Возбуждение экситонов в полуограниченных твердых телах нерелятивистским электронным пучком

© Ю.О. Аверков, Ф.Г. Басс*, В.М. Яковенко

Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова Национальной академии наук Украины,
Харьков, Украина
Бар-Иланский университет,
Рамат-Ган, Израиль
E-mail: yuaver@online.kharkiv.com

(Поступила в Редакцию 6 ноября 2007 г.
В окончательной редакции 31 января 2008 г.)

Исследуется неустойчивость бесконечного тонкого электронного пучка, распространяющегося в вакууме над поверхностью изотропного негиротропного кристалла. Изучены возможности возбуждения дополнительных продольных волн и волн поляризации. Получены законы дисперсии связанных экситонно-пучковых волн. Показано, что взаимодействие пучка с дополнительными объемной продольной волной и поверхностной волной поляризации приводит к возникновению абсолютной неустойчивости.

PACS: 71.35.-y, 52.35.-g, 41.75.Fr

1. Введение

Понятие экситона было введено Френкелем в 1931 г. для объяснения сильного поглощения света в области уменьшения фотопроводимости [1]. Возможность возникновения дополнительных волн в кристалле вблизи частот экситонного поглощения была показана Пекаром в 1957 г. [2] с использованием микроскопического подхода для описания возбужденных экситонных состояний кристалла. Феноменологический подход к описанию электродинамики кристаллических сред с пространственной дисперсией был развит в работах Аграновича, Гинзбурга и Рухадзе [3,4]. Вследствие зависимости тензора диэлектрической проницаемости среды от показателя преломления n степень основного уравнения кристаллооптики относительно n^2 становится выше второй и зависит как от структуры кристалла, так и от направления распространения волны. Это приводит к возникновению в кристалле в окрестности экситонного резонанса дополнительной поперечной волны той же частоты и поляризации, что и основная волна вне области резонанса, но с другим значением показателя преломления. Подробная теория кристаллооптики с учетом пространственной дисперсии изложена в монографии [5].

Удобным инструментом изучения поверхностных колебаний, таких как оптические фононы и плазмоны, является спектроскопия поверхностей и тонких пленок с помощью пучков заряженных частиц. Подобные исследования интересны еще и тем, что поверхностные колебания оказывают влияние на кинетические коэффициенты в образцах малых размеров и тонких пленках [6]. Указанные типы возбуждений также можно характеризовать как экситоны, понимая под этим термином элементарные возбуждения в кристалле, подчиняющиеся статистике Бозе [5]. В области вне пластины поверхностные колебания создают медленно убывающее от поверхности электрическое поле. Благодаря ему электрон, находящийся в области вне пластины, взаимодействует с поверхностными плазмонными (или фононными) колебаниями. В экспериментах по отражению электронных пучков от металлических поверхностей был обнаружен вклад в энергетические потери пучка, связанный с неупругим рассеянием электронов на поверхностных плазмонах [7,8]. Возбуждение поверхностных плазмонов нерелятивистским электронным пучком, скользящим вдоль поверхности тонкой металлической (либо полупроводниковой) пластинки, рассматривалось в [9]. Скользящие углы падения пучка на поверхность обеспечивают зеркальное отражение электронов первыми несколькими приповерхностными слоями атомов. Это означает, что электроны пучка взаимодействуют лишь с поверхностными плазмонами и не испытывают рассеяния в объеме образца. Взаимодействие электронов с поверхностными плазмонами рассчитывалось в [9] с помощью точно решаемой квантово-механической модели, учитывающей возможность многоплазмонных эффектов. Возбуждение поверхностных плазмонов путем неупругого рассеяния электронных пучков с учетом эффектов пространственной дисперсии, а также взаимодействие поверхностных плазмонов с поверхностными фононами исследовались в работах [10–12]. В [13] предложен способ определения границы раздела поверхность—объем по зависимостям интенсивности линий поверхностных и объемных плазмонов от энергий первичных электронов, рассеянных металлической поверхностью. Возбуждение поверхностных плазмонов электронным пучком, распространяющимся параллельно композитной среде, теоретически рассмотрено в [14]. Исследованы случаи, когда композит представляет собой трехмерный массив квантовых проволок и квантовых сфер. Дисперсионные свойства одномерных поверхностных плазмонов, возбуждаемых электронным пучком, распространяющимся вблизи квантовой проволоки, изучены в [15]. Особенности дисперсионных свойств одномерных поверхностных плазмонов, возбуждаемых электронным пучком, отраженным от трехмерного массива квантовых проволок, проанализированы в [16]. Возбуждение поверхностных оптических фононов за счет неупругого рассеяния медленных электронов исследовалось в [17–20].

Хорошо известно, что в физике полупроводников большую роль играет так называемый экситон Ванье–Мотта, представляющий собой связанное состояние электрона и дырки с эффективным радиусом, значительно превышающим межатомные расстояния [21]. Взаимодействие дипольно-активных экситонов Ванье–Мотта с фотонами приводит к образованию экситонных поляритонов. Кинематика экситонных поляритонов при резонансном рассеянии света, экситон-фононное взаимодействие, проблема дополнительных граничных условий и другие теоретические и экспериментальные аспекты физики экситонов подробно рассмотрены в монографии [22].

Теория экситон-поляритонного поглощения света в периодических структурах с квантовыми ямами развита в работах [23–25]. Установлено, в частности, что внутриямный беспорядок, обусловленный флуктуациями частот возбуждения в ямах, увеличивает интегральное поглощение света. К этому же эффекту приводит также наличие межъямного беспорядка, связанного с флуктуациями расстояния между ямами.

Исследование свойств экситонов в таких низкоразмерных структурах, как квантовые нити и квантовые точки, связано с возможностями использования этих структур для улучшения характеристики лазеров, оптических переключателей [26], а также для решения задач спинтроники [27]. В [26] приведены результаты измерений спектров линейного и нелинейного поглощения полупроводниковых (GaAs, CdSe) квантовых нитей, кристаллизованных в диэлектрических нанотрубках.

Различные экситонные состояния, такие как экситоны, биэкситоны, трионы, подробно исследованы в немагнитных структурах с самоорганизованными квантовыми точками [28,29]. В плане использования в областях спинтроники достаточно перспективными являются полумагнитные квантовые точки [27]. В таких структурах возможно реализовать большую спиновую поляризацию носителей в слабых магнитных полях благодаря обменному взаимодействию этих носителей с ионами магнитных примесей.

Свойства экситонов в полупроводящих углеродных нанотрубках исследованы в работе [30]. Показано, что вследствие сильного квантового конфайнмента электронов и дырок энергия связи экситонов в таких структурах может достигать значений от нескольких сотен meV до 1 eV.

Явление бозе-эйнштейновской конденсации экситон-поляритонов в искусственных наноразмерных оптических емкостях, предствляющих собой полупроводниковые квантовые ямы, окруженные зеркально отражающими слоями, исследовано в работах [31–33]. В таких структурах фотоны, взаимодействуя с экситонами квантовых ям, образуют экситон-поляритонные квазичастицы, способные конденсироваться в основное состояние при определенных температурах и интенсивностях лазерной накачки. Возможность создания поляритонных лазеров на базе таких структур анализируется в [34].

В перечисленных выше работах экситонные состояния в кристалле (экситоны Ванье–Мотта) исследовались оптическими методами. В то же время такие элементарные возбуждения могут взаимодействовать с потоками заряженных частиц, что позволяет их генерировать за счет эффекта пучковой неустойчивости. Возможность генерации экситонных волн квазинейтральным электронным пучком, проходящим сквозь диэлектрик, была теоретически рассмотрена в работе [35].

В настоящей работе изучена возможность возбуждения связанных поверхностных экситонно-пучковых волн квазинейтральным потоком заряженных частиц, движущимся в вакууме над поверхностью изотропного негиротропного диэлектрика. Здесь следует заметить, что в основе явления пучковой неустойчивости лежит эффект Вавилова–Черенкова, благодаря которому электроны пучка возбуждают поверхностные электромагнитные волны при выполнении условия синхронизма $\omega = \mathbf{k}\mathbf{v}_0$ (где ω — частота поверхностной волны, $\mathbf{k}$ — волновой вектор пучковой волны, $\mathbf{v}_0$ — скорость пучка). Из рассмотренных выше работ по неупругому рассеянию электронных пучков следует, что при скользящих углах рассеяния в основе механизма электрон-плазмонного взаимодействия также лежит эффект Вавилова–Черенкова (см., например [9,14]). Следовательно, указанные работы могут свидетельствовать о возможности экспериментальной реализации рассмотренных нами эффектов. Отметим также, что поверхностный характер связанных экситонно-пучковых волн приводит к более слабому рассеянию этих волн на оптических фононах по сравнению с интенсивным рассеянием экситон-поляритонов в объеме образца [22]. Это облегчает возможность экспериментального обнаружения таких волн, дисперсионные характеристики которых позволяют определять энергию связи и эффективный радиус экситонов Ванье–Мотта.

2. Постановка задачи и основные уравнения

Рассмотрим границу раздела сред вакуум–кристалл, расположенную в плоскости $y = 0$. Кристалл занимает область $y > 0$. Бесконечно тонкий электронный пучок движется параллельно границе раздела двух сред в положительном направлении оси z со скоростью $v_0 \ll c$ (где c — скорость света в вакууме) на расстоянии $y = -h$ от границы. В плоскости xz пучок считается безграничным. Плотность высокочастотной неоднородной составляющей тока пучка задается следующим образом:

$$j_z = ev_0 n(z,t)\delta(y+h) + en_0 v_z(z,t)\delta(y+h), \tag{1}$$

где e — заряд электрона, n_0 — равновесная поверхностная плотность электронов пучка, $n(z,t)$ и $v_z(z,t)$ — возмущения поверхностной плотности и скорости пучка соответственно, $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака.

Без учета пространственной дисперсии среды в системе будут возбуждаться лишь поперечные волны ($\operatorname{div}\mathbf{E}=0$). Поскольку пучок нерелятивистский, для описания полей в области пучка воспользуемся уравнениями электростатики, а также линеаризованными уравнениями непрерывности и движения

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}=0, \quad \operatorname{div}\mathbf{E}=4\pi e n(z,t)\delta(y+h), \tag{2}$$

$$\frac{\partial n(z,t)}{\partial t} + n_0\frac{\partial v_z(z,t)}{\partial z} + v_0\frac{\partial n(z,t)}{\partial z}=0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial v_z(z,t)}{\partial t} = \frac{e}{m_0}E_z(z,t;y=-h), \tag{4}$$

где m_0 — масса свободного электрона. Поля в вакууме вне пучка удовлетворяют однородным уравнениям (2). Уравнения для полей в среде имеют вид

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}=0, \quad \operatorname{div}\mathbf{D}=0. \tag{5}$$

Здесь $\mathbf{D}=\mathbf{E}+4\pi\mathbf{P}$ — вектор электрической индукции, $\mathbf{P}$ — вектор поляризации среды. Учет пространственной дисперсии кристалла означает, что связь индукции с электрическим полем является нелокальной в пространстве. Такой нелокальный отклик можно учесть, дополнив систему (5) уравнением для вектора поляризации среды $\mathbf{P}$ [5]

$$\frac{\partial^2\mathbf{P}}{\partial t^2} + \omega_0^2\mathbf{P} - \alpha_1\Delta\mathbf{P} - \alpha_2\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{P} = \gamma\mathbf{E}, \tag{6}$$

где ω_0 — частота экситонного перехода, $\alpha_1, \alpha_2, \gamma$ — постоянные, описывающие структуру экситонных полос.

Используя уравнение (6) и $\operatorname{div}\mathbf{D}=0$, с помощью дисперсионных соотношений для продольного и поперечного экситонов можно показать, что

$$\alpha_1 = \frac{w_\perp}{m_\perp}, \quad \alpha_1+\alpha_2 = \frac{w_\parallel}{m_\parallel}, \tag{7}$$

где $w_\perp = \hbar\omega_0$ и $w_\parallel = \hbar\sqrt{\omega_0^2+4\pi\gamma}$ — энергии активации поперечного и продольного экситонов, а $m_\perp$ и $m_\parallel$ — их эффективные массы. Система обычных электродинамических граничных условий для $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$ на поверхности кристалла должна быть дополнена условием для вектора поляризации $\mathbf{P}$

$$\frac{\partial\mathbf{P}}{\partial y}\Big|_{y=0} + \xi\mathbf{P}\Big|_{y=0} = 0, \tag{8}$$

где постоянная ξ описывает свойства границы.

Дисперсионное уравнение для связанной экситонной и пучковой волны получается из совместного решения граничных условий в плоскости пучка и на поверхности кристалла. Граничные условия в плоскости пучка выражают непрерывность компоненты E_z и скачок компоненты E_y электрического поля. Граничные условия на поверхности кристалла состоят из условий непрерывности компонент E_z, D_y и условия (8) при $\xi=0$ либо при $\xi=\infty$.

Представим $n(z,t)$, $v_z(z,t)$ и поля излучения в виде следующих интегралов Фурье:

$$n(z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} dk_z d\omega\, n(k_z,\omega)\exp[i(k_z z-\omega t)], \tag{9}$$

$$v_z(z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} dk_z d\omega\, v_z(k_z,\omega)\exp[i(k_z z-\omega t)], \tag{10}$$

$$\mathbf{A}(y,z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} dk_z d\omega\, \mathbf{A}(k_z,\omega;y)\exp[i(k_z z-\omega t)], \tag{11}$$

где $\mathbf{A}(k_z,\omega;y)$ — Фурье-трансформанта поля излучения. Интегрируя уравнение Пуассона по координате y в области пучка, получим следующую пару граничных условий:

$$E_{y2}(k_z,\omega;y=-h) - E_{y1}(k_z,\omega;y=-h) = 4\pi e n(k_z,\omega), \tag{12}$$

$$E_{z2}(k_z,\omega;y=-h) = E_{z1}(k_z,\omega;y=-h), \tag{13}$$

где индекс 1 относится к области над пучком, а индекс 2 — к области между пучком и кристаллом. Граничные условия на поверхности кристалла запишутся в виде

$$E_{y2}(k_z,\omega;y=0) = D_{y3}(k_z,\omega;y=0), \tag{14a}$$

$$E_{z2}(k_z,\omega;y=0) = E_{z3}(k_z,\omega;y=0), \tag{14b}$$

$$\frac{dP_{y3}}{\partial y}\Big|_{y=0} + \xi P_{y3}\Big|_{y=0} = 0, \tag{15}$$

где индекс 3 относится к области кристалла.

Рассмотрим граничные условия в плоскости пучка. Из уравнений (3) и (4) выражаем $n(k_z,\omega)$ и $v_z(k_z,\omega)$ через электрическое поле

$$n(k_z,\omega) = \frac{ien_0k_z}{m_0(\omega-k_zv_0)^2}E_z(k_z,\omega;y=-h), \tag{16}$$

$$v_z(k_z,\omega) = \frac{ie}{m_0(\omega-k_zv_0)}E_z(k_z,\omega;y=-h). \tag{17}$$

В областях 1 и 2 Фурье-трансформанты электрических полей записываются следующим образом:

$$\mathbf{E}_1(k_z,\omega;y) = \mathbf{E}_1(k_z,\omega)\exp(ik_{y1}y), \tag{18}$$

$$\mathbf{E}_2(k_z,\omega;y) = \mathbf{E}_{21}(k_z,\omega)\exp(ik_{y1}y) + \mathbf{E}_{22}(k_z,\omega)\exp(-ik_{y1}y), \tag{19}$$

где $k_{y1}=-i|k_z|$. Подставив (16)–(19) в граничные условия (12), (13) и воспользовавшись тем, что в каждой из областей 1 и 2 выполняется равенство $\operatorname{div}\mathbf{E}=0$, получим

$$E_{z21}(k_z,\omega)=\left[1-\frac{2\pi i e^2 n_0 k_{y1}}{m_0(\omega-k_z v_0)^2}\right]E_{z1}(k_z,\omega), \qquad (20)$$

$$E_{z22}(k_z,\omega)=\frac{2\pi i e^2 n_0 k_{y1}}{m_0(\omega-k_z v_0)^2}\exp(-2ik_{y1}h)E_{z1}(k_z,\omega). \qquad (21)$$

Фурье-трансформанты электрической индукции и электрического поля в области 3 записываются в виде суперпозиции поперечной ($\mathbf{k}_{21}\mathbf{E}_{31}=0$, $\mathbf{k}_{21}\mathbf{D}_{31}=0$) и дополнительной ($\mathbf{E}_{32}$, $\mathbf{D}_{32}$) волн

$$\mathbf{E}_3(k_z,\omega;y)=\mathbf{E}_{31}(k_z,\omega)\exp(ik_{y21}y)+\mathbf{E}_{32}(k_z,\omega)\exp(ik_{y22}y), \qquad (22)$$

$$\mathbf{D}_3(k_z,\omega;y)=\mathbf{D}_{31}(k_z,\omega)\exp(ik_{y21}y)+\mathbf{D}_{32}(k_z,\omega)\exp(ik_{y22}y), \qquad (23)$$

где $k_{y21}=i|k_z|$, а k_{y22} — нормальная компонента волнового вектора дополнительной волны.

3. Возбуждение продольных экситонов

Рассмотрим возбуждение пучком дополнительной продольной волны в кристалле, поле которой удовлетворяет следующим уравнениям [5]:

$$\mathbf{D}_{32}=\mathbf{E}_{32}+4\pi\mathbf{P}_{32}=0, \quad \operatorname{rot}\mathbf{E}_{32}=0. \qquad (24)$$

Приняв во внимание, что $\operatorname{rot}\mathbf{P}_{32}=0$, из уравнения (6) находим

$$\mathbf{E}_{32}=\gamma^{-1}[\omega_0^2-\omega^2+(\alpha_1+\alpha_2)k_{22}^2]\mathbf{P}_{32}. \qquad (25)$$

Подставив (25) в первое уравнение системы (24), получим дисперсионное соотношение для продольных экситонов

$$\varepsilon+\alpha k_{22}^2=0, \qquad (26)$$

где

$$\varepsilon=1+\frac{\omega_N^2}{\omega_0^2-\omega^2}, \quad a=\frac{\alpha_1+\alpha_2}{\omega_0^2-\omega^2}, \quad \omega_N^2=4\pi\gamma.$$

Граничные условия на поверхности кристалла (14a), (14b) и (15) запишутся в виде

$$E_{y21}(k_z,\omega;y=0)+E_{y22}(k_z,\omega;y=0)=\varepsilon E_{y31}(k_z,\omega;y=0), \qquad (27)$$

$$E_{z21}(k_z,\omega;y=0)+E_{z22}(k_z,\omega;y=0)=E_{z31}(k_z,\omega;y=0)+E_{z32}(k_z,\omega;y=0), \qquad (28)$$

$$(\varepsilon-1)(\xi+ik_{y21})E_{y31}(k_z,\omega;y=0)-(\xi+ik_{y22})E_{y32}(k_z,\omega;y=0)=0. \qquad (29)$$

Решив совместно уравнения (20), (21) и (27)–(29), получим следующее уравнение для связанных продольной экситонной и пучковой волн при $h=0$:

$$k_{y21}(1-2\eta)-\varepsilon k_{y1}=(\varepsilon-1)(1-2\eta)\,\frac{\xi+ik_{y21}}{\xi+ik_{y22}}\,\frac{k_z^2}{k_{y22}}, \qquad (30)$$

где

$$\eta=\frac{2\pi i e^2 n_0 k_{y1}}{m_0(\omega-k_z v_0)^2}. \qquad (31)$$

Рассмотрим случай $\xi=0$. Дисперсионное уравнение (30) с учетом того, что $k_{y1}=-i|k_z|$, $k_{y21}=i|k_z|$, примет вид

$$\varepsilon+1-(\varepsilon-1)\frac{k_z^2}{k_{y22}^2}=\frac{4\pi e^2 n_0|k_z|}{m_0(\omega-k_z v_0)^2}\left[1-(\varepsilon-1)\frac{k_z^2}{k_{y22}^2}\right]. \qquad (32)$$

Найдем закон дисперсии экситонных волн в кристалле в отсутствие пучка. Для этого положим равной нулю правую часть уравнения (32) и воспользуемся соотношением (26). В результате получим

$$k_z^2=-\frac{\omega_N^2}{2(\alpha_1+\alpha_2)}\,\frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1}, \quad k_{y22}^2=-\frac{\omega_N^2}{2(\alpha_1+\alpha_2)}. \qquad (33)$$

Из (33) следует, что при $\alpha_1+\alpha_2>0$ и $-1<\varepsilon<1$ вдоль поверхности кристалла могут распространяться поверхностные волны, представляющие собой суперпозицию поперечных волн ($k_{y1}=-i|k_z|$, $k_{y21}=i|k_z|$) и продольной экситонной волны ($k_{y22}=i\omega_N/\sqrt{2(\alpha_1+\alpha_2)}$). Соответствующий частотный интервал равен

$$\sqrt{\omega_0^2+\omega_N^2/2}<\omega<\infty. \qquad (34)$$

При $\alpha_1+\alpha_2<0$ и $|\varepsilon|>1$ в среде распространяются поверхностная волна с $k_{y21}=i|k_z|$ и объемная продольная экситонная волна с $k_{y22}=\omega_N/\sqrt{2|\alpha_1+\alpha_2|}$ в следующем частотном интервале:

$$0<\omega<\sqrt{\omega_0^2+\omega_N^2/2}. \qquad (35)$$

Заметим, что условие $\alpha_1+\alpha_2>0$ соответствует положительной эффективной массе продольного экситона, а условие $\alpha_1+\alpha_2<0$ — отрицательной. Зависимость $\omega(k_z)$ имеет вид

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2+\omega_N^2/2+(\alpha_1+\alpha_2)k_z^2}. \qquad (36)$$

Из выражения (36) видно, что дисперсия поверхностных волн в кристалле будет положительной ($\alpha_1+\alpha_2>0$), а дисперсия объемной экситонной волны — отрицательной ($\alpha_1+\alpha_2<0$). Это означает, что взаимодействие

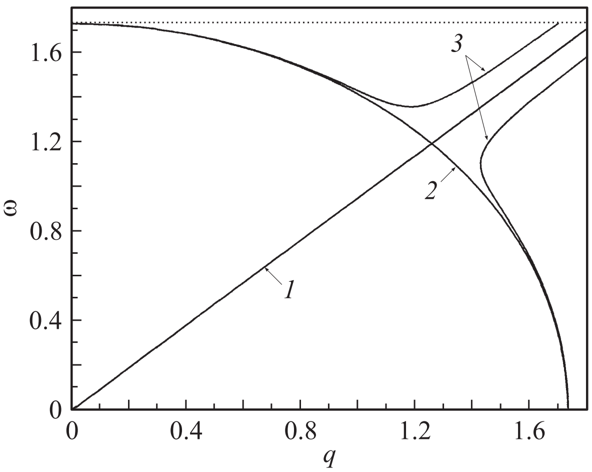

Рис. 1. Дисперсионные кривые связанных волн пучка и объемной продольной экситонной волны (*3*). *1* — пучковая волна, *2* — объемная продольная экситонная волна в отсутствие пучка.

объемной экситонной волны с волной пучка ($\omega = k_z v_0$) может привести к возникновению абсолютной неустойчивости. Найдем инкремент нарастания связанной волны в кристалле, положив

$$\omega = \omega_{\text{res}} + \delta\omega, \tag{37}$$

где $\omega_{\text{res}} = k_z v_0$ является решением невозмущенного уравнения (32), $|\delta\omega| \ll \omega$. Подстановка (37) в (32) дает

$$\operatorname{Im}(\delta\omega) = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\pi e^2 n_0 \omega_N^2}{2m_0|v_0|}\right)^{1/3}. \tag{38}$$

В дальнейшем дисперсионное соотношение (32) удобно записать в безразмерных переменных $\bar{\omega} = \omega/\omega_0$ и $q = k_z\sqrt{|\alpha_1+\alpha_2|}/\omega_0$

$$(\bar{\omega} - q\bar{v})^2\left[\varepsilon + 1 - (\varepsilon - 1)\frac{q^2}{\bar{k}_{y22}^2}\right] = \Lambda|q|\left[1 - (\varepsilon - 1)\frac{q^2}{\bar{k}_{y22}^2}\right], \tag{39}$$

где $\bar{v} = v_0/\sqrt{|\alpha_1+\alpha_2|}$ — безразмерная скорость пучка, $\bar{k}_{y22}^2 = \varepsilon(1-\bar{\omega}^2) - q^2$, $\Lambda = 4\pi e^2 n_0/(m_0\omega_0\sqrt{|\alpha_1+\alpha_2|})$ — безразмерный параметр связи волны пучка с волнами в кристалле.

На рис. 1 показано численное решение уравнения (39) при $|\alpha_1+\alpha_2| \sim 10^{17}\,\text{cm}^2/\text{s}^2$, $\bar{v} \approx 1 (v_0 \sim 0.01c)$, $\omega_N = 2\omega_0$, $\Lambda \sim 0.01$. Кривая *1* соответствует пучковой волне $\bar{\omega} = q\bar{v}$, кривая *2* — объемной экситонной волне без пучка, кривые *3* представляют решения уравнения (39) для связанных волн пучка и объемных экситонов. На рис. 2 построены дисперсионные кривые связанных волн вблизи малой окрестности точки пересечения $(q_{\text{int}}, \bar{\omega}_{\text{int}})$ дисперсионных кривых пучка и объемных продольных экситонов

$$(\delta\bar{\omega} - \bar{v}\delta q)^2(\delta\bar{\omega} - \bar{v}_{\text{gr}}\delta q) = \Lambda_{\text{int}}\frac{|q_{\text{int}}|}{q_{\text{int}}}, \tag{40}$$

где $\Lambda_{\text{int}} = \pi e^2 n_0 \bar{\omega}_N^2/(2m_0\omega_0 v_0) \sim 5\cdot 10^{-3}$ — безразмерный параметр связи волн, $\bar{\omega}_N = \omega_N/\omega_0 = 2$,

$$q_{\text{int}} = \sqrt{\frac{1+\bar{\omega}_N^2/2}{1+\bar{v}^2}}, \quad \bar{\omega}_{\text{int}} = q_{\text{int}}\bar{v},$$

$\bar{v}_{\text{gr}} = v_{\text{gr}}/\sqrt{|\alpha_1+\alpha_2|}$ — безразмерная групповая скорость объемных волн в точке пересечения дисперсионных кривых

$$\bar{v}_{\text{gr}} = -\frac{\sqrt{|\alpha_1+\alpha_2|}}{v_0}. \tag{41}$$

На рис. 2 кривая *1* соответствует пучковой волне, кривые *2* и *3* — кривым *3* на рис. 1 при $q_{\text{int}} > 0$, $\omega_{\text{int}} > 0$, а кривые *4* и *5* — кривым *3* на рис. 1 при $q_{\text{int}} < 0$, $\omega_{\text{int}} < 0$. Топология дисперсионных кривых *3* и *5* на рис. 2 в соответствии с правилами Старрока [36,37] свидетельствует о возникновении абсолютной неустойчивости.

В оптической части спектра, где $\omega_0 \sim 10^{15}\,\text{s}^{-1}$ [5], получаем следующую оценку для резонансных значений k_z и k_{y22}:

$$|k_z^{\text{res}}|, |k_{y22}^{\text{res}}| \sim q_{\text{res}}\omega_0/\sqrt{|\alpha_1+\alpha_2|} \sim 6\cdot 10^6\,\text{cm}^{-1}. \tag{42}$$

Из (42) видно, что условие континуальности кристаллической среды $\lambda = 2\pi/|k_z^{\text{res}}| \sim 10^{-6}\,\text{cm} \gg l \sim 3\cdot 10^{-8}\,\text{cm}$ выполняется (где l — период решетки кристалла). Для значения $n_0 \sim 10^{12}\,\text{cm}^{-2}$, соответствующего $\Lambda \sim 0.01$, и $v_0 \sim 0.01c$ имеем $\operatorname{Im}(\delta) \sim 10^{14}\,\text{s}^{-1}$. Частота затухания экситонных волн ν является величиной порядка

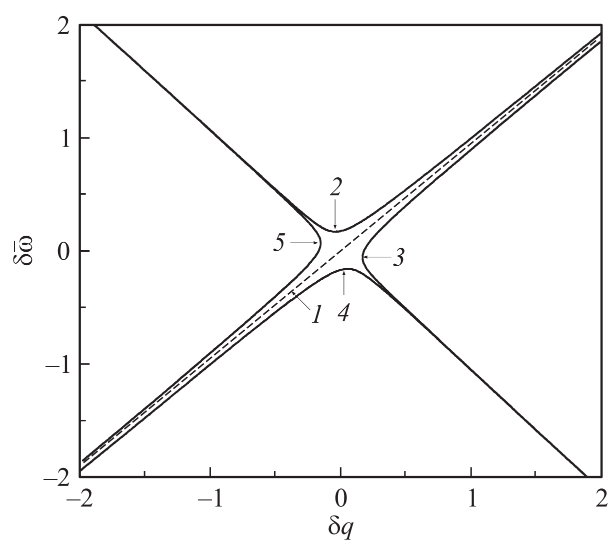

Рис. 2. Дисперсионные кривые связанных волн пучка и объемной продольной экситонной волны в окрестности резонанса (*2–5*). *1* — пучковая волна.

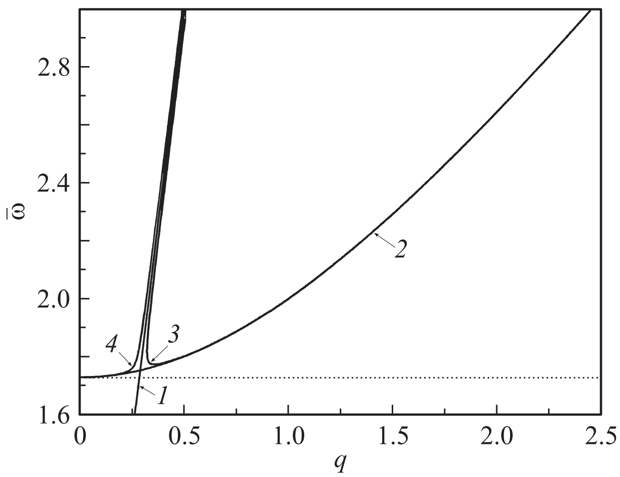

Рис. 3. Дисперсионные кривые связанных волн пучка и поверхностной экситонной волны (*3, 4*). *1* — пучковая волна, *2* — поверхностная экситонная волна в отсутствие пучка.

$\nu/\omega_0 \sim 10^{-2}$–$10^{-4}$. Следовательно, выполняется неравенство $\mathrm{Im}(\delta\omega) \gg \nu$, означающее возможность усиления объемных продольных экситонных волн.

Дисперсионная кривая поверхностной экситонной волны, описываемая выражением (36), приведена на рис. 3 (кривая *2*). Кривая *1* на этом рисунке соответствует пучковой волне, а кривые *3* и *4* — двум ветвям связанной волны пучка с поверхностными волнами. Топология дисперсионных кривых связанных волн указывает на возникновение конвективной неустойчивости.

Решение дисперсионного уравнения (30) для $\xi = \infty$ без учета пучка приводит к следующим дисперсионным соотношениям для экситонных волн:

$$k_z^2 = -\frac{\omega_N^2}{4(\alpha_1+\alpha_2)}\frac{(\varepsilon+1)^2}{\varepsilon-1}, \quad k_{y22} = -i|k_z|\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+1},$$

$$k_{y22}^2 = \frac{\omega_N^2}{4(\alpha_1+\alpha_2)}(\varepsilon-1). \tag{43}$$

Из (43) следует, что экситонная волна в рассматриваемом случае может быть только поверхностной и существует при $\alpha_1+\alpha_2 > 0$, $-1 < \varepsilon < 1$, что соответствует частотному интервалу $\sqrt{\omega_0^2+\omega_N^2/2} < \omega < \infty$. Дисперсионаня кривая $\omega(k_z)$ имеет положительную дисперсию и описывается следующим выражением:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \frac{1}{2}\Big\{\omega_N^2 + (\alpha_1+\alpha_2)k_z^2 + \sqrt{[\omega_N^2+(\alpha_1+\alpha_2)k_z^2]^2 - \omega_N^4}\Big\}. \tag{44}$$

При $k_z = 0$ частота равна $\omega = \sqrt{\omega_0^2+\omega_N^2/2}$ и при $k_z^2 \gg \omega_N^2/(\alpha_1+\alpha_2)$ растет по линейному закону: $\omega \approx \sqrt{\alpha_1+\alpha_2}|k_z|$. Ход дисперсионных кривых связанных волн пучка и рассматриваемой экситонной волны качественно совпадает с ходом кривых *3* и *4* на рис. 3.

4. Возбуждение волн поляризации

Рассмотрим возбуждение пучком волн поляризации, для которых выполняются следующие соотношения [5]:

$$\mathbf{D}_{32} \neq 0, \quad \mathbf{k}_{22}\mathbf{D}_{32} = 0, \quad \mathbf{E}_{32} = 0. \tag{45}$$

Граничные условия (14), (15) для $\xi = 0$ в этом случае примут вид

$$E_{y21}(k_z,\omega;y=0) + E_{y22}(k_z,\omega;y=0) = \varepsilon E_{y31}(k_z,\omega;y=0) + D_{y32}(k_z,\omega;y=0), \tag{46}$$

$$E_{z21}(k_z,\omega;y=0) + E_{z22}(k_z,\omega;y=0) = E_{z31}(k_z,\omega;y=0), \tag{47}$$

$$(\varepsilon-1)k_{y21}E_{y31}(k_z,\omega;y=0) + k_{y22}D_{y32}(k_z,\omega;y=0) = 0. \tag{48}$$

Дисперсионное соотношение для связанных пучковой волны и волн поляризации определяется детерминантом системы уравнений (46)–(48) и имеет вид

$$(\omega - k_z v_0)^2\left[\varepsilon + 1 - (\varepsilon-1)\frac{i|k_z|}{k_{y22}}\right] = \frac{4\pi e^2 n_0|k_z|}{m_0}. \tag{49}$$

Здесь положено $h = 0$. Зависимость $k_{y22}(k_z,\omega)$ находится из уравнения для вектора поляризации среды (6), в котором учтены свойства волн (45),

$$k_{y22}^2 = -k_z^2 - \frac{\omega_0^2-\omega^2}{\alpha_1}. \tag{50}$$

Дисперсионные соотношения для волн поляризации в отсутствие пучка имеют вид

$$k_z^2 = -\frac{\omega_N^2(\varepsilon+1)^2}{4\alpha_1\varepsilon(\varepsilon-1)}, \quad k_{y22} = i|k_z|\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+1}. \tag{51}$$

Из (51) следует, что волны поляризации являются поверхностными и существуют при $\alpha_1 < 0$ (т.е. $m_\perp < 0$), $|\varepsilon| > 1$ в интервале частот

$$0 < \omega < \sqrt{\omega_0^2+\omega_N^2/2}. \tag{52}$$

Зависимость $\omega(k_z)$ для поверхностных волн поляризации соответствует волнам с отрицательной дисперсией и описывается следующим выражением:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \frac{1}{2}\left[\omega_N^2 - |\alpha_1|k_z^2 - \sqrt{\alpha_1^2k_z^4 + 2\omega_N^2|\alpha_1|k_z^2}\right]. \tag{53}$$

Взаимодействие таких волн с волной пучка может привести к возникновению абсолютной неустойчивости с инкрементом

$$\mathrm{Im}(\delta\omega) = \frac{\sqrt{3}\omega_N}{4}\left[\frac{\Lambda\sqrt{|\alpha_1|}\omega_0\omega_N}{v_0(3\omega_N^2/2+\omega_0^2-k_z^2v_0^2)}\right]^{1/3}. \tag{54}$$

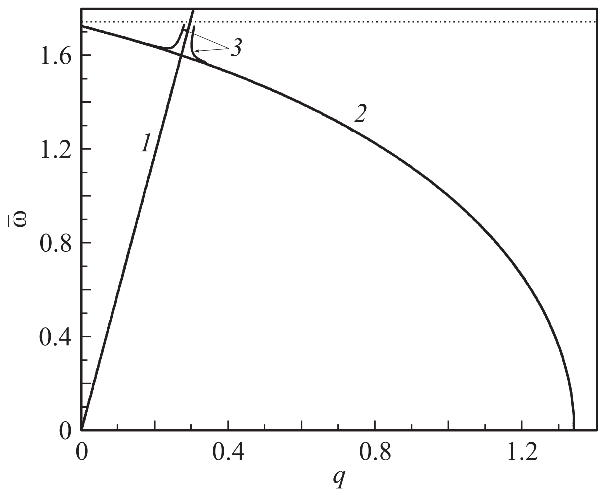

Рис. 4. Дисперсионные кривые связанных волн пучка и поверхностной волны поляризации (*3*). *1* — пучковая волна, *2* — поверхностная волна поляризации в отсутствие пучка.

Запишем соотношение (49) в безразмерных переменных $\bar{\omega} = \omega/\omega_0$, $q = k_z\sqrt{|\alpha_1|}/\omega_0$:

$$(\bar{\omega} - q\bar{v})^2\left[\varepsilon + 1 - (\varepsilon - 1)\,\frac{|q|}{\sqrt{q^2 + \bar{\omega}^2 - 1}}\right] = \Lambda|q|, \quad (55)$$

где $\bar{v} = v_0/\sqrt{\alpha_1}$, $\Lambda = 4\pi e^2 n_0/(m_0\omega_0\sqrt{|\alpha_1|})$ — безразмерный параметр связи. На рис. 4 показано численное решение уравнения (55) при $|\alpha_1| \sim 10^{16}\,\mathrm{cm^2/s^2}$, $\bar{v} \approx 6$ $(v_0 \sim 0.01c)$, $\omega_N = 2\omega_0$, $\Lambda \sim 0.01$. Кривая *1* соответствует пучковой волне $\bar{\omega} = q\bar{v}$, кривая *2* — поверхностной волне поляризации без пучка, кривые *3* представляют решения уравнения (55) для связанных волн пучка и поверхностных волн поляризации. Топология дисперсионных кривых *3* качественно соответствует случаю объемных продольных волн и означает возникновение абсолютной неустойчивости. Численные оценки для указанных выше параметров пучка и среды дают следующие значения для k_z^{res}, k_y^{res} и инкремента неустойчивости: $|k_z^{\mathrm{res}}| \sim 10^6\,\mathrm{cm^{-1}}$, $|k_{y22}| \sim 5\cdot 10^6\,\mathrm{cm^{-1}}$, $|\mathrm{Im}(\delta\omega)| \sim 10^{14}\,\mathrm{s^{-1}}$. Следовательно, условие континуальности среды выполняется, а волны поляризации могут быть усилены электронным пучком.

В заключение отметим, что если толщина электронного пучка значительно превышает длину возбуждаемой волны, то такой пучок можно считать полубесконечным вдоль оси (oy). В этом случае в правых частях дисперсионных уравнений (32) и (49) произведение $n_0|k_z|$ следует заменить объемной плотностью заряда пучка N_0. Физически это приведет к увеличению соответствующих констант связи, а следовательно, и инкрементов неустойчивостей. Действительно, в приведенных выше формулах величина n_0 по порядку величины равна $N_0 d$, где d — толщина пучка. Поэтому, $n_0|k_z| \sim N_0|k_z|d \ll N_0$, так как в случае бесконечно тонкого пучка $|k_z|d \ll 1$.

5. Заключение

Исследована неустойчивость бесконечного тонкого электронного пучка, движущегося в вакууме над поверхностью изотропного негиротропного кристалла. Рассмотрены возможности возбуждения продольных экситонов и волн поляризации нерелятивистским электронным пучком. Получены дисперсионные соотношения для объемных и поверхностных экситонных возбуждений, связанных с волной пучка. Показано, что объемная продольная волна и поверхностная волна поляризации имеют отрицательную дисперсию и взаимодействие их с пучком приводит к возникновению абсолютной неустойчивости. Найдены выражения для соответствующих инкрементов.

Список литературы

[1] J. Frenkel. Phys. Rev. **37**, 17 (1931).
[2] С.И. Пекар. ЖЭТФ **33**, 1022 (1957).
[3] В.Л. Гинзбург. ЖЭТФ **34**, 1593 (1958).
[4] В.М. Агранович, А.А. Рухадзе. ЖЭТФ **35**, 982 (1958).
[5] В.М. Агранович, В.Л. Гинзбург. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. Наука, М. (1979). 432 с.
[6] В.В. Брыксин, Д.Н. Мирлин, Ю.А. Фирсов. УФН **113**, 29 (1974).
[7] C.J. Powell. Phys. Rev. **175**, 972 (1968).
[8] R.B. Pettit, J. Silcox, R. Vincent. Phys. Rev. B **11**, 3116 (1975).
[9] M. Šunjic, A.A.Lucas. Phys. Rev. B **3**, 719 (1971).
[10] R. Matz, H. Luth. Phys. Rev. Lett. **46**, 500 (1981).
[11] F. Yubero, S. Tougaard. Phys. Rev. B **46**, 2486 (1992).
[12] F. Yubero, D. Fujita, B. Ramskov, S. Tougaard. Phys. Rev. B **53**, 9728 (1996).
[13] M.A. Vasylyev, V.A. Tinkov, B.E. Nieuwenhuys. J. Electron Spectrosc. Related Phenomena **159**, 53 (2007).
[14] J.B. Pendry, L. Martin-Moreno. Phys. Rev. B **50**, 5062 (1994).
[15] G.F. Bertsch, H. Esbensen, B.W. Reed. Phys. Rev. B **58**, 14 031 (1998).
[16] T. Nagao, S. Yaginuma, T. Inaoka, T. Sakurai. Phys. Rev. Lett. **97**, 116 802 (2006).
[17] H. Ibach. Phys. Rev. Lett. **24**, 1416 (1970).
[18] A.A. Lucas, E. Kartheuser, R.G. Badro. Phys. Rev. B **2**, 4990 (1970).
[19] S. Lehwald, M. Rocca, H. Ibach, T.S. Rahman. Phys. Rev. B **31**, 3477 (1985).
[20] H. Nienhaus. Phys. Rev. B **56**, 13 194 (1997).
[21] В.М. Агранович. Теория экситонов. Наука, М. (1968). 382 с.
[22] Экситоны / Под ред. Э.И. Рашбы, М.Д. Стерджа. Наука, М. (1985). 616 с.
[23] В.А. Кособукин, М.М. Моисеева. ФТТ **37**, 3694 (1995).
[24] В.А. Кособукин. ФТТ **40**, 824 (1998).
[25] В.А. Кособукин, А.Н. Поддубный. ФТТ **49**, 1883 (2007).
[26] В.С. Днепровский, Е.А. Жуков, Е.А. Муляров, С.Г. Тиходеев. ЖЭТФ **114**, 700 (1998).

[27] А.С. Бричкин, А.В. Черненко, Е.А. Чехович, П.С. Дорожкин, В.Д. Кулаковский, С.В. Иванов, А.А. Торопов. ЖЭТФ **132**, 426 (2007).
[28] R. Heitz, H. Born, F. Guffarth, O. Stier, A. Schliwa, A. Hoffmann, D. Bimberg. Phys. Rev. B **64**, 241 305 (2001).
[29] B. Patton, W. Langbein, U. Woggon. Phys. Rev. B **68**, 125 316 (2003).
[30] J. Maultzsch, R. Pomraenke, S. Reich, E. Chang, D. Prezzi, A. Ruini, E. Molinari, M.S. Strano, C. Thomsen, C. Lienau. Phys. Rev. B **72**, 241 402 (2005).
[31] Le Si Dang, D. Heger, R. Andre, F. Boeuf, R. Romestain. Phys. Rev. Lett. **81**, 3920 (1998).
[32] H. Deng, G. Weihs, Ch. Santori, J. Bloch, Y. Yamamoto. Science **298**, 199 (2002).
[33] J. Kasprzak, M. Ruchard, S. Kundermann, A. Baas, P. Jeambrun, J.M.J. Keeling, F.M. Marchetti, M.H. Szymaska, R. Andre, J.L. Staehli, V. Savona, P.B. Littlewood, B. Deveaud, Le Si Dang. Nature **443**, 409 (2006).
[34] L.V. Butov. Nature. **447**, 540 (2007).
[35] В.М. Яковенко. УФЖ **1**, 226 (1965).
[36] P.A. Strurrock. Phys. Rev. **112**, 1488 (1958).
[37] А.И. Ахиезер, И.А. Ахиезер, Р.В. Половин, А.Г. Ситенко, К.Н. Степанов. Электродинамика плазмы. Наука, М. (1974). 720 с.