

УДК 537.1

© 1990

## О ХАРАКТЕРЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ПЛОТНОСТИ ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ И ИХ ВЛИЯНИИ НА МОДУЛИ УПРУГОСТИ В ЩЕЛОЧНОЗЕМЕЛЬНЫХ МЕТАЛЛАХ

*M. I. Кацнельсон, Г. В. Песчанских, А. В. Трефилов*

Проведены расчеты зонной структуры и групповой скорости в ГЦК и ОЦК Ca, Sr и Ba. Определены положения особенностей ван Хова (OBX) в зоне Бриллюэна и исследовано их изменение с давлением. Показано, что, несмотря на отсутствие «двумерных» мотивов в кристаллической структуре, часть OBX в Ca и Sr происходит от линий почти постоянной энергии, лежащих на границе зоны Бриллюэна, и является двумерной по своему характеру. На основе выполненных псевдопотенциальных расчетов решеточных свойств показано, что эффекты близости OBX к поверхности Ферми имеют решающее значение для стабилизации кристаллической структуры Ca. Обсуждается взаимосвязь стабильности ГЦК-фазы Ca и Sr и ОЦК-фазы Ba с особенностями их электронной структуры. Исследовано проявление OBX в зонных вкладах в модули упругости щелочноземельных металлов.

Особенности плотности электронных состояний  $N(E)$  вблизи уровня Ферми  $E_F$  определяют аномалии электронных и решеточных свойств многих металлов и сплавов [1-7] (под особенностями здесь понимаются как сингулярности  $N(E)$  в строгом смысле, т. е. особенности ван Хова (OBX), так и резкие немонотонности  $N(E)$ , например узкие пики). Поэтому понимание характера особенностей  $N(E)$ , а также степени их изменения при изменении внешних параметров (температура, давление, концентрация примесей и т. д.) важно как при интерпретации уже имеющихся экспериментальных данных, так и для целенаправленного изменения свойств металлов и сплавов. Строгая теория зонной структуры в трехмерной кристаллической решетке дает OBX вида  $\delta N(E) \simeq (\pm \eta)^{1/2} \Theta(\pm \eta)$ ,  $\eta = E - E_c$ , где  $\Theta(X) = 1$  при  $X > 0$  и  $\Theta(X) = 0$  при  $x < 0$ ,  $E_c$  — точка OBX. Выход таких OBX на  $E_F$  ( $\eta \rightarrow 0$ ) соответствует электронному топологическому переходу (ЭТП) 2<sup>1/2</sup> рода [1-5]. Однако, как правило, даже для чистых металлов типичной особенностью  $N(E)$  является не столько OBX, сколько пик  $N(E)$  [6, 8, 9]; следовательно, реальный характер особенностей физических свойств при ЭТП может быть гораздо более резким, чем это следует из анализа в модели почти свободных электронов [2, 3]. Наличие узких пиков  $N(E)$  сравнительно легко понять для систем с сильной локализацией электронов в реальном пространстве (например,  $f$ -систем) или для систем с квазидномерными или квазидвумерными структурными мотивами (например, соединения со структурой A-15, слоистые соединения). В последних естественно появление «одномерных» или «двумерных» OBX ( $\delta N(E) \simeq |\eta|^{-1/2}$ ,  $\ln |\eta|$  соответственно). В настоящей работе показано на примере Ca и Sr, что усиление характера OBX может иметь место (и реально имеет) даже для кубических металлов с достаточно широкой зоной проводимости.

Как показывают зонные расчеты (см., например, [8-11]), в ГЦК-фазе этих металлов  $E_F$  лежит вблизи узких пиков  $N(E)$ . Рассмотрим вопрос о происхождении этих пиков и их взаимосвязи с OBX.

Для определения положений ОВХ в зоне Бриллюэна (ЗБ) ГЦК-структур Ca и Sr был выполнен расчет электронного энергетического спектра  $E_z(k)$ , групповой скорости  $\mathbf{V}_z(k) = \nabla_k E(k)$  (ОВХ соответствуют точкам  $|\mathbf{V}(k)|=0$ ) и  $N(E)$  этих металлов методом линеаризованных muffin-tin орбиталей (LMTO) в приближении атомных сфер (ASA) [12-14]. Использовались следующие значения объемов на атом  $\Omega_0$ :  $\Omega_0^{\text{Ca}}=293.12$ ,  $\Omega_0^{\text{Sr}}=379.18$  а. е. Обменно-корреляционный потенциал брался в форме Барта-Хедина [15], а волновые функции электронов рассчитывались полурелятивистски [13] (без учета спин-орбитального взаимодействия). Для оценки роли спин-орбитальных эффектов был проведен полный релятивистский расчет  $N(E)$ . Оказалось, что даже в Ba, где спин-орбитальные эффекты максимальны, отличие в  $N(E)$ , рассчитанных полурелятивистским и полностью релятивистским методом, составляет не более 3 %. Использовалось двухцентровое приближение метода LMTO ASA [14]. Процесс самосогласования велся по 110 точкам неприводимой части ЗБ ОЦК- и ГЦК-решетки. Согласование считалось достигнутым при относительном отличии исходного потенциала от полученного не более чем на  $10^{-5}$  Рид, что позволяет нам говорить о вычислении спектра с точностью до  $10^{-3}$  Рид, а  $N(E)$  (при 110 точках в неприводимой части ЗБ) — с точностью порядка  $10^{-2}$  1/Рид. Групповые скорости  $\mathbf{V}(k)$  находились численным дифференцированием по трехточечной схеме. Эмпирически наилучшим для этого оказался шаг  $|\Delta k|=0.01 \cdot 2\pi/a$ ; это обеспечило точность вычисления групповой скорости  $10^{-2}$  Рид· $a/2\pi$ . Поэтому точка считалась особой, если  $|\mathbf{V}(k)| \leq 10^{-2}$ .

Результаты зонных расчетов представлены на рис. 1, 2. Наиболее существенным обстоятельством является наличие целых линий с малыми  $|\mathbf{V}(k)|$  вблизи  $E_F$  на гранях ЗБ в направлениях  $X-U$ ,  $U-L$ ,  $L-K$ ,  $X-W$ ,  $K-W$ . Наличие таких линий, приводящее к гигантскому усилению ОВХ в  $N(E)$  (рис. 1, 2), обусловлено двумя обстоятельствами: 1) близостью  $E_z(k)$  в крайних точках линий и 2) малостью поперечной скорости  $\mathbf{V}_\perp \equiv \mathbf{V}_{\perp z}(k) = (\mathbf{n} \times \mathbf{V})$  ( $\mathbf{n}$  — вектор касательной к линии) вдоль линии. Для линий, являющихся пересечением двух плоскостей симметрии,  $|\mathbf{V}_\perp|=0$ ; такова ситуация, например, для линии  $P-N$  в ОЦК-структуре, с которой связаны гигантские ОВХ в Li ( $E_c \gg E_F$ ), V ( $E_c > E_F$ ), немагнитном Fe ( $E_c \approx E_F$ ) и т. п. [5]. Однако в ГЦК Ca и Sr, как видно из рис. 1, 2, ни в одном из указанных выше направлений  $\mathbf{V}_\perp$  не обращается в нуль тождественно в силу симметрии (как для  $P-N$  в ОЦК). Такое обилие линий с  $\mathbf{V}_\perp \neq 0$  на границе ЗБ связано с тем, что ЗБ ГЦК кристалла, как известно, относительно хорошо аппроксимируется сферой, которая для двухвалентных металлов в приближении свободных электронов почти совпадает со сферой Ферми, т. е. энергия в нулевом приближении постоянна на всей границе ЗБ.

Для понимания причин качественного изменения характера особенностей рассмотрим модель  $E(k)$  вида

$$E(k) = E_1(k_1) + \frac{k_2^2}{2m_2(k_1)} + \frac{k_3^2}{2m_3(k_1)}, \quad (1)$$

$$E_1(k_1) = E_a + \gamma \xi(k_1).$$

$k_a \ll k_1 \ll k_B$ ,  $\gamma = E_B - E_a$ ,  $|\gamma| \ll W$  ( $W$  — ширина зоны). Эта модель описывает линию  $k_2 = k_3 = 0$  с  $\mathbf{V}_\perp(k)=0$  и близкими по энергии ОВХ с  $E_c = E_a$ ,  $E_c = E_B$ . Тогда сингулярный вклад в  $N(E)$  в такой модели будет иметь вид

$$\delta N(E) \simeq \begin{cases} \frac{\pi \Omega_0}{(2\pi)^3} \int\limits_{k_a}^{k_B} dk_1 \bar{m}(k_1) \Theta[(E - E_1(k_1)) \operatorname{sign} m_2(k_1)], & m_2 m_3 > 0, \\ -\frac{\pi \Omega_0}{(2\pi)^3} \int\limits_{k_a}^{k_B} dk_1 \bar{m}(k_1) \ln |E - E_1(k_1)|, & m_2 m_3 < 0, \end{cases} \quad (2)$$

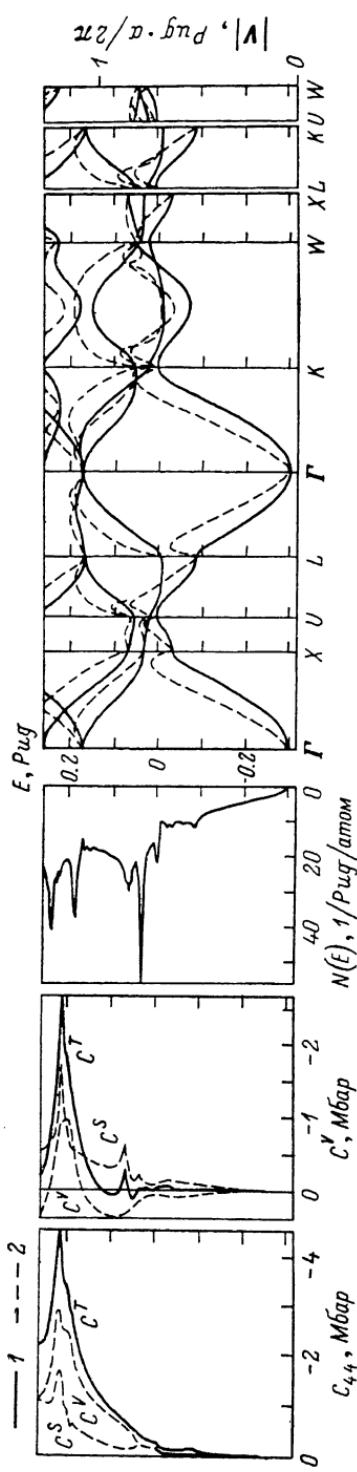


Рис. 1. Результаты расчетов для ГЦК Са при равновесном объеме.

1 — энергетический спектр  $E(\mathbf{k})$  (в Рид.) 2 —  $E(\mathbf{k}) + \mathbf{v}(\mathbf{k})$ , где  $\mathbf{v}(\mathbf{k})$  — групповая скорость в  $\text{Рид.}\cdot\text{a}/2\pi$ . Особенности ван Хова  $\mathbf{v}(\mathbf{k}) = 0$  соответствует слияние этих линий. Плотность состояний дана в  $1/\text{Рид.}/\text{атом}$ , электронные вклады в модули  $C_{ik}$  — в Мбар ( $C_i^T$  — полный,  $C_i^S$  — поверхностный,  $C_i^V$  — объемный).

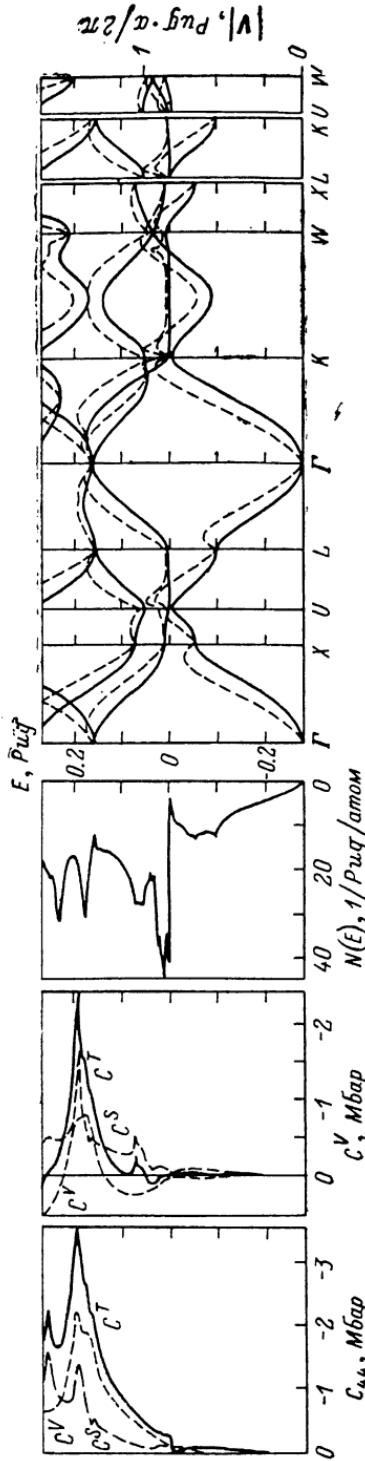


Рис. 2. Результаты расчетов для ГЦК Sr при равновесном объеме.

где  $\bar{m}(k) = \sqrt{|m_2(k_1)m_3(k_1)|}$ ,  $\Omega_0$  — объем элементарной ячейки. Как следует из (2), при  $\gamma \rightarrow 0$  ОВХ в трехмерной решетке приобретает характер, типичный для двумерного. При наличии большого количества линий равной энергии (как для ГЦК Sr) характер особенностей может быть даже квазидономерным. Так, если

$$E(\mathbf{k}) = E_1(k_1, k_2) + \frac{k_3^2}{2m_3(k_1, k_2)}, \quad E_1(k_1, k_2) = E_c + \tilde{\gamma}(k_1, k_2) \quad (3)$$

на части некоторой плоскости  $S$ , то при  $E \rightarrow E_c$  ( $|\tilde{\gamma}| \ll W$ ) имеем

$$\delta N_s(E) \simeq \frac{\Omega_0}{(2\pi)^3} \iint_S dk_1 dk_2 \sqrt{\frac{m_3(k_1, k_2)}{2}} [E - E_1(k_1, k_2)]^{-1/2} \Theta[E - E_1(k_1, k_2)], \quad (4)$$

где для определенности  $m_3 > 0$ .

В обычной теории ЭТП предполагается, что под влиянием изменения внешних параметров (температура, давление, легирование и т. д.) меняется  $\eta_F = E_F - E_c$  [1-4]. В рассматриваемой нами ситуации «гигантских» ОВХ существенно также изменение  $\gamma$  или  $\tilde{\gamma}$ , т. е. степени «раздвижки» или «сближения» трехмерных ОВХ. При этом изменяется сам вид пика  $N(E)$  и характер изменений наблюдаемых величин будет существенно иным, чем в модели почти свободных электронов [1-3, 5]. Такое изменение  $N(E)$  продемонстрировано на рис. 1, 2. Изменение расстояний от  $E_F$  до ОВХ при изменении объема приведено в табл. 1. Из табл. 1, в частности, следует, что, согласно выполненным расчетам для ГЦК Ca, имеются дырочные состояния вблизи точки  $K$  ( $E_K - E_F = 5$  мРид) в соответствии с экспериментом [6] и расчетами [10, 11]. Отметим, однако, что в отличие от расчета [10], выполненного в рамках LMTO-метода, в наших расчетах в рамках аналогичной методики подгонка потенциала для правильного описания состояний вблизи точки  $K$  не потребовалась.

Таблица 1  
Изменение ОВХ в Ca ГЦК со сжатием

$E_c - E_F$ , Рид	$(V_0 - V)/V_0$					
	0 %	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %
G1	-0.301	-0.321	-0.340	-0.360	-0.363	-0.370
G2	0.171	0.156	0.184	0.201	0.216	0.241
X1	-0.035	-0.055	-0.060	-0.075	-0.087	-0.112
X2	0.032	0.009	0.009	-0.003	-0.016	-0.040
X3	0.068	0.078	0.097	0.126	0.187	0.271
U1, K1	0.005	-0.009	-0.008	-0.012	-0.011	-0.021
U2, K2	0.024	0.007	0.010	0.004	0.005	0.006
U3, K3	0.055	0.054	0.068	0.084	0.119	0.168
L1	-0.086	-0.101	-0.105	-0.116	-0.118	-0.130
L2	-0.010	-0.007	0.003	0.021	0.071	0.140
W1	0.024	0.008	0.010	0.005	-0.011	0.003
W2	0.043	0.033	0.042	0.047	0.005	0.086
G-K2	0.053	0.046	0.057	0.064	0.081	0.099
G-K3	0.184	0.170	0.201	0.222	0.242	0.276
G-K4	0.223	0.211	0.251	0.281	0.309	0.368
G-X1	—	—	—	—	—	-0.110
G-X3	—	—	—	—	0.177	0.233
X-U2	—	—	0.012	—	—	—
K-W2	-0.010	-0.009	—	—	—	—

Мы видим, что при переходе от Ca к Sr ОВХ в  $N(E)$  усиливаются и приближаются к  $E_F$ . Чтобы проследить эти тенденции дальше, был выполнен аналогичный расчет для гипотетического ГЦК Ba (с постоянной решеткой, соответствующей экспериментальному объему ОЦК Ba на атом,  $\Omega_{Ba} = 426.85$  а. е.). Из расчетов (рис. 3) видно, что в ГЦК Ba нет таких за-

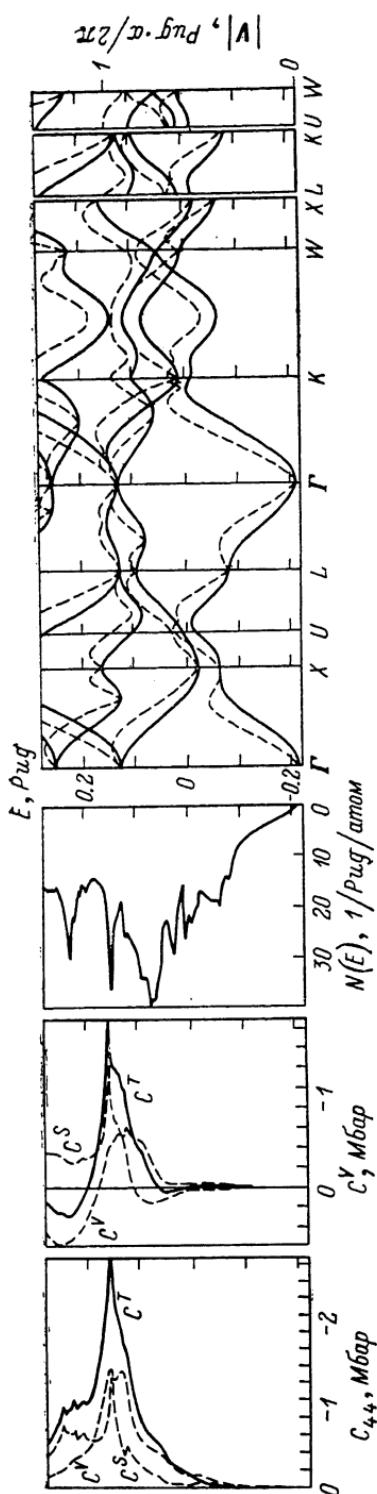


Рис. 3. Результаты расчетов для ГЦК Ba при равновесном объеме.

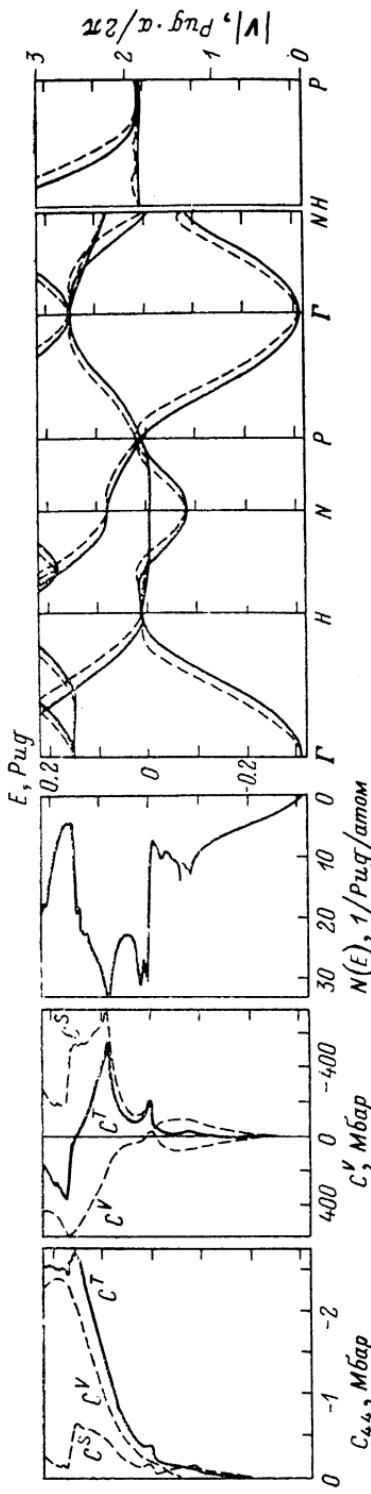


Рис. 4. Результаты расчетов для ОЦК Ca при равновесном объеме.

метных уплотнений кривых  $E_n(k)$ , как в Sr, но зато ОВХ в точке (0.4, 0.4, 0.0) попадает прямо на  $E_F$ .

При давлении  $P=0$  Ва, как известно, имеет ОЦК-структуру, а Ca и Sr испытывают переходы в ОЦК-фазу при повышении температуры (переход в ГПУ-фазу, о котором сообщается в некоторых работах, по-видимому, связан с примесями водорода [16]). Поэтому были выполнены расчеты  $E_n(k)$ ,  $V_n(k)$  и  $N(E)$  для щелочноземельных металлов в ОЦК-фазе (при условии равенства объемов в ОЦК- и ГЦК-фазах). Результаты расчетов представлены на рис. 4—6. Видно, что в ОЦК Ca почти на  $E_F$  имеется гигантская ОВХ, образованная частями линий  $P-N$  и  $N-H$ , которые удовлетворяют условию  $V_{n\perp}(k)=0$ . Таким образом, приведенные примеры подтверждают наличие «квазидвумерных» ОВХ вблизи  $E_F$  как в ГЦК (Sr), так и в ОЦК (Ca) металлах.

Такие ОВХ ( $E_c$ ) в  $N(E)$  в непосредственной окрестности  $E_F$  должны приводить к аномальным по  $\eta$  вкладам, например, в модули упругости  $C_{ik}$  и тепловое расширение [3].

Как следует из расчетов [10, 11], а также из представленных в настоящей работе, поведение  $E_n(k)$  при  $E < E_F$  в ГЦК Ca и Sr в общем мало отличается от модели свободных электронов, а энергетические щели на границах ЗБ малы. Поэтому можно ожидать, что решеточные свойства ГЦК Ca и Sr должны неплохо описываться приближением почти свободных электронов с использованием теории возмущений (ТВ) по псевдопотенциальному  $V(g)/E_F$  ( $g$  — векторы обратной решетки) [3]. Расчет  $C_{ik}$  был проведен с использованием псевдопотенциала типа Анималу—Хейне

$$V(g) = -\frac{4\pi Z}{g^2 \Omega_0} \left[ (1+U) \cos(gr_0) - U \frac{\sin(gr_0)}{(gr_0)} \right] \exp \left[ -0.03 \frac{g}{k_{F_0}} \right]^+ \quad (5)$$

( $Z=2$  — валентность,  $k_{F_0}$  — импульс Ферми при  $P=T=0$ , использованы атомные единицы  $|e|=\hbar=m=1$  и экранировки Гельдтарта—Тейлора [17]. Такая модель в рамках ТВ прецизионно описывает решеточные свойства щелочных металлов [18]. В отличие от [18] в расчете учитывались сингулярные вклады в энергию от эффекта близости поверхности Ферми и грани ЗБ в точках  $X$  и  $L$  [3], т. е. исходное выражение для энергии металла имеет вид

$$E = E_1 + E_0 + E_1 + E_2 + E_s, \quad (6)$$

где  $E_1$  — энергия Маделунга для точечных зарядов,  $E_0$  — энергия электронного газа в приближении [19].

$$E_1 = \frac{bZ}{\Omega_0}, \quad b = \frac{2\pi r_0^3}{3} [3 + 2U], \quad (7)$$

$$E_2 = -\frac{1}{2} \sum_g |V(g)|^2 \frac{\Pi(g)}{\epsilon(g)}, \quad \epsilon(g) = 1 + \frac{4\pi}{g^2} \Pi(g). \quad (8)$$

$$E_s = E_s(g_X) + E_s(g_L) \quad (9)$$

— вклады первого и второго порядка ТВ,  $\Pi(g)$  — поляризационный оператор электронного газа в приближении [17] с учетом корреляционных вкладов согласно [19],

$$E_s(g) = b F_c \left( \frac{a_g}{v_g} \right) g^2 v_g^3,$$

$$F_c(X) = \left\{ X \ln [(X^2 - 1)^{1/2} + |X|] - \frac{1}{3} (2 + X^2) (X^2 - 1)^{1/2} \operatorname{sign}(X) \right\} \Theta(X^2 - 1) +$$

$$+ \frac{1}{2} X + \frac{1}{3} X^3 - X \ln (2|X|),$$

$$a_g = \frac{g^2 - 4k_F^2}{g^2}, \quad v_g = \frac{8|V_g|}{g^2}, \quad (10)$$

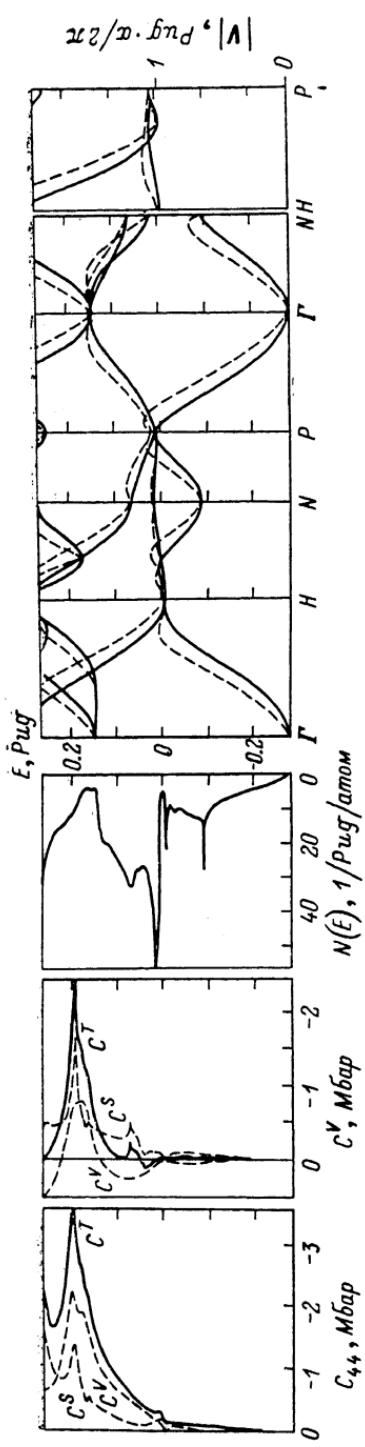


Рис. 5. Результаты расчетов для ОЦК Sr при равновесном объеме.

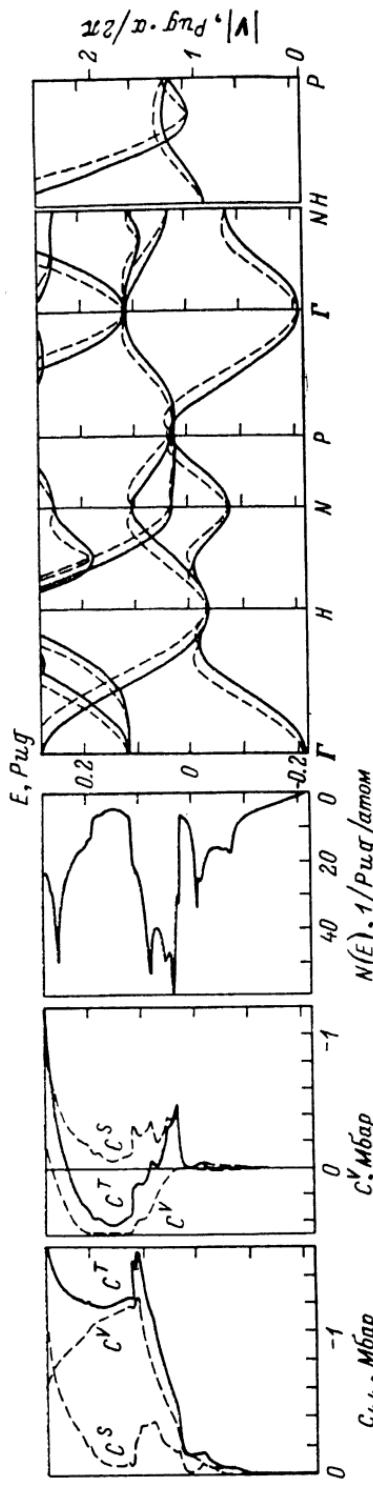


Рис. 6. Результаты расчетов для ОЦК Ba при равновесном объеме.

Таблица 2  
Решеточные свойства Ca в псевдопотенциальной теории

$E$ , Рид	$P$	$B_{ss}$	$B_{tt}$	$\frac{B_{ct}}{B_{Дан}}$	κБар		$\kappa$	$\gamma_0^{\text{ст}}$	$\gamma_0^{\text{дип}}$
					$\Omega \frac{\partial B_{ss}}{\partial \Omega}$	$\Omega \frac{\partial B_{tt}}{\partial \Omega}$			
$E_0$	-0.2856	33.86	0.0	0.0	95.33	$E_0$	0.0	-209.28	-
$E_1$	0.5915	301.24	0.0	0.0	98.10	$E_1$	0.0	-213.00	-
$E_2$	-0.0291	-38.22	-38.05	-7.99	602.47	$E_2$	196.24	-1204.94	-
$E_1$	-1.7477	-296.66	20.53	184.08	602.47	$E_1$	-27.37	-1204.94	-
$\sum_j E_j$	-1.4709	0.21	-17.52	176.09	109.19	$\sum_j E_j$	170.87	-48.29	-
$E_{\mathbf{g}_1}$	$8.369 \cdot 10^{-6}$	$4.193 \cdot 10^{-2}$	$6.493 \cdot 10^{-1}$	$6.908 \cdot 10^{-1}$	$227.02 \cdot 10^{-1}$	$\sum_j E_{\mathbf{g}_n}$	-199.89	-21.08	-
$E_{\mathbf{g}_2}$	$-4.824 \cdot 10^{-4}$	$-2.491 \cdot 10^{-1}$	55.38	6.8961	$3.268 \cdot 10^{-1}$	$E_{\text{теор.}}$	-29.02	-245.44	-
$\sum_{\mathbf{g}_n} E_{\mathbf{g}_n}$	$-1.744 \cdot 10^{-4}$	$-2.072 \cdot 10^{-1}$	56.02	7.5870	$-2.949 \cdot 10^{-1}$	$E_{\text{эксп.}}$	-546.68	527.41	-
Теор.	-1.4711	0.19	38.40	183.68	-	173.07	-	-838.50	-
Эксп.	-1.457	-	48	167	$227.02 \cdot 10^{-1}$	1	$1 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$	0.29300	0.077240
					$214 \cdot 10^{-1}$	2	$2 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$	-0.03028	0.088248

Значения взято из [2],  $B_{\text{Бар}}$  — из [2],  $\gamma_0^{\text{степ}} = \text{из } [2]$ .

3.7943  
-0.3434

$b = 3/16$  [3]. Параметры псевдопотенциала определялись из условия  $\Theta_D = \Theta_D^{\text{эксп}}$ , где  $\Theta_D$  — температура Дебая,  $\Theta_D^{\text{эксп}}$  — ее экспериментальное значение. Такая процедура подгонки для щелочных металлов использовалась в [20].

Оказалось, что такая модель дает достаточно хорошее описание свойств ГЦК Ca (табл. 2); при этом величины энергетических щелей  $\Delta_L = -2 |V(g_L)|$  и  $\Delta_x = 2 |V(g_x)|$  из (5) находятся в хорошем согласии с результатами зонных расчетов. Без учета вкладов  $E_s(E)$  в (6) модуль сдвига  $B_{33}$  (при подгонке по  $B_{44}$ ) оказывается отрицательным, что свидетельствует о неустойчивости системы, стабилизирующейся, как следует из табл. 2, зонными вкладами.

Таким образом, Ca является примером металла, кристаллическая структура которого стабилизируется близостью к ЭТП, т. е. с учетом эффектов близости  $E_F$  к грани ЗБ с  $g=g_L$  и  $g=g_x$ . В противоположность Ca описать Sr в рамках подобной схемы не удается; подгонка по условию  $B_{44} = B_{44}^{\text{эксп}}$  неизбежно приводит к  $B_{33} < 0$ . Для ОЦК Sr можно подобрать параметры псевдопотенциала, удовлетворительно описывающие его свойства в рамках ТВ (без учета  $E_s$ ) [24]. Из результатов наших расчетов для ГЦК Sr видно, что в противоположность Ca описать его свойства в рамках модели (6) не удается, причем сами по себе сингулярные вклады больше, чем в Ca. Причина этого состоит в том, что, как следует из наших результатов, в Sr имеет место «слияние» OBХ и тем самым усиление характера особенностей; при этом сингулярные вклады в  $N(E)$ , а следовательно, и в решеточные свойства не описываются моделью (3). В Ca OBХ «разнесены» по энергии, в силу чего их вклады могут быть учтены аддитивно.

Зонные вклады в модули упругости  $C_{ik}$  могут быть вычислены непосредственно из  $E_s(k)$ . Хотя трудно ожидать от такого расчета в рамках метода LMTO ASA высокой количественной точности, качественное обсуждение характера особенностей в  $C_{ik}$  представляется достаточно полезным.

Аналогично [26] мы разложили зонные вклады в модули сдвига  $C_{ik}(E)$  на объемный  $C_{ik}^v(E)$ , поверхностный  $C_{ik}^s(E)$  и «фермиевский»  $C_{ik}^F(E)$  члены

$$C_{ik}(E_F) = \frac{\partial^2}{\partial \gamma_{ik}^2} \frac{3}{4} \sum_n \int E_n(k) \Theta [E_n(k) - E_F] dk = \frac{3}{4} \sum_n \int \frac{\partial^2 E_n}{\partial \gamma_{ik}^2} \Theta [E_n(k) - E_F] dk - \frac{3}{4} \sum_n \int \left( \frac{\partial E_n}{\partial \gamma_{ik}} \right)^2 \delta [E_n(k) - E_F] dk + \frac{3}{4} \left[ \sum_n \int \frac{\partial E_n}{\partial \gamma_{ik}} \delta [E_n(k) - E_F] dk \right]^2 = C_{ik}^v(E_F) + C_{ik}^s(E_F) + C_{ik}^F(E_F), \quad (11)$$

где при выводе  $C_{ik}^F$  использовано сохранение числа электронов  $n = \sum \int \Theta [E_n(k) - E_F] dk$ . Член, учитывающий сдвиг уровня Ферми при искажении,  $C_{ik}^F(E)$  в кубических кристаллах равен нулю и в прежних работах [26] им пренебрегали. Мы его сохранили для оценки точности численных вычислений.

На основе самосогласованного потенциала вычислялся спектр в 244 точках неприводимой части ЗБ ОЦТ-решетки и в 288 точках тригональной решетки при пяти значениях  $c/a$  (матрицы искажения взяты из [26, 27]) и численно находились значения производных  $\partial E_n(k)/\partial \gamma_{ik}$  и  $\partial^2 E_n(k)/\partial \gamma_{ik}^2$  ( $\gamma_{ik}$  — отклонение  $c/a$  от значений, соответствующих ОЦК- и ГЦК-структур). Чтобы не возникло ошибок при вычислении производных из-за снятия вырождения  $E_n$  при искажении, мы выбирали  $k$ -точки вне высокосимметричных направлений и плоскостей. Если же вырождение или «перепутывание» зон при искажениях все-таки возникали, то в качестве критерия выбора ветвей спектра мы использовали критерий непрерывности волновых функций при малых искажениях решетки. Эмпирически наилучший шаг для численного дифференцирования 0.01  $c/a$ . Для контроля точности мы вычисляли плотность состояний  $N(E)$  для ОЦТ и тригональной струк-

туры; с точностью до 1 % она совпада с  $N(E)$  для ОЦК- и ГЦК-решеток. По нашим оценкам, точность вычисления зонного вклада в модули упругости  $C_{ik}$  равна 1 кБар.

Результаты расчетов представлены на рис. 1—6. Видно, что энергетическая зависимость  $C_{ik}(E)$  грубо повторяет  $N(E)$ . Тогда, если ОВХ усиливаются по сравнению со «стандартным» случаем  $\delta N(E) \approx (E - E_c)^{1/2}$ , то и в  $C_{ik}(E)$  можно ожидать более сильных аномалий, чем это предсказывает модель почти свободных электронов [3]. Аналогично усиление особенностей должно иметь место и в коэффициентах теплового расширения,  $\alpha_T$ . Экспериментально аномалии  $\alpha_T$  в Ca, Sr и Ba были обнаружены в [25].

Таким образом, на примере щелочноземельных металлов в настоящей работе показано, что даже в кубических металлах характер ОВХ в  $N(E)$  может быть квазидвумерным или даже квазиодномерным, то же усиление ОВХ может проявляться в наблюдаемых свойствах, например в модулях упругости.

Авторы благодарят А. И. Лихтенштейна за полезное обсуждение.

### Список литературы

- [1] Каганов М. И., Либшиц И. М. // УФН. 1979. Т. 129. № 3. С. 487—529.
- [2] Вакс Б. Г., Трефилов А. В., Фомичев С. В. // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. № 4. С. 1613—1621.
- [3] Vaks V. G., Trefilov A. V. // J. Phys. F. 1988. V. 18. N 2. P. 213—235.
- [4] Антропов В. П., Вакс Б. Г., Кацнельсон М. И., Корешков В. Г., Лихтенштейн А. И., Трефилов А. В. // УФН. 1988. Т. 154. № 3. С. 525—528.
- [5] Katsnelson M. I., Trefilov A. V. // Z. Phys. B. 1989. V. 74. N 5. P. 2111—2123.
- [6] Кацнельсон М. И., Трефилов А. В. // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 42. № 10. С. 393—395; УФН. 1988. Т. 154. № 3. С. 523—525.
- [7] Анисимов В. И., Кацнельсон М. И., Лихтенштейн А. И., Трефилов А. В. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 45. № 6. С. 285—288.
- [8] Moruzzi V. L., Janak J. F., Williams A. R. Calculated electronic properties of metals. N. Y., 1978. 188 p.
- [9] Papaconstantopoulos D. A. Handbook of bandstructure of elemental solids. N. Y., 1986. 169 p.
- [10] Jan J. P., Skriver H. L. // J. Phys. F. 1981. V. 11. N 4. P. 805—820.
- [11] Blaha P., Calloway J. // Phys. Rev. B. 1985. V. 32. N 12. P. 7664—7671.
- [12] Skriver H. L. The LMTO method. N. Y., 1984. 281 p.
- [13] Anderson O. K. // Phys. Rev. B. 1975. V. 12. N 8. P. 3060—3083.
- [14] Gunnarsson O., Jensen C., Andersen O. K. // Phys. Rev. B. 1983. V. 27. N 12. P. 7144—7168.
- [15] Barth V., Hedin L. // J. Phys. C. 1972. V. 5. N 13. P. 1629—1642.
- [16] Cook J. G. // J. Less-Comm. Metals. 1978. V. 57. N 1. P. 53—62.
- [17] Geldart P. J. W., Taylor R. // Can. J. Phys. 1970. V. 48. N 2. P. 155—167.
- [18] Вакс Б. Г. Трефилов А. В. // ФТТ. 1977. Т. 19. N 1. С. 244—258.
- [19] Perdew J. P., Zunger A. // Phys. Rev. B. V. 23. N 10. P. 5048—5079.
- [20] Кацнельсон М. И., Трефилов А. В. // ФТТ. 1988. Т. 30. N 11. С. 3299—3310.
- [21] Agarwal K. L., Betterton J. O. // J. Low Temp. Phys. 1974. V. 17. N 5/6. P. 509—513.
- [22] Stassis C., Zaretsky J., Misemer D. K., Skriver H. L., Harmen B. N., Niclow R. H. // Phys. Rev. B. 1983. V. 27. N 6. P. 3303—3307.
- [23] Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. М., 1963. 696 с.
- [24] Vaks V. G., Somolyuk G. D., Trefilov A. V. // Phys. Lett. A. 1988. V. 127. N 1. P. 37—42.
- [25] White G. K. // J. Phys. F. 1972. V. 2. N 5. P. 865—872.
- [26] Ohta Y., Shimizu H. // J. Phys. F. 1983. V. 13. N 4. P. 761—777.
- [27] Christensen N. E. // Sol. St. Comm. 1984. V. 49. N 7. P. 701—705.

Институт физики металлов УрО АН СССР

Свердловск

Институт атомной энергии им. И. В. Курчатова

Москва

Поступило в Редакцию  
11 августа 1989 г.