

УДК 539.2

© 1990

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В НЕУПОРЯДОЧЕННОМ СЛОИСТОМ ДИЭЛЕКТРИКЕ

В. А. Кособукин

Рассмотрена задача об одномерной андерсоновской локализации фотонов в среде с диэлектрическими рассеивателями в виде одинаковых параллельных друг другу пластин, расположенных хаотически. Коэффициент диффузии и длина экспоненциальной локализации световых волн выражены через концентрацию рассеивателей и коэффициент отражения света отдельной пластиной. Показано, что длины свободного пробега и локализации световых волн в зависимости от частоты и толщины пластин расходятся в дискретных точках, соответствующих полному пропусканию света отдельными пластинами.

Проблема локализации элементарных возбуждений — одна из главных в теории конденсированного состояния. Основные результаты теории локализации относятся к неупорядоченным электронным системам, которым посвящена обширная литература [1, 2]. Особый интерес представляет зависимость эффектов локализации от размерности системы [1, 2]. Для одномерных электронных систем было показано [3], что локализованные состояния существуют при сколь угодно малой величине параметра, характеризующего неупорядоченность. Для таких систем возможны также эффекты резонансного туннелирования электронов [4].

Локализации коллективных возбуждений (классических волн) в неупорядоченных системах посвящено неизмеримо меньше работ [5]. К этому классу возбуждений относятся электромагнитные волны в среде (поляритоны). Локализация поляритонов представляет интерес как с общезначимой точки зрения, так и в связи с той ролью, которую играют локализованные электромагнитные возбуждения в усилении комбинационного рассеяния света и других оптических явлений в неоднородных системах [6]. В связи с этими проблемами изучалась одно- [7] и двумерная [8] локализация электромагнитных волн на шероховатой поверхности металлов. В трехмерных средах рассматривалась локализация света, обусловленная наличием хаотически расположенных диэлектрических частиц [9] или примесей [10]. Эффекты одномерной локализации в оптическом отражении и пропускании слоистых неупорядоченных [11] и несоизмеримых [12] систем моделировались численно.

В данной работе исследуется вопрос об одномерной андерсоновской локализации и резонансном прохождении электромагнитных волн в системе одинаковых параллельных друг другу диэлектрических пластин, расположенных хаотически. Задачей теории является вычисление коэффициента диффузии и длины локализации, определяющих пространственно-временную эволюцию плотности электромагнитной энергии, возбуждаемой в начальный момент времени в заданной плоскости. Постановка этой задачи близка к работам [13, 14] по локализации электронов и звуковых волн соответственно. Вместе с тем содержание данной работы шире, чем [14], в двух направлениях: в ней рассматривается зависимость эффектов локализации от угла падения света, а для диэлектрической проницаемости рассеивающих пластин могут быть учтены частотная дисперсия и наличие диссипации.

1. Модель и постановка задачи

Рассмотрим распространение электромагнитной волны в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 при наличии в ней рассеивателей в виде пластин с проницаемостью ϵ_2 и толщиной $2a$. Пластины перпендикулярны оси z , вдоль которой занимают области $-a+z_i < z < z_i+a$; здесь z_i — случайные величины. Электрическое поле световой волны поляризовано параллельно поверхностям пластин (s -поляризация) вдоль оси y . В плоскости xu зависимость поля $\sim \exp(ixx)$ характеризуется волновым вектором $\mathbf{k} = \mathbf{e}_x \sqrt{\epsilon_1} \omega \sin \varphi / c$, который сохраняется в процессах многократного упругого рассеяния света на пластинах и далее явно не указывается. Здесь \mathbf{e}_x — орт оси x ; ω — частота; c — скорость света в вакууме; φ — угол падения света, являющийся параметром задачи.

Будем рассматривать функцию Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t) = \exp[i\mathbf{k}(x-x')]$. $G(z, z'; t)$, которая описывает y -компоненту напряженности электрического поля, возбуждаемого в момент времени $t=+0$ током поляризации $\sim \exp(ixx)\delta(z-z')$ в плоскости $z=z'$. После преобразования Фурье

$$G_\omega(z, z') = \int_0^\infty dt \exp[i(\omega + i\delta)t] G(z, z'; t) \quad (1)$$

с учетом начальных условий

$$G|_{t=0} = 0, \quad dG/dt|_{t=0} = 0$$

из уравнений Максвелла для среды n ($n=1, 2$) получаем

$$(d^2/dz^2 + q_n^2) G_\omega(z, z') = -\delta(z-z'), \quad (2)$$

где

$$q_n^2 = \omega^2/c_n^2 - x^2, \quad c_n = c/\sqrt{\epsilon_n}, \quad (3)$$

$\delta \rightarrow +0$. На поверхностях пластин $z=z_i \pm a$ удовлетворяются условия непрерывности по координате z функций $G_\omega(z, z')$ и $dG_\omega(z, z')/dz$, соответствующие непрерывности касательных составляющих векторов электрического поля и магнитной индукции.

Предметом анализа в теории локализации является величина

$$W(z, z'; \Omega) = \int_0^\infty dt e^{i(\Omega+i\delta)t} \langle |G(t)|^2 \rangle = \int_{-\infty}^\infty \frac{d\omega}{2\pi} \langle G_{\omega+\Omega/2}(z, z') G_{\omega-\Omega/2}^*(z, z') \rangle, \quad (4)$$

определяющая пространственно-временное распределение энергии возбуждения. Угловые скобки в (4) обозначают усреднение по ансамблю реализаций $\{z_i\}$ случайных координат z_i пластин. Для определения асимптотического поведения поля $\langle |G(t)|^2 \rangle$ при $t \rightarrow \infty$ следует изучить поведение функции $-i\Omega W(\Omega)$ при $\Omega \rightarrow 0$ [15].

Для рассматриваемой системы, в среднем однородной, функция (4) зависит от разности координат $z-z'$. Далее мы будем исследовать преобразование Фурье по $z-z'$ величины $w_\omega = \langle G_{\omega+} G_{\omega-}^* \rangle$, стоящей под знаком интеграла по ω в (4), т. е.

$$w_\omega(Q, \Omega) = \int_{-\infty}^\infty dz e^{-iQ(z-z')} w_\omega(z-z'; \Omega) = \frac{1}{\mathcal{L}} \iint \frac{dp dp'}{(2\pi)^2} \langle G_{\omega+}(p_+, p'_+) G_{\omega-}^*(p_-, p'_-) \rangle. \quad (5)$$

Здесь

$$G_\omega(p, p') = \int_{-\infty}^\infty dz dz' e^{-ipz + ip'z'} G_\omega(z, z'), \quad (6)$$

$$\omega_\pm = \omega \pm \Omega/2, \quad p_\pm = p \pm Q/2, \quad (7)$$

\mathcal{L} — размер образца. Заметим, что функции Грина, вводимые формулами (2)–(6), с точностью до коэффициентов совпадают с функциями Грина фотонов в среде [16].

Интегральное уравнение, определяющее одночастичную функцию Грина (6) для заданной реализации $\{z_i\}$ в теории многократного рассеяния, может быть записано в виде

$$G_{\omega}(p, p') = G_{0, \omega}(p) \left[2\pi\delta(p - p') + \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \int \frac{dp_1}{2\pi} T_{\omega}(p, p_1) e^{-i(p-p_1)z_i} G_{\omega}(p_1, p') \right]. \quad (8)$$

Здесь матричный элемент $T_{\omega}(p, p_1) \exp[-i(p-p_1)z_i]$ характеризует вклад пластины i в рассеяние волны с изменением волнового вектора $p \rightarrow p_1$. Использование точных величин $T_{\omega}(p, p_1)$, определяемых формулой (П. 2) из Приложения, означает, что из итерационного ряда, построенного на основе уравнения (8), исключаются члены, соответствующие последовательным рассеяниям на одном и том же «узле» с номером i [17]. В уравнении (8)

$$G_{0, \omega}(p) = [p^2 - q^2]^{-1} \quad (9)$$

— функция Грина уравнения (2) для однородной среды с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 . Используя указанные приближения, далее мы вычислим на основе уравнения (8) усредненные функции, необходимые для расчета величины (4).

2. Усредненная одночастичная функция Грина и параметры распространения света в эффективной среде

Вначале усредним уравнение (8) по ансамблю положений пластин $\{z_i\}$. Считаем при этом, что координаты z_i распределены в среднем однородно с плотностью $\bar{n} = \lim_{\mathcal{L} \rightarrow \infty} \mathcal{N}/\mathcal{L}$ (\mathcal{N} — число пластин на длине образца \mathcal{L}) и некоррелированно. Тогда для функции (6) получаем

$$\langle G_{\omega}(p, p') \rangle = 2\pi\delta(p - p') \langle G_{\omega}(p) \rangle, \quad (10)$$

$$\langle G_{\omega}(p) \rangle = 1/[p^2 - q_1^2 - \Sigma_{\omega}(p)], \quad (11)$$

величина q_1 определяется формулой (3). Как для электронных задач [18, 18], в борновском приближении из уравнения (8) получаем

$$\Sigma_{\omega}(p) = nT_{\omega}(p, p). \quad (12)$$

Преобразование Фурье функции (10), обратное (6), с учетом (11), (12) и формулы (П. 5) из Приложения при $\bar{n}/q_1 \sim \bar{n}c/\omega \ll 1$ дает

$$\langle G_{\omega}(z - z') \rangle = \frac{1}{2\{q_1 + i\bar{n}[1 - t(q_1)]\}} \exp\{i[q_1 + i\bar{n}(1 - t(q_1))]|z - z'|\}. \quad (13)$$

Здесь $t(q_1)$ — коэффициент пропускания света отдельной пластиной (формула (П. 7)). Из уравнения (13) следуют выражения для длины l сбой фазы волны в эффективной среде вдоль оси z

$$\bar{n}l = [1 - \text{Re } t(q_1)]^{-1} \equiv f_1(\eta) \quad (14)$$

и относительного изменения фазовой скорости

$$\frac{\bar{c} - c_1}{c_1} = -2\bar{n}a \frac{\text{Im } t(q_1)}{\eta} \cos^2 \varphi = -2\bar{n}af_2(\eta) \cos^2 \varphi, \quad (15)$$

где $\eta = 2q_1a = 2\omega a \cos \varphi/c_1$. На основе этих соотношений для волны, распространяющейся вдоль оси z ($\varphi=0$), можно определить действительную $\epsilon' = \epsilon_1 [1 + 4\bar{n}af_2(\eta)]$ и мнимую $\epsilon'' = 4\bar{n}a\epsilon_1 (\eta f_1(\eta))^{-1}$ части диэлектрической проницаемости эффективной среды.

В длинноволновом приближении ($\eta \ll 1$) выражения (14) и (15) принимают вид

$$\bar{n}l \approx 4/\eta^2 (N^2 - 1)^2, \quad (16)$$

$$(\bar{c} - c_1)/c_1 = -\bar{n}a (N^2 - 1) \cos^2 \varphi, \quad (17)$$

где $N = q_2/q_1$.

Формулы (14)–(17) в отсутствие частотной дисперсии и при $\varphi = 0$ соответствуют результатам работы [14] для звуковых волн. Однако формулы (14)–(17) применимы в общем случае, когда $\varphi \neq 0$ и N — комплексная величина. Тот факт, что они выражены через плотность пластин \bar{n} и

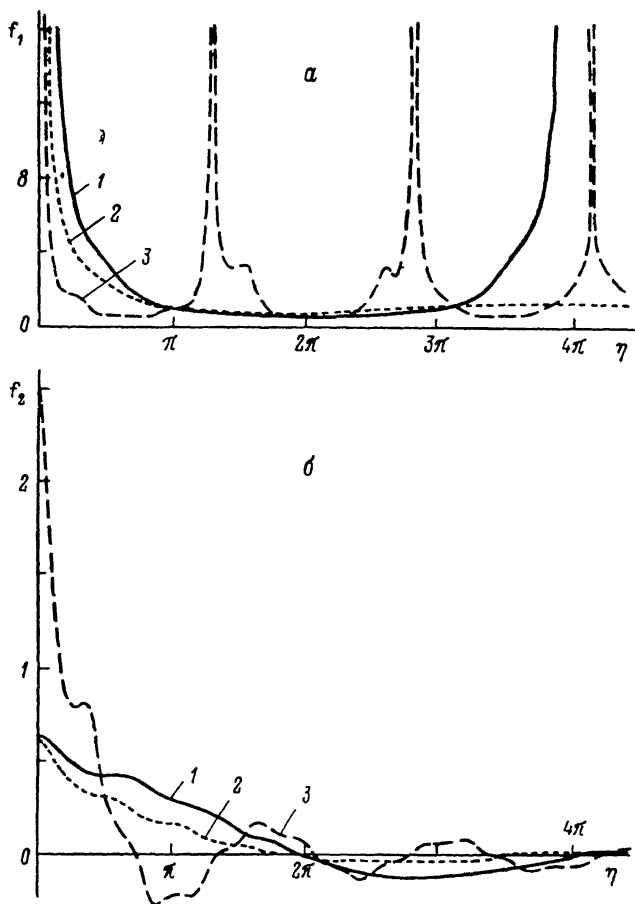


Рис. 1. Зависимость от параметра $\eta = 2\sqrt{\varepsilon_1}\omega a \cos \varphi/c$ функций f_1 (а) и f_2 (б) (формулы (14), (15)) при $\text{Re } \varepsilon_2/\varepsilon_1 = (3/2)^2$.

Значения параметров (N' , N'' , φ): 1 — (1.5, 0, 0), 2 — (1.5, 0.15, 0), 3 — ($\sqrt{6}$, 0, $\pi/3$). Здесь $N' = \text{Re } N$, $N'' = \text{Im } N$, $N = q_2/q_1$.

коэффициент пропускания отдельной пластины $t(q_1)$, имеющий известные свойства [19], делает их весьма удобными для анализа.

Результаты численного расчета функции $f_1(\eta)$, входящей в (14), представлены на рис. 1, а, а $f_2(\eta)$ из (15) — на рис. 1, б. Немонотонность этих функций обусловлена осциллирующей зависимостью величин $\text{Re } t$ и $\text{Im } t$ от η . Расходимость длины l в точках η , где $\text{Re } t = 1$, обусловлена полным пропусканием света пластинами при этом условии без сбоя фазы волны. При комплексных значениях N ($\text{Re } \varepsilon_2 < 0$ или/и $\text{Im } \varepsilon_2 \neq 0$) эта расходимость ослабляется вследствие отражения волны или/и диссипации ее энергии в пластинах. Как видно из выражения (15), фазовая скорость волны вдоль оси z увеличивается в условиях, когда $\text{Im } t < 0$.

В следующем разделе усредненные функции Грина (10)–(13) используются для построения двухчастичных функций Грина, описывающих распространение энергии.

3. Локализация световых волн

Для анализа локализации вычислим усредненную двухчастичную (двухфотонную) функцию Грина $K_{pp'}(\omega; Q, \Omega) = \langle G_{\omega_+}(p_+, p'_+) G_{\omega_-}^*(p_-, p'_-) \rangle / \mathcal{L}$, входящую в выражение (5). Исследование диаграммного разложения, аналогичное [13, 14], с учетом выражений (8), (10) и трансляционной симметрии усредненных величин дает для этой функции интегральное уравнение Бете—Солпитера в форме

$$K_{pp'}(\omega) = \langle G_{\omega_+}(p_+) \rangle \langle G_{\omega_-}^*(p_-) \rangle \left[2\pi\delta(p-p') + \int \frac{dp''}{2\pi} U_{pp''} K_{p''p'}(\omega) \right] \quad (18)$$

(параметры Q, Ω опускаем). Здесь $U_{pp'}$ — неприводимая четырехточечная вершинная функция, полученная при усреднении по ансамблю $\{z_i\}$.

(Определив входящее в (18) соотношение $\langle G \rangle \langle G^* \rangle = (\langle G^* \rangle - \langle G \rangle) (\langle G \rangle^{-1} - \langle G^* \rangle^{-1})^{-1}$ на основе функций (10)—(12), для величины $\Phi_p = \int dp' K_{pp'}/2\pi$ в случае малых величин Q и Ω получаем уравнение

$$\left[2 \frac{\omega\Omega}{c_1^2} - 2pQ + \Delta\Sigma_\omega(p) \right] \Phi_p = \Delta G_\omega(p) \left[1 + \int \frac{dp'}{2\pi} U_{pp'} \Phi_{p'} \right]. \quad (19)$$

Здесь

$$\Delta\Sigma_\omega(p) = \Sigma_{\omega_+}(p_+) - \Sigma_{\omega_-}^*(p_-), \quad (20)$$

$$\Delta G_\omega(p) = \langle G_{\omega_+}(p_+) \rangle - \langle G_{\omega_-}^*(p_-) \rangle \approx \frac{\pi i}{q_1} [\delta(p-q_1) + \delta(p+q_1)]. \quad (21)$$

Подчеркнем, что в уравнениях (19), (21) и далее пренебрегается малой ($\sim \bar{n}/q_1$) перенормировкой скорости (15) и волнового вектора $q_1 \rightarrow \tilde{q}_1$, так как это не влияет на положение резонансов системы. Последние зависят от параметра $N\eta = 2q_2 a$, определяющего нули функции $r(\tilde{q}_1)$, входящей в формулы (II. 5)—(II. 10).

Построим теперь кинетические уравнения для функций

$$\theta_m(\omega; Q, \Omega) = \int \frac{dp}{2\pi} p^m \Phi_p(\omega; Q, \Omega), \quad (22)$$

описывающих плотность (при $m=0$) и поток (при $m=1$) энергии в (Q, Ω) -представлении. Как следует из (19), величину Φ_p можно искать в виде

$$\Phi_p = -i q_1 \Delta G_\omega(p) \left(\theta_0 + \frac{p}{q_1^2} \theta_1 \right) \quad (23)$$

с $\Delta G_\omega(p)$ из (21). Интегрирование уравнения (19) по p с учетом тождества Уорда $\int dp' \Delta G_\omega(p') U_{pp'} / 2\pi = \Delta\Sigma_\omega(p)$, которое доказывается так же, как в электронной задаче [13], дает первое уравнение

$$\Omega\theta_0 - Q \frac{c_1^2}{\omega} \theta_1 = \frac{ic_1^2}{2\omega q_1}. \quad (24)$$

Второе уравнение

$$2Qq_1^2\theta_0 - \frac{i}{q_1} (I - J)\theta_1 = 0 \quad (25)$$

получается после умножения (19) на p и интегрирования по этому аргументу при малых Q и Ω . В уравнении (25)

$$I[U] = \int \frac{dp}{2\pi} \int \frac{dp'}{2\pi} p \Delta G_\omega(p) U_{pp'} \Delta G_\omega(p') p', \quad (26)$$

$$J = \int \frac{dp}{2\pi} p^2 \Delta\Sigma_\omega(p) \Delta G_\omega(p) = -2\bar{n}q_1 \text{Im} T_\omega(q_1, q_1). \quad (27)$$

При выводе (25) использованы соотношения (12), (20) и (21). Заметим (при учете диссипации) использование обобщенного тождества Уорда [20]

и учет второго слагаемого из (П. 9) дают поправки по параметру $\text{Im } \epsilon_2 / (\text{Re } \epsilon_2 - \epsilon_1 \sin^2 \varphi)$, малому вдали от угла полного отражения.

Решение системы уравнений (24), (25) имеет вид

$$0_0 = \frac{c_1^2}{2\omega q_1} \frac{1}{-i\Omega + DQ^2}, \quad (28)$$

где

$$D = \frac{2c_1^2 q_1^3}{\omega} \frac{1}{I[U] - J} \quad (29)$$

— коэффициент диффузии электромагнитного возбуждения с частотой ω .
Рассмотрим вначале некогерентное рассеяние света в лестничном приближении (больцмановское приближение). В этом случае в уравнении (19) вершинная функция есть

$$U_{pp'}^B = \bar{n} T_{\omega_+}(p_+, p'_+) T_{\omega_-}^*(p_-, p'_-). \quad (30)$$

Подставим (30) в (26) и используем при интегрировании выражения (21), (П. 5), (П. 6), (П. 10). Подставляя результат вместе с формулами (27) и (П. 7)—(П. 9) в (29), находим

$$D_B(\omega) = \frac{c_1^2 q_1}{\omega \bar{n}} \frac{1}{1 + |r|^2 - |t|^2}, \quad (31)$$

где r — коэффициент отражения света отдельной пластиной (формула (П. 8)). В отсутствие диссипации, когда $|r|^2 + |t|^2 = 1$, получаем $D_B = c_1^2 q_1 / (2\omega \bar{n} |r|^2)$. Эта величина и длина свободного пробега электромагнитного возбуждения $l_B = D_B / c_1$ обращаются в бесконечность в условиях полного пропускания света пластинами: $|r(q_1)| = 0$.

Для учета последующих приближений уравнение (29) удобно представить как

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{D_B} + \frac{\omega}{2c_1^2 q_1^3} I[\Delta U], \quad (32)$$

где $\Delta U_{pp'} = U_{pp'} - U_{pp'}^B$.

Локализация возбуждений связана с эффектами интерференции при рассеянии назад, которые описываются веерными диаграммами [1, 2, 13, 14]. Суммирование диаграмм этого типа для рассматриваемой модели при условиях $P = p + p' \rightarrow 0$ и $\Omega \rightarrow 0$ дает для вершинной функции

$$\Delta_{pp'}^{\bar{v}}(\omega; \Omega) = 8\bar{n}^2 \frac{c_1^2 q_1^3}{\omega} (1 - \text{Re } t)^2 \frac{1}{-i\Omega + D_B P^2}. \quad (33)$$

Входящая в (33) и последующие выражения величина $1 - \text{Re } t$ определяется формулой (14) и графиками (рис. 1, а). При вычислении величины (33) использовано условие инвариантности системы относительно обращения времени (отсутствия диссипации).

Подставив выражение (33) в качестве величины $\Delta U_{pp'}$ в уравнение (32) и интегрируя с учетом (21), (26), получаем

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{D_B} + \frac{4\bar{n}(1 - \text{Re } t)}{\pi} \int_0^{P_0} \frac{dP}{-i\Omega + D_B P^2}. \quad (34)$$

Здесь предел интегрирования по импульсу определен обратной гидродинамической длиной свободного пробега $P_0 = c_1 / D_B = 1 / l_B$. В самосогласованном приближении [13], соответствующем замене коэффициента диффузии D_B под знаком интеграла (34) на точную величину D , из (34) следует уравнение

$$D = D_B \left[1 - \frac{2\bar{n}(1 - \text{Re } t)}{\pi} \sqrt{\frac{-iD}{\Omega}} \ln \frac{1 - P_0 \sqrt{-iD/\Omega}}{1 + P_0 \sqrt{-iD/\Omega}} \right]. \quad (35)$$

Это решение при $\Omega \rightarrow 0$ имеет вид

$$D(\omega, \Omega) = -i\Omega\lambda^2(\omega) + O(\Omega^2). \quad (36)$$

Подставим (36) в (28), результат — в (5), учитывая, что $w_\omega(Q, \Omega) = \theta_0$. После преобразования Фурье, обратного (4), (5), находим функцию

$$w_\omega(z - z'; t) = \frac{c_1^2}{4\mathcal{L}\omega q_1 \lambda(\omega)} \theta(t) \exp[-|z - z'|/\lambda(\omega)], \quad (37)$$

описывающую в координатно-временном представлении плотность энергии возбуждения с частотой ω ; здесь $\theta(t)$ — единичная ступенчатая функ-

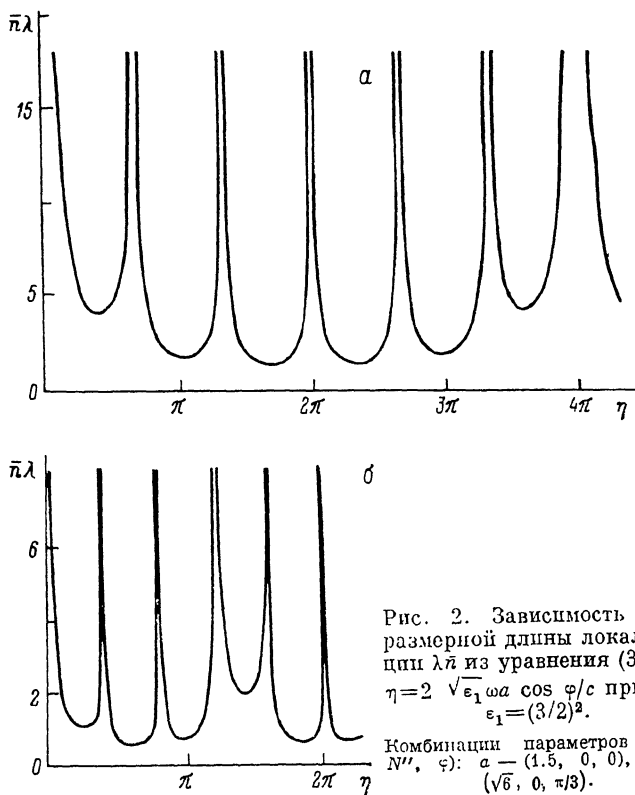


Рис. 2. Зависимость безразмерной длины локализации $\bar{\lambda}\lambda$ из уравнения (38) от $\eta = 2\sqrt{\varepsilon_1}\omega a \cos \varphi/c$ при $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = (3/2)^2$.

Комбинации параметров (N' , N'' , φ): а — (1.5, 0, 0), б — ($\sqrt{6}$, 0, $\pi/3$).

ция. Как следует из уравнения (35), входящая в выражение (37) длина локализации $\lambda(\omega)$ определяется трансцендентным уравнением

$$\bar{\lambda}\lambda \operatorname{arctg} \left(2\bar{\lambda}\lambda |r|^2 \frac{\omega}{c_1 q_1} \right) - \frac{\pi}{4} \frac{1}{1 - \operatorname{Re} t} = 0. \quad (38)$$

Обсудим свойства функции $\lambda(\omega)$ в отсутствие диссипации. Из (38) следует, что $\lambda \rightarrow \infty$ при $|r|^2 \rightarrow 0$, чему соответствует $\eta \rightarrow \eta_k = \pi k/N$, где k — целое число. Если при этом $\operatorname{Re} t \neq 1$, то λ расходится как $|\eta - \eta_k|^{-1}$ (резонанс типа I). В случае, когда N — рациональное число, из множества $\{\eta_k\}$ выделяется подмножество $\{\tilde{\eta}_{k'}\}$, которое определяется условиями $\operatorname{Re} t = 1$ и $\operatorname{Im} t = 0$; в точках $\tilde{\eta}_{k'}$ величина λ расходится как $|\eta - \tilde{\eta}_{k'}|^{-2}$ (резонанс типа II). При иррациональных значениях N резонансы лежат квазипериодически, причем множества $\{\eta_k\}$ и $\{\tilde{\eta}_{k'}\}$ не пересекаются. Эта ситуация является общей, так как она должна реализоваться при наклонном падении ($\varphi \neq 0$), когда $N = \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1} - \sin^2 \varphi / \cos \varphi$. Обоим типам резонансов соответствует полное пропускание света отдельными пластинами ($|t| = 1$) (резонансное прохождение), но в первом случае ($\operatorname{Re} t \neq 1$, $\operatorname{Im} t \neq 0$) пропускание сопровождается сбоем фазы волны, а во втором ($\operatorname{Re} t = 1$, $\operatorname{Im} t = 0$) сбоя фазы нет.

Результаты численного решения уравнения (38) в зависимости от параметра $\eta = 2\sqrt{\varepsilon_1}\omega a \cos \varphi/c$ представлены на рис. 2. Их сравнение с величиной $\bar{n}l$, определяемой формулой (14) и кривыми (рис. 1, а), показывает, что для рассмотренной модели $\lambda > l$ (строгое обсуждение аналогичного соотношения для электронной задачи дано в [21]). Выполнение условия $\lambda/l \rightarrow \infty$ вблизи резонансов типа I величины λ связано с отсутствием таких резонансов для величины l . Однако, как отмечалось в работе [14], этот результат для l нефизичен. Он обусловлен тем, что наличие сбоя фазы при полном пропускании света в условиях резонанса типа I существенно проявляется при усреднении фазовых множителей функции Грина G по ансамблю $\{z_i\}$, приводя к переоценке затухания волны. При усреднении двухчастичной функции Грина GG^* , входящей в (5), фазовые соотношения не играют существенной роли. Рис. 2, б относится к случаю наклонного падения ($\varphi \neq 0$, $N = \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1 - \sin^2 \varphi/\cos \varphi}$). Из него видно, что увеличение угла падения φ приводит к уменьшению расстояний между резонансами, при этом зависимость λ от η утрачивает строго периодический характер из-за иррациональности N , однако основные особенности кривых сохраняются.

4. Обсуждение результатов

Выше найден диффузионный полюс двухфотонной функции Грина, характеризующей распространение плотности энергии электромагнитного возбуждения, и указаны условия, при которых такой полюс описывает одномерную локализацию. Результаты относятся к волнам с s -поляризацией, однако они качественно верны и для волн, поляризованных в плоскости падения (p -поляризация); поляризационные эффекты обусловлены лишь различием коэффициентов пропускания света разных поляризаций. Важной чертой представленной теории является то, что матрица рассеяния и характеристики распространения и локализации светового возбуждения выражены через коэффициенты отражения света отдельной пластиной. Тем самым в рассмотрение включены резонансные свойства пластины, зависящие от ее толщины и частоты света, которые отсутствуют в модели точечных рассеивателей. Это же обстоятельство делает удобным обобщение этой теории для изучения локализации электронных состояний и коллективных мод в слоистых системах микроэлектроники (сверхрешетках); в этих случаях учет конечной толщины потенциальных барьеров и дефектных областей имеет принципиальное значение [22].

Автор благодарен В. В. Брыксину, Е. Л. Ивченко, В. Н. Пригодину за полезное обсуждение результатов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Точное выражение для элементов матрицы $T(p, p')$

Электродинамическая функция Грина при наличии одной пластины $G_{1, \omega}(p, p')$ вычисляется точно в результате решения уравнения (2) с условиями непрерывности по координате z функций $G_{1, \omega}(z, z')$ и $dG_{1, \omega}(z, z')/dz$ на поверхностях пластины $z = \pm a$ и преобразования Фурье результата по z, z' . С помощью функций $G_{1, \omega}(p, p')$ и $G_{0, \omega}(p)$ (формула (9)) элементы матрицы $T_{\omega}(p, p')$, входящие в (8), определяются формулой

$$T_{\omega}(p, p') = G_{0, \omega}^{-1}(p) [G_{1, \omega}(p, p') G_{0, \omega}^{-1}(p') - 2\pi\delta(p - p')]. \quad (\text{II. 1})$$

Приведем найденное таким образом точное выражение

$$T_{\omega}(p, p') = 2d_1(p) \left(\frac{d_1(p')}{d_2(p')} - 1 \right) \frac{\sin(p - p')a}{p - p'} - \frac{4}{d_2(p)} \left(\frac{d_1(p')}{d_2(p')} - 1 \right) \times \\ \times \frac{1}{(N+1)^2 \exp(-iN\eta) - (N-1)^2 \exp(iN\eta)} \{ (N^2 - 1) [N(q_1^2(p + p') \sin(p + p')a +$$

$$+ i q_1 (p p' + q_1^2) \cos (p + p') a - i q_1 ((p p' + q_1^2) N \cos N \eta - i (p p' + q_1^2) \sin N \eta) \times \\ \times \cos (p - p') a + \{ N (d_1(p) - d_2(p)) (p + p') \cos N \eta - i (d_1(p) (p + N^2 p') + \\ + d_2(p) (N^2 p + p')) \sin N \eta \} \sin (p - p') a \}. \quad (\text{П. 2})$$

Здесь введены обозначения

$$N = q_2/q_1, \quad \eta = 2q_1 a, \quad (\text{П. 3})$$

$$d_n(p) = p^2 - q_n^2, \quad (\text{П. 4})$$

величины q_n определены формулой (3); согласно (9), $G_{\nu, \omega}^{-1}(p) = d_1(p)$. В важных для изучения локализации случаях $p = p' = q_1$ и $p = -p' = q_1$, где $q_1 = \omega \cos \varphi / c_1$, элементы (П. 2) существенно упрощаются

$$T(q_1, q_1) = 2i q_1 [1 - t(q_1)], \quad (\text{П. 5})$$

$$T(q_1, -q_1) = -2i q_1 r(q_1). \quad (\text{П. 6})$$

В выражения (П. 5) и (П. 6) входят коэффициенты пропускания

$$t(q_1) = \frac{2i N \exp(-i\eta)}{(N^2 + 1) \sin N \eta + 2i N \cos N \eta} \quad (\text{П. 7})$$

и отражения

$$r(q_1) = \frac{i}{2} t(q_1) \frac{N^2 - 1}{N} \sin N \eta \quad (\text{П. 8})$$

световой волны отдельной пластиной. Величины (П. 7) и (П. 8) определены асимптотическими выражениями электрического поля: $E(z) = te^{iq_1 z}$ при $z \rightarrow \infty$ и $E(z) = e^{iq_1 z} + re^{-iq_1 z}$ при $z \rightarrow -\infty$.

Из выражений (П. 5) и (П. 6) следует оптическая теорема в форме

$$\text{Im } T(q_1, q_1) = \frac{1}{4q_1} \{ |T(q_1, q_1)|^2 + |T(q_1, -q_1)|^2 + q_1 (1 - |r(q_1)|^2 - |t(q_1)|^2) \}. \quad (\text{П. 9})$$

В отсутствие диссипации второй член в формуле (П. 9) исчезает.

Отметим также получающиеся из (П. 2) соотношения, которые используются в тексте

$$T(q_1, q_1) = T(-q_1, -q_1), \quad T(q_1, -q_1) = T(-q_1, q_1), \\ U_{q_1, q_1}^B = U_{-q_1, -q_1}^B, \quad U_{q_1, -q_1}^B = U_{-q_1, q_1}^B. \quad (\text{П. 10})$$

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Altshuler B. L., Aronov A. G., Khmel'nitskii D. E., Larkin A. I. / Quantum Theory of Solids / Ed. I. M. Lifshits. M., 1982. P. 131—237.
- [2] Lee P. A., Ramakrishnan T. V. // Rev. Mod. Phys. 1985. V. 57. N 2. P. 287—337.
- [3] Mott N. F., Twose W. D. // Adv. Phys. 1961. V. 10. N 38. P. 107—163; Borland R. E. // Proc. Roy Soc. (Lond.). 1963. V. A274. N 1359. P. 529—545.
- [4] Лифшиц И. М., Кирпиченков В. Я. // ЖЭТФ. 1979. Т. 77. № 3 (9). С. 989—1016; Azbel M. Ya. // Phys. Rev. 1983. V. B28. N 8. P. 4106—4125.
- [5] Anderson P. W. // Philos. Mag. 1985. Pt B. V. 52. N 3. P. 505—509.
- [6] Кособукин В. А. // Поверхность. 1983. № 12. С. 5—21. Изв. АН СССР, сер. физ. 1985. Т. 49. № 6. С. 1111—1120.
- [7] McGurn A. R., Maradudin A. A., Celli V. // Phys. Rev. 1985. V. B31. N 8. P. 4866—4871.
- [8] Arya K., Su Z. B., Birman J. L. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. N 14. P. 1559—1562; McGurn A. R., Maradudin A. A. // J. Opt. Soc. Am. 1987. V. B4. N 6. P. 910—926.
- [9] Tsang L., Ishimaru A. // J. Opt. Soc. Am. 1984. V. A1. P. 836—839; Van Albada M. P., Lagendijk A. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. N 24. P. 2692—2695; Wolf P. E., Maret G. // Ibid. P. 2696—2699.
- [10] Agranovich V. M., Kravtsov V. E., Lerner I. V. // Phys. Lett. 1987. V. 125A. N 8. P. 435—440.
- [11] Yoo K. M., Alfano R. R. // Phys. Rev. 1989. V. B39. N 9. P. 5806—5809.
- [12] Kohmoto M., Sutherland B., Iguchi K. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. N 23. P. 2436—2438.
- [13] Vollhardt D., Wolfle P. // Phys. Rev. 1980. V. B22. N 10. P. 4666—4679.
- [14] Condat C. A., Kirkpatrick T. R. // Phys. Rev. 1986. V. B33. N 5. P. 3102—3114.
- [15] Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М., 1987. 688 с.

- [16] Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика. Ч. 2. М., 1978. 448 с.
[17] Goldberger M. L., Watson K. M. Collision Theory. N. Y., 1964. 919 p.
[18] Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М., 1962. 443 с.
[19] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., 1970. 855 с.
[20] Brown G., Celli V., Haller M., Maradudin A. A., Marvin A. // Phys. Rev. 1985. V. B31. N 8. P. 4993—5005.
[21] Thouless D. J. // J. Phys. C. 1973. V. 6. N 3. P. L49—L51.
[22] Гашимаде Н. Ф., Ивченко Е. Л., Кособукин В. А. // ФТП. 1989. Т. 23. № 5. С. 839—844.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
15 августа 1989 г.