)\, dn, \tag{30}$$

где $I_m dm$ — интенсивность, приходящаяся на моды с номерами от m до $m+dm$.

Предполагая, что масштаб изменения функции w_{mn} много меньше масштаба изменения I_n, от интегрального уравнения (30) переходим к дифференциальному

$$\frac{\partial I_m}{\partial r} = -a_m I_m + \frac{\partial}{\partial m}\left(D_m \frac{\partial}{\partial m} I_m\right), \tag{31}$$

где

$$a_m = -\int_1^\infty (w_{mn} - w_{nm})\, dn, \qquad D_m = \frac{1}{2}\int_1^\infty (m-n)^2 w_{mn} dn.$$

Слагаемое $-a_m I_m$ связано с отличными вероятностями прямого и обратного перерассеяния для двумерных неоднородностей.

Уравнение (31) суть уравнение диффузии в пространстве мод. Рассмотрим случай, когда в точке $r=0$ возбуждается мода с номером m_0. Начальное условие для уравнения (31) соответственно имеет вид $I_m(0)=I_0\delta(m-m_0)$. Ограничимся исследованием достаточно малого расплывания энергии по модам, т. е. рассматриваем такие r, на которых $(m-m_0)^2 \ll m_0^2$. Тогда решение уравнения (31) представляется в виде

$$I_m(r)=\frac{I_0 e^{-a_{m_0} r}}{2\sqrt{\pi D_{m_0} r}}\, e^{-\frac{(m-m_0)^2}{4D_{m_0} r}}. \tag{32}$$

Любопытно отметить, что для моды m существует точка $r_{m\,\max}$, в которой интенсивность I_m достигает максимума

$$r_{m\,\max}=\left[\sqrt{I_0^2+4\pi a_{m_0}(m-m_0)^2}-I_0\right]/4a_{m_0}\sqrt{\pi D_{m_0}}. \tag{33}$$

Расстояния r, на которых верны полученные результаты, определяются двумя условиями. Первое следует из сравнения масштабов изменения функций w_{mn} и I_*. Существенным отличием рассматриваемого волновода от традиционно исследуемых в радиофизике и акустике является эквидистантность собственных мод в энергетическом представлении. В частности, для получения уравнения (31) неприменим подход работы [12], в которой расстояние между уровнями уменьшается с ростом номеров мод. Второе условие связано с тем, что, как указывалось выше, мы рассматриваем расстояния, на которых отличные от нуля интенсивности имеют только те моды, номера которых лежат достаточно близко от номера m_0. Из указанных условий получаем

$$\left(\frac{l_\perp}{L\tau}\right)^3 \gamma_{m_0}^{-1} \ll r \ll (l_\perp/L\tau)\, m_0^2 \gamma_{m_0}^{-1}. \tag{34}$$

Из (34) следует, что допустимые расстояния лежат в широком интервале от малых величин ($l_\perp/L\tau \ll 1$) до таких, на которых становится существенным затухание возбужденной моды ($m_0 \gg 1$).

В заключение сделаем ряд замечаний.

НФМР достаточно чувствителен к изменению частоты. Так, например, при флуктуациях константы анизотропии и намагниченности существуют частоты, на которых декремент затухания среднего поля минимален. Этот эффект может быть использован для определения флуктуирующего параметра при исследовании реальных образцов ($\omega_{\min}$ при флуктуациях константы анизотропии лежит правее, чем при флуктуациях намагниченности).

В работе не делалось никаких предположений относительно характера корреляционной функции неоднородностей в плоскости пластины, но накладывались ограничения на радиусы корреляций.

Полученные формулы справедливы для металлических образцов, если размеры последних малы по сравнению со скин-слоем. Это условие накладывает ограничение сверху на толщину пластины L, а следовательно, и на длину волны λ ($\lambda \sim L$). Поэтому предположение $l_z \ll L, \lambda$, вообще говоря, может оказаться несовместным с (26), (27). Для таких металлов приближение дельта-коррелированного поля неприменимо.

Приложение

При решении интегрального уравнения (6) получается следующее дисперсионное соотношение для НФМР:

$$1-\frac{2\pi}{k\sin(2kL+2\varphi)}\iint_{-L}^{L} dz\,dz_1 q_1(\varkappa, z, z_1)\left[\cos k(z+z_1)-\cos(k(2L+z-z_1)+2\varphi)\right]+$$

$$+\frac{4\pi}{k}\int_{-L}^{L}dz\int_{-L}^{z}dz_1\sin k(z-z_1)\hat{q}_2(\varkappa,\ z,\ z_1)+$$

$$+\frac{4\pi^2 i}{k^2\sin^2(2kL+2\varphi)}\iiiint_{-L}^{L}dzdz_1dz_2dz_3\hat{q}_1(\varkappa,\ z,\ z_1)\hat{q}_1(\varkappa,\ z_2,\ z_3)\sin k(z-z_2)\times$$

$$\times[\cos k(z_3-z_1)-\cos(k(2L-z_1-z_3)+2\varphi)]+\frac{8\pi^2}{k^2\sin(2kL+2\varphi)}\times$$

$$\times\iint_{-L}^{L}dzdz_1\int_{-L}^{L}dz_2\int_{-L}^{z_2}dz_3\sin k(z-z_2)\hat{q}_1(\varkappa,\ z,\ z_1)\hat{q}_2(\varkappa,\ z_2,\ z_3)\times$$

$$\times[\cos k(z_1+z_3)-\cos(k(2L+z_3-z_1)+2\varphi)]-\frac{8\pi^2}{k^2}\iint_{-L}^{L}dzdz_2\int_{-L}^{z}dz_1\times$$

$$\times\int_{-L}^{z_2}dz_3e^{ik(z_3-z_1)}\sin k(z-z_2)\hat{q}_2(\varkappa,\ z,\ z_1)\hat{q}_2(\varkappa,\ z_2,\ z_3)=0.$$

В Фурье-образы массового оператора $\hat{q}_1$ и $\hat{q}_2$ входят главная и регулярная части невозмущенной функции Грина соответственно, т. е. в выражении для $\hat{q}_1$ множителем является

$$\frac{2\pi[\cos k(z+z_0)-\cos(k(2L+z-z_0)+2\varphi)]}{k\sin(2kL+2\varphi)},$$

а в выражении для $\hat{q}_2$

$$-\frac{4\pi}{k}\sin k(z-z_0).$$

В приближении Бурре Фурье-образы массового оператора имеют вид

$$\hat{q}_1^1(\varkappa,\ z,\ z_1)=\frac{1}{2\pi}\int d\varkappa_1W(\varkappa-\varkappa_1,\ z,\ z_1)\left((\varkappa\varkappa_1)^2+\frac{\omega^2}{\Omega_0^2}[\varkappa\varkappa_1]^2\right)\times$$

$$\times\frac{\cos k_1(\varkappa_1)(z+z_1)-\cos(k_1(\varkappa_1)(2L+z-z_1)+2\varphi)}{k_1(\varkappa_1)\sin(2k_1(\varkappa_1)L+2\varphi)},$$

$$\hat{q}_2^1(\varkappa,\ z,\ z_1)=-\frac{1}{\pi}\int d\varkappa_1W(\varkappa-\varkappa_1,\ z,\ z_1)\left((\varkappa\varkappa_1)^2+\frac{\omega^2}{\Omega_0^2}[\varkappa\varkappa_1]^2\right)\frac{\sin k_1(\varkappa_1)(z-z_1)}{k_1(\varkappa_1)},$$

где $k_1=\tau\varkappa_1$, $k_1>0$.

Функция $F(k,\ k_1)$ из уравнения (8) представляется в виде

$$F(k,\ k_1)=\frac{\sin 2(k-k_1)L}{k-k_1}+\frac{\sin 2(k+k_1)L}{k+k_1}-\frac{1}{k}\sin(2(k-k_1)L-2\varphi)-$$

$$-\frac{k+k_1}{kk_1}\sin(2(k+k_1)L+2\varphi)+\frac{1}{k_1}\sin(2(k-k_1)L+2\varphi)+$$

$$+2L[\cos 2(k-k_1)L+\cos(2(k+k_1)L+4\varphi)].$$

Список литературы

[1] Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 368 с.
[2] Игнатченко В. А. // ЖЭТФ. 1968. Т. 54. № 1. С. 303—311.
[3] Игнатченко В. А., Дегтярев Г. В. // ЖЭТФ. 1971. Т. 60. № 2. С. 724—731.
[4] Игнатченко В. А., Исхаков Р. С. // ЖЭТФ. 1977. Т. 72. № 3. С. 1005—1017.
[5] Богомаз И. В., Игнатченко В. А. // Препринт № 363. Красноярск, ИФ СО АН СССР, 1986. 12 с.
[6] Игнатченко В. А., Исхаков Р. С. // ЖЭТФ. 1978. Т. 74. № 4. С. 1386—1393.
[7] Игнатченко В. А., Исхаков Р. С., Чеканова Л. А., Чистяков Н. С. // ЖЭТФ. 1978. Т. 75. № 2 (8). С. 652—657.
[8] Игнатченко В. А., Исхаков Р. С. // ЖЭТФ. 1978. Т. 75. № 4 (10). С. 1438—1443.

[9] Исхаков Р. С., Чеканов А. С., Чеканова Л. А. // ФТТ. 1988. Т. 30. № 4. С. 970—978.
[10] Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 463 с.
[11] Тикадзуми С. Физика ферромагнетизма. Магнитные характеристики и практические применения. М.: Мир, 1987. 420 с.
[12] Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на шероховатых поверхностях. М.: Наука, 1972. 424 с.

Институт радиофизики и электроники АН УССР
Харьков

Поступило в Редакцию
6 июня 1989 г.