

УДК 538.221

© 1990

## К ТЕОРИИ КОЭРЦИТИВНОЙ СИЛЫ «БЕЗДЕФЕКТНЫХ» МАГНЕТИКОВ

Б. А. Иванов, С. Н. Ляхимец

Рассмотрен новый механизм коэрцитивной силы в магнетиках с редкоземельными ионами. Традиционные механизмы коэрцитивности, связанные с преодолением доменными границами (ДГ) потенциальных барьеров, созданных макроскопическими дефектами, сравнимыми по размерам с шириной ДГ, в бездефектных магнетиках с равномерно распределенными редкоземельными примесями с достаточно высокой концентрацией не годятся. Предлагаемый механизм связан с тем, что движение ДГ в таком магнетике сопровождается излучением низкочастотных изгибных волн ДГ, приводящими к диссипации и эффекту сухого трения, когда сила торможения ДГ  $F(v)$  ( $v$  — скорость ДГ) при  $v \rightarrow 0$  конечна  $F(v) \rightarrow F_c$ . Расчет проведен для случая феррит-граната и двух предельных моделей редкоземельного иона с квазигейзенберговским и изинговским обменным взаимодействием с железной подрешеткой, охватывающих разные типы редкоземельных ионов. Получены оценки для коэрцитивной силы  $H_c \sim 0.1 \div 1$  Э. Рассчитана зависимость  $H_c$  от приложенного в плоскости ДГ поперечного поля; проведено сравнение с экспериментом, показывающее хорошее соответствие.

1. Коэрцитивная сила — один из важнейших параметров магнитного материала. Традиционно коэрцитивную силу связывают с пиннингом доменных границ (ДГ) на макроскопических дефектах (немагнитных включениях, порах, межкристаллитных границах и т. д.; см. [1]). Однако в современных материалах типа феррит-гранатовых (ФГ) пленок, которые практически не содержат макроскопических дефектов, тоже наблюдаются достаточно большие значения коэрцитивной силы  $H_c$  (до нескольких эрстед), происхождение которой неясно; см. обзор [2]. Авторы работ [3-7] связывают коэрцитивность ФГ с существованием «микродефектов», которые невозможно зарегистрировать традиционными методами, однако вопрос о том, как дефекты с размером, много меньшим размера ДГ, могут приводить к коэрцитивности, авторами [3-7] не обсуждался. В последних работах [6, 7], содержащих данные прецизионных измерений смещений отдельных малых ( $< 5$  мкм) участков ДГ, обсуждалась главным образом роль только скоплений микродефектов, которые по существу можно рассматривать как обычные макродефекты.

Мы рассмотрим новый механизм появления коэрцитивной силы как особой части силы динамического торможения, действующей на ДГ за счет взаимодействия с магнонами [8-10], значение которой остается, однако, конечным при  $v \rightarrow 0$  ( $v$  — скорость ДГ). Этот механизм коэрцитивности проявляется при столь угодно малых пространственных масштабах неоднородностей. Анализ показал, что учет хаотически расположенных магнитных редкоземельных ионов (РЗИ), всегда присутствующих в пленках ФГ, способен дать разумные значения коэрцитивной силы  $H_c$ .

2. Редкоземельные ФГ можно рассматривать как магнетик, получающийся из железо-иттриевого граната при частичном замещении в додекаэдрических позициях иттрия на РЗИ. Будем считать, что РЗИ распределены хаотически. Концентрация РЗИ  $c_R$  в таком ФГ меньше, чем  $v_0^{-1}$ ,  $v_0$  — объем, приходящийся на одну додекаэдрическую позицию,  $v_0^{-1/3} \sim 3$  Å. Будем также считать, что  $c_R \gg x_0^{-3}$ ,  $x_0 \sim 10^{-5} \div 10^{-6}$  см — толщина ДГ. В этом случае в области ДГ всегда находится много РЗИ и

обычная ситуация с пиннингом в принципе невозможна. Указанным условиям соответствует неравенство  $10^{-5} < \tilde{z} \ll 1$ , где  $\tilde{z}$  — число РЗИ на одну формульную единицу ФГ.

Запишем гамильтониан взаимодействия РЗИ, находящегося в неэквивалентных позициях (позиции  $a$ ), с железной подрешеткой

$$\hat{H}_{\text{R}-\text{Fe}}^{(a)} = (\lambda_{\rho} M_{\rho}(\mathbf{r}_I) \hat{S}_{\rho, I}^{(a)} + \lambda_{\eta} M_{\eta}(\mathbf{r}_I) \hat{S}_{\eta, I}^{(a)} + \lambda_{\mu} M_{\mu}(\mathbf{r}_I) \hat{S}_{\mu, I}^{(a)}). \quad (1)$$

Здесь  $M$  — намагниченность железной подрешетки;  $\hat{S}_{\rho, I}^{(a)}$  — операторы спина РЗИ, находящегося в узле  $\mathbf{r}_I$ ;  $\lambda_{\rho}$  — константы обменного R—Fe взаимодействия;  $\nu = \rho, \eta, \mu$  — оси локальной системы координат, связанной с конкретной кристаллографической позицией  $a$ . В ФГ локальные оси  $\rho, \mu, \eta$  ориентированы известным образом (более подробно см. [11]) вдоль кристаллографических осей типа  $\langle 100 \rangle$  и  $\langle 110 \rangle$ . В записи (1) отражена точечная ромбическая симметрия додекаэдрической позиции РЗИ, в общем случае R—Fe взаимодействие анизотропно:  $\lambda_{\rho} \neq \lambda_{\eta} \neq \lambda_{\mu}$ .

Рассмотрим два предельных случая: слабоанизотропного РЗ-иона (квазигайзенберговского) и сильноанизотропного (квазизинговского) РЗИ. Им отвечают значения  $\lambda_{\rho} = (1 + \delta)\lambda, \lambda_{\eta} = \lambda_{\mu} = \lambda, \delta \ll 1$  (пример — ион  $\text{Gd}^{3+}$  в ФГ и  $\text{Tm}^{3+}$  в феррите-шпинели) и  $\lambda_{\rho} = \lambda, \lambda_{\eta} = \lambda_{\mu} = 0$  (примеры — крамерсовские РЗИ  $\text{Sm}^{3+}, \text{Dy}^{3+}$  и некрамерсовские ионы  $\text{Tb}^{3+}, \text{Ho}^{3+}$ ) соответственно; см. [11]. Результаты анализа этих предельных случаев можно качественно перенести на случай РЗИ с любой степенью анизотропии (например, ион  $\text{Yb}^{3+}$ , характеризующийся промежуточным типом анизотропии [11]). Интересующее нас слагаемое в силе торможения ДГ определяется взаимодействием магнонов, локализованных на движущейся ДГ, с РЗИ. Поэтому актуально выделение одномагнитонных слагаемых в гамильтониане (1).

Будем считать, что плоскость ДГ совпадает с плоскостью  $(yz)$ , скорость ДГ в параллельна оси  $x$ . Введем врачающуюся систему координат  $e_1, e_2, e_3$ , в которой  $e_3$  совпадает с равновесным направлением намагниченности  $M_0(\xi)$  в ДГ,  $e_3 = M_0/M_0$ , а  $e_1 = e_x$  и определяет нормаль к ДГ; см. подробнее [8–10]. Тогда

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = M_0 e_3(\xi) + M_1 e_1(\xi) + M_2 e_2(\xi), \quad \xi = x - vt, \quad (2)$$

$M_1$  и  $M_2$  определяют малые колебания намагниченности на фоне ДГ. Линейная по  $M_1$  и  $M_2$  часть гамильтониана (1)  $\hat{H}_{(I)}^{(a)}$  описывает интересующие нас одномагнитонные процессы. Для квазигайзенберговского и квазизинговского ионов для нее получаются выражения

$$\hat{H}_{(I)}^{(a)} = 2\lambda\delta\gamma_{\rho 3}^{(a)}\hat{S}'_3(\gamma_{\rho 1}^{(a)}M_1 + \gamma_{\rho 2}^{(a)}M_2), \quad (2a)$$

$$\hat{H}_{(I)}^{(a)} = -\lambda\hat{S}_{\rho}^{(a)}(\gamma_{\rho 1}^{(a)}M_1 + \gamma_{\rho 2}^{(a)}M_2). \quad (2b)$$

Здесь

$$\gamma_{\rho i}^{(a)} = e_{\rho}^{(a)}e_i(\xi_I), \quad i = 1, 2, 3; \quad \xi_I = r_I e_x - vt$$

и введены обозначения  $\hat{S}'_3$  и  $\hat{S}_{\rho}^{(a)}$  для операторов проекций спина РЗИ. Для изинговского иона в  $\hat{H}_{(I)}^{(a)}$  входит, естественно, только проекция спина  $\hat{S}_{\rho}^{(a)}$  на изинговскую ось. Взаимодействие гайзенберговского иона с колебаниями намагниченности железной подрешетки определяется  $\hat{S}'_3$  — оператором проекции  $\hat{S}$  на орт  $e'_3$ , параллельный равновесной ориентации спина РЗИ при заданном направлении намагниченности  $M_0 = M_0 e_3$ ;  $e'_3$  отличается от  $e_3$  в меру малости параметра анизотропии  $\delta$ .

Одномагнитонные процессы излучения, определяющие коэрцитивность в нашей модели, описываются гамильтонианом  $\hat{H}^{(a)}$ , усредненным по состояниям РЗИ. Выполняя в (2a) или (2b) это усреднение, по формулам

$$\langle \hat{S}'_3 \rangle_T = \chi \lambda M_0, \quad \langle \hat{S}_{\rho}^{(a)} \rangle_T = \chi \gamma_{\rho 3} \lambda M_0, \quad (3)$$

где  $\chi = \chi(T)$  — восприимчивость РЗИ в обмнном поле железной подрешетки, гамильтонианы  $H_{(H)}^{(a)}$  или  $H_{(I)}^{(a)}$  можно переписать в виде выражений, линейных по  $M_1$  и  $M_2$ , с коэффициентами, явно зависящими от времени в силу движения ДГ. Далее необходимо представить  $H_{(H)}^{(a)}$  или  $H_{(I)}^{(a)}$  через операторы рождения и уничтожения магнонов.

Известно (см., например, [8-10]), что спектр магнонов на фоне ДГ содержит как локализованные состояния, описывающие изгибные волны (ИВ) ДГ, так и состояния непрерывного спектра. Локализованные состояния описываются операторами  $a_x$ ,  $a_x^+$ ,  $\mathbf{x}$  — двумерный волновой вектор в плоскости ДГ,  $\mathbf{x} = x_y \mathbf{e}_y + x_z \mathbf{e}_z$ , а объемные магноны — операторами  $a_k$ ,  $a_k^+$ ,  $\mathbf{k}$  — трехмерный волновой вектор. Вклад процессов излучения объемных магнонов, обладающих ненулевой энергией активации при  $v \rightarrow 0$ , экспоненциально стремится к нулю [9], а вклад поверхностных магнонов, как мы убедимся ниже, конечен. Поэтому для анализа квазицистической силы достаточно удержать в (2a), (2б) только операторы локализованных магнонов  $a_x$ ,  $a_x^+$ .

Для  $180^\circ$  ДГ Блоха в одноосном ферромагнетике запись  $M_1$ ,  $M_2$  через  $a_x$ ,  $a_x^+$  не составляет проблемы; например, удерживая только  $a_x$  и  $a_x^+$ , легко записать

$$M_1 = i(4\pi g x_0 \operatorname{ch}(\xi/x_0))^{-1} \sum_x (\hbar\omega_x/2Sm)^{1/2} (a_x - a_x^+) \exp(i\mathbf{x}\mathbf{r}_\perp), \quad (4a)$$

$$M_2 = -(M_0/x_0 \operatorname{ch}(\xi/x_0)) \sum_x (\hbar/2Sm\omega_x)^{1/2} (a_x + a_x^+) \exp(i\mathbf{x}\mathbf{r}_\perp), \quad (4b)$$

где  $S$  — площадь ДГ,  $m$  — масса единицы площади ДГ,  $\omega_x$  — частота ИВ с вектором  $\mathbf{x}$ ,  $g$  — гиромагнитное отношение. Однако более интересным, на наш взгляд, является выход за рамки простейшей модели  $180^\circ$  ДГ. В частности, учитывая последние экспериментальные работы [12, 13], актуально исследование торможения ДГ, находящейся во внешнем магнитном поле  $H_\perp = H_\perp \mathbf{e}_y$ , перпендикулярном оси анизотропии. Как известно, при  $H_\perp$  значения намагниченности в доменах  $M_s = \pm M_0 \cos \theta_m$ , где  $\sin \theta_m = H_\perp/H_a$ ,  $H_a$  — поле анизотропии, и ДГ существует при  $H_\perp < H_a$ . Структура ДГ определяется формулой

$$\cos[\theta_0(\xi)] = \cos \theta_m \operatorname{sh}(\xi \cos \theta_m / x_0) / [\sin \theta_m + \operatorname{ch}(\xi \cos \theta_m / x_0)], \quad (5)$$

где  $x_0$  — толщина ДГ при  $H_\perp = 0$ ,  $\cos \theta_0 = e_x e_3(\xi)$ ; она существенно изменяется при изменении  $H_\perp$  от 0 до  $H_a$ . В частности, обратная ширина ДГ и ее энергия обращаются в нуль при  $H_\perp \rightarrow H_a$ . Поэтому значение силы торможения тоже должно сильно зависеть от параметра  $h$  ( $h = H_\perp/H_a$ ). Найдя эту зависимость и сравнив ее с экспериментальной, можно делать выводы об адекватности тех или иных теоретических моделей.

При  $H_\perp \neq 0$  точные волновые функции, описывающие состояния магнонов на фоне ДГ, неизвестны. Однако состояния локализованные на ДГ магнонов, описывающие ИВ ДГ и актуальных для анализа квазицистичности, легко получить с помощью следующего приема.

Запишем намагниченность  $M$  через угловые переменные  $M_s = M_0 \cos \theta$ ,  $M_x + iM_y = M_0 \sin \theta \exp(i\phi)$ . Тогда  $M_1$  и  $M_2$  принимают вид

$$M_2 = M_0 \vartheta, \quad M_1 = -\sin \theta \psi, \quad (6)$$

где  $\vartheta = \theta - \theta_0 \ll 1$ ,  $\phi = \phi - \phi_0 \ll \pi/2$ ,  $\theta_0 = \theta_0(\xi)$  (см. (5)) и  $\phi_0 = \pi/2$  описывают невозмущенную ДГ. Введем переменную  $u = u(y, z, t)$ , описывающую смещение центра ДГ из положения  $\xi = 0$  по формуле

$$\theta = \theta_0(\xi - u) + \tilde{\vartheta}(\mathbf{r}, t), \quad \phi = \phi_0 + \tilde{\psi}(\mathbf{r}, t). \quad (6a)$$

Здесь  $\tilde{\vartheta}$ ,  $\tilde{\psi}$  определяют уже только те возмущения углов  $\theta$  и  $\phi$ , которые не сводятся к смещению ДГ, что отвечает условию

$$\langle \hat{\delta}(\mathbf{r}, t) (d\theta_0/d\xi) \rangle = 0, \quad \langle \dots \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi (\dots).$$

Поскольку при  $v=0$  в ДГ значение  $\varphi_0=\text{const}$ ,  $d\varphi_0/dv=0$  и переменная  $\psi$  не содержит слагаемых с  $v$ ,  $\psi \sim (\partial u/\partial t)$ . Сравнивая (6) и (6а), получаем, что  $M_2=M_0 ((d\theta_0/d\xi)u + \hat{\delta})$ , а  $M_1 \sim (\partial u/\partial t)$ .

Для переменной  $u$  в бездиссипативном приближении легко получить уравнение

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \sigma \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right),$$

где  $m$ ,  $\sigma$  — эффективная масса и энергия единицы площади ДГ, зависящие теперь от  $H_\perp$ . Оно описывает ИВ ДГ с линейным законом дисперсии [14]

$$u = u_0 \exp [i((\mathbf{x}_y y + \mathbf{x}_z z) - \omega_x t)], \quad \omega_x = c |\mathbf{x}|, \quad c = (\sigma/m)^{1/2}. \quad (7)$$

Динамика переменной  $u$  может быть описана в рамках стандартного лагранжева формализма, что позволяет произвести квантование поля  $u$ . Это дает возможность выразить величины  $u$  и  $\partial u/\partial t$  через операторы рождения и уничтожения квантов изгибной волны  $a_x$ ,  $a_x^+$

$$u = \sum_{\mathbf{x}} (\hbar/2m\omega_x S)^{1/2} (a_x^+ + a_{-x}) \exp (i\mathbf{x}\mathbf{r}_\perp),$$

$$\partial u/\partial t = i \sum_{\mathbf{x}} (\hbar\omega_x/2mS)^{1/2} (a_x^+ - a_{-x}) \exp (i\mathbf{x}\mathbf{r}_\perp). \quad (8)$$

Сравнивая (6), (6а) и используя (8), легко выделить в выражениях для  $M_2$  вклад операторов рождения и уничтожения квантов ИВ ДГ, т. е. магнонов нижней (локализованной на ДГ) ветви

$$M_2 = -M_0 (d\theta_0/d\xi) \sum_{\mathbf{x}} (\hbar/2m\omega_x S)^{1/2} (a_x^+ + a_{-x}) \exp (i\mathbf{x}\mathbf{r}_\perp) + M_0 \hat{\delta}. \quad (9)$$

Оператор  $M_1$  в силу соотношения  $\psi \sim \partial u/\partial t$  содержит, как и для  $180^\circ$  ДГ ( $H_\perp=0$ ; см. (4а)), в сумме по  $\mathbf{x}$  дополнительный к (9) малый множитель  $\omega_x$  и неактуален. Учитывая все эти соображения, можно записать гамильтониан взаимодействия РЗИ с низкочастотными ИВ ДГ в исключомом виде

$$\hat{H}_1 = \frac{1}{L_x S^{1/2}} \sum_a \sum_{l, q, \mathbf{x}} \Phi_{q, \mathbf{x}}^{(a)} a_{\mathbf{x}}^+ \exp (i(\mathbf{x}\mathbf{r}_\perp l + q x_l + vt)) + \text{з. с.} \quad (10)$$

Здесь  $L_x$  — размер кристалла вдоль оси  $x$ ,  $x_l = \mathbf{r}_l \mathbf{e}_x$ , суммирование ведется также по различным типам неэквивалентных позиций  $a$  и положениям РЗИ  $g_l$ . Гамильтониан (10) описывает процессы рождения и уничтожения квантов ИВ ДГ, т. е. магнонов нижней (локализованной на ДГ) ветви спектра. Необходимо отметить, что эти процессы и соответственно излагаемый здесь механизм коэрцитивности обусловлены анизотропией обменного взаимодействия РЗИ с железной подрешеткой. В случае изотропного гайзенберговского взаимодействия ( $\delta=0$ ) одноМагноновые слагаемые в (1), определяющие излучение ИВ, отсутствуют. Амплитуда этих процессов для двух обсужденных выше предельных случаев (квазизинговского и квазигайзенберговского РЗИ) может быть представлена в виде

$$\Phi_{q, \mathbf{x}}^{(a)} = \lambda M_0^2 (\hbar/2m\omega_x)^{1/2} \tilde{\chi}_{q, \mathbf{x}}^{(a)},$$

$$\tilde{\chi}_{q, \mathbf{x}}^{(a)} = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \gamma_{p3}^{(a)}(\xi) \gamma_{p2}^{(g)}(\xi) (d\theta_0/d\xi) \exp (iq\xi), \quad (11)$$

где  $\tilde{\chi}$  равно  $2\delta\chi$  и  $\chi$  для квазигайзенберговского и квазизинговского РЗИ соответственно. Гамильтониан (10) явно зависит от времени за счет множителя  $\exp(iqvt)$ , что может приводить к неупругим процессам излучения магнонов и, как следствие, к передаче энергии ДГ магнонной подсистеме, т. е. торможению ДГ.

3. Сила трения  $F_{tp}$ , действующая на единицу площади ДГ, определяется скоростью диссипации энергии ДГ, которая вычисляется как скорость увеличения энергии магнонов  $(dE/dt)$ . Используя формулу  $F_{tp} = -(1/vS)(dE/dt)$ ,  $S$  — площадь ДГ, и вычисляя  $(dE/dt)$  с помощью стандартной термодинамической теории возмущений (см. [8-10]), получаем

$$F_{tp} = \frac{2\pi}{\hbar S^2 L_x^2} \sum_{q} q \Phi_{q,x}^{(a)} \Phi_{-q,-x}^{(a')} \exp[i(\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_{l'}) \cdot (\mathbf{q} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{z})] \delta(\omega_x - qV). \quad (12)$$

В этой формуле суммирование проводится по положениям пар ионов  $r_l$  и  $r_{l'}$ , их позициям  $a$  и  $a'$ , а также по  $x$  и переменной  $q$  ( $q > 0$ ).

Процесс возможен, естественно, только при выполнении «закона сохранения»  $\omega_x = qv$ . Поэтому для выяснения вопроса о значении  $F_{tp}$  при малых  $v$  важно, как ведет себя указанное выражение при малых  $\omega_x = c|x|$  (малым  $v$  всегда отвечает малое значение  $qv$ , поскольку амплитуды  $\Phi \sim \exp(-\pi qx_0(h))$  при  $q > 1/x_0(h)$ ,  $x_0(h)$  — толщина ДГ).

Поведение  $F_{tp}$  при малых  $v$  определяется суммой по  $r_l$  и оказывается принципиально различным при хаотическом и упорядоченном расположении РЗИ. Если РЗИ расположены упорядоченно (образуют сверхрешетку), то

$$\sum_{ll'} \exp[i(\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_{l'}) \cdot \mathbf{q}] = N_R^2 \sum_g \Delta(q - g),$$

где  $-g$  — векторы соответствующей обратной решетки,  $N_R$  — число РЗИ,  $N_R \rightarrow \infty$ . Отсюда следует, что в (12) дают вклад только слагаемые с  $q \approx g_x$  и  $\mathbf{x} = g_\perp$ ,  $g_\perp$  — компонента  $g$  в плоскости ДГ  $yz$ . Вклад таких «процессов переброса» экспоненциально мал, во-первых, по параметру  $\exp(-\pi g_x x_0(h)) \sim \exp(-\pi^2 x_0(h)/\tilde{a})$  ( $\tilde{a} \sim c_R^{-1/2}$  — период сверхрешетки), а во-вторых, по скорости ДГ  $v$ . В случае хаотического расположения результат принципиально иной. Суммирование по  $\mathbf{r}_l$ ,  $\mathbf{r}_{l'}$  имеет смысл усреднения по расположению РЗИ, в силу чего

$$\left\langle \sum_{ll'} \exp[i(\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_{l'}) \cdot \mathbf{q}] \right\rangle_R = N_R.$$

Учитывая, что химические свойства РЗИ практически тождественны и они легко замещают друг друга и иттрий в структуре граната, при малой концентрации РЗИ ( $z \ll 1$ ) можно не учитывать их корреляции и пользоваться этим соотношением при всех  $q$ . В этом случае для  $F_{tp}$  (12) получается

$$F_{tp} = \frac{c_R}{2\pi\hbar n} \sum_{a=1}^n \int_0^{+\infty} d\mathbf{q} q \int_0^{+\infty} d\mathbf{x} \mathbf{x} \left| \Phi_{q,x}^{(a)} \right|^2 \delta(\omega_x - qV), \quad \mathbf{x} = |\mathbf{x}|, \quad (13)$$

$c_R$  — концентрация РЗИ,  $n$  — число различных позиций РЗИ, при записи (13) мы перешли от суммирования по  $q$ ,  $\mathbf{x}$  к интегрированию. Видно, что значение  $F_{tp}$  остается конечным  $F_{tp}(v) \rightarrow F_c$  при  $v \rightarrow 0$  для  $F_c$  легко получить

$$F_c = \frac{c_R \tilde{a}^2 (\lambda M_0)^4}{8\pi n c} \sum_{a=1}^n \int_0^{+\infty} |\varphi_q^{(a)}|^2 q d\mathbf{q}. \quad (14)$$

Величина  $F_c$  имеет смысл силы трения покоя ДГ и определяет диссипацию энергии ДГ при бесконечно медленном ее перемещении,  $(dE/dt) = -F_c v$ . Коэрцитивная сила магнетика  $H_c$  связана с  $F_c$  соотношением

$$H_c = F_c / (|M_s(+\infty) - M_s(-\infty)|) = F_c / 2M \cos \theta_m,$$

где  $M$  — суммарная намагниченность в доменах. Отметим, что в силу формулы (14) найденное нами значение  $F_c \sim 1/\sigma(h)$ ,  $\sigma$  — энергия единицы площади  $D\Gamma$ , и не зависит от  $m(H)$ . В стандартном механизме  $H_c \sim \sigma(h)$ . Еще одно отличие состоит в том, что при стандартном механизме коэрцитивности значение  $H_c$  линейно по амплитуде неоднородности любой природы, создающей потенциальный рельеф для  $D\Gamma U(r)$ , а в нашей теории  $\Phi \sim U$  и в  $H_c$  входит квадрат этой величины. Именно поэтому в нашем случае  $H_c$  отлично от нуля даже при полностью хаотическом в масштабах  $D\Gamma$  распределении дефектов (РЗИ). Может показаться, что вклад величины  $|\Phi|^2 \propto \langle U^2 \rangle$  мал при малом  $U(r)$ , однако приведенные ниже оценки показывают, что при реальных значениях параметров РЗИ и их концентрации значение  $H_c$  оказывается близким к наблюдаемому для  $D\Gamma$ .

4. Переайдем к конкретному вычислению  $H_c$ . Для  $180^\circ D\Gamma$  интеграл  $\varphi_q^{(a)}$ , входящий в амплитуду  $\Phi_q^{(a)}$ , вычисляется элементарно

$$\varphi_q^{(a)} = \pi (qx_0)^2 \left[ \frac{i(\tau_a^2 - v_a^2)}{2 \operatorname{sh}(\pi qx_0/2)} - \frac{v_a \tau_a}{\operatorname{ch}(\pi qx_0/2)} \right],$$

где  $\tau_a = e_x e_y^{(a)}$ ,  $v_a = e_y e_y^{(a)}$ . В этом случае для  $H_c$  легко получается выражение

$$H_c = \frac{c_L 15 \zeta(5) A \tilde{\chi}^2 (\lambda M_0)^4}{\pi^5 M \sigma x_0^5}. \quad (15)$$

Величина  $A$

$$A = \frac{1}{n} \sum_{a=1}^n [(\tau_a^2 - v_a^2)^2 + (15/4)v_a^2 \tau_a^2]$$

зависит от ориентации  $D\Gamma$  в кристалле; как правило,  $0.4 < A < 0.7$ . При стандартных параметрах редкоземельных ФГ, используемых в устройствах с цилиндрическими доменами ( $4\pi M \sim 10^2$  Гс,  $x_0 \sim 10^{-5}$  см,  $\sigma \simeq 0.5$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\lambda M_0 \simeq 2\mu_0 H_c$ ,  $H_c$  — обменное поле железной подрешетки на РЗИ,  $H_c \simeq 10^5$  Э,  $\langle \hat{S}_R \rangle = \tilde{\chi} H_c \sim 1$ ), и значения  $A \simeq 0.5$  получим для  $H_c$  (в эрстедах)

$$H_c \simeq z \begin{cases} 4\delta^2 & \text{квазигайзенберговский РЗИ,} \\ 1 & \text{изинговский РЗИ,} \end{cases} \quad (16)$$

где  $z$  — доля РЗИ на формульную единицу ФГ. Температурная зависимость  $H_c$  обусловлена главным образом зависимостью  $\chi(T)$ . При высоких температурах ( $T > \lambda M_0$ )  $\chi(T) \sim 1/T$ .

Таким образом, для  $H_c$  в рамках рассмотренного механизма, связанного с излучением ИВ  $D\Gamma$ , получается разумная оценка  $0.1 \text{ Э} \leq H_c \leq 1 \text{ Э}$  при  $0.1 < z < 1$  ( $\delta \sim 1$ ). Теория предсказывает температурную зависимость  $H_c \sim 1/M(T)T$ .

Перейдем к исследованию зависимости  $H_c$  от поперечного поля  $H_\perp$ . Поскольку выражение для  $H_c$  не содержит  $m(H_\perp)$ , эта зависимость определяется величиной  $h = H_\perp/H_c$ . К сожалению, при  $h \neq 0$  структура  $D\Gamma$  усложняется и вычислить  $\Phi_q^{(a)}$  не удается. Поэтому ограничимся анализом предельных случаев  $h \ll 1$  и  $1-h \ll 1$ .

В слабых полях для  $H_c$  получается линейная зависимость от  $h$

$$H_c(h) = H_c(0)(1 + ph), \quad h \ll 1, \quad (17)$$

где  $H_c(0)$  определяется (15), а константа  $p$

$$p = \left( \frac{\pi}{2} + \frac{93\pi}{240} - \frac{127\zeta(7)}{32\pi\zeta(5)} \right) A^{-1} \frac{1}{n} \sum_{a=1}^n (1 - v_a^2 - \tau_a^2)^2$$

зависит от ориентации позиции РЗИ и расположения ДГ относительно этих осей. Однако для различных возможных ситуаций значение  $p$  меняется несущественно,  $1.0 < p < 1.1$ . Анизотропия  $H_c(0)$  при движении ДГ вдоль различных кристаллографических осей, лежащих в плоскости пленки, имеет кубическую симметрию и может достигать 50 %. В этой связи заметим, что этот результат может измениться при учете неравновероятного заселения ионами различных позиций. Соответствующий расчет на основе (14) не представляет труда, необходимо только сделать замену

$$\frac{1}{n} \sum_{a=1}^n (\dots)_a \rightarrow \frac{1}{n} \sum_{a=1}^n W_a (\dots)_a,$$

где  $W_a$  — вероятность заселения при выращивании ФГ  $a$ -й позиции. Очевидно, симметрия анизотропии  $H_c$  в этом случае будет ниже — ромбическая. Однако такой расчет мы не проделывали, так как не нашли в литературе информации о значениях  $W_a$  для пленок ФГ.

Зависимость  $H_c(h)$  измерялась в работе [12], во всем интервале измерения  $0 < h < 0.6$  она оказалась близкой к (17) со значением  $p_{\text{вкл}} \approx 1.19$ . Незначительное отличие  $p_{\text{вкл}}$  от предсказываемого теорией может быть связано с неравномерностью заселения позиций ионами.

В другом предельном случае сильных полей  $1-h \ll 1$  для  $H_c$  получается

$$H_c(h) \approx H_c(1) + P(1-h), \quad (18)$$

где

$$H_c(1) = H_c(0) \frac{3\pi^2 \zeta(3)}{20A\zeta(5)} \frac{1}{n} \sum_{a=1}^n \tau_a^2 v_a^2,$$

$$P = H_c(0) \frac{15}{32A} \frac{1}{n} \sum_{a=1}^n (\tau_a^2 - v_a^2)^2.$$

Для этого предельного случая зависимость  $H_c$  от ориентации подложки и локальных осей позиции РЗИ оказывается значительно более существенной. Во-первых, значение  $H_c(h)$  при  $h \rightarrow 1$  может оставаться конечным, а может обратиться в нуль (естественно,  $F_c$  всегда стремится к нулю при  $h \rightarrow 1$ , но при  $H_c(1) \neq 0$  значение  $F_c \propto \cos \theta_m \propto (1-h)^{\frac{1}{2}}$ , а при  $H_c(1)=0 F_c \propto (1-h)^{\frac{3}{2}}$ ). Во-вторых, в разных ситуациях существенно изменяется значение коэффициента  $P/H_c(0)$ . Результаты анализа для квазизинговских ионов  $Tb^{3+}$ ,  $No^{3+}$ ,  $Dy^{3+}$ ,  $Er^{3+}$  (ось  $e_p^{(a)} \parallel \langle 100 \rangle$ ,  $n=3$ ) и  $Sm^{3+}$  (ось  $e_p^{(a)} \parallel \langle 110 \rangle$ ,  $n=6$ ) приведены в таблице. Из таблицы для разных РЗИ и ориентаций подложек график зависимости  $H_c$  от  $h$  может быть выпуклым как вверх, так и вниз. К сожалению, данных о значениях  $H_c(h)$  при  $h \approx 1$  в литературе нам найти не удалось.

Тип РЗИ	Ориентация подложки	$H_c(1)/H_c(0)$	$P/H_c(0)$
$e_p^{(a)} \parallel \langle 100 \rangle$ $n=3$	(111)	0.40	0.22
	(110)	0	1.40
	(100)	0	1.40
$e_p^{(a)} \parallel \langle 110 \rangle$ $n=6$	(111)	0.15	1.25
	(110)	0.27	0.73
	(100)	0.29	0.64

Нам представляется, что качественное совпадение значений  $H_c$ , вычисленных в рамках нашей модели, и измеряемых экспериментально,

а также хорошее совпадение вида зависимости  $H_c$  от поперечного поля  $H_1$  позволяют сделать вывод, что описанный механизм ответствен за природу коэрцитивной силы в пленках ферритов-гранатов.

### Список литературы

- [1] Вонсовский С. В. Магнетизм. М.: Наука, 1971. 1032 с.
- [2] Pardavi-Horvath M. // IEEE Trans. Magn. 1985. V. 21. N 5. P. 1694—1699.
- [3] Hagedorn F. B. // JAP. 1974. V. 45. N 7. P. 3129—3140.
- [4] Barbara B., Magnin J., Louve V. // APL. 1977. V. 31. N 2. P. 133—134.
- [5] Pardavi-Horvath M., Czirahi A., Fellegvary I. e. a. // IEEE Trans. Magn. 1984. V. 20. N 5. P. 1123—1125.
- [6] Григоренко А. Н., Мишин С. А., Рудашевский Е. Г. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. № 19. С. 1772—1776.
- [7] Григоренко А. Н., Мишин С. А., Рудашевский Е. Г. // ФТТ. 1988. Т. 30. № 10. С. 2948—2954.
- [8] Абызов А. С., Иванов Б. А. // ЖЭТФ. 1979. Т. 76. № 5. С. 1700—1712.
- [9] Зуев А. В., Иванов Б. А. // ЖЭТФ. 1982. Т. 82. № 5. С. 1679—1686.
- [10] Иванов Б. А., Мицай Ю. Н., Шахова Н. В. // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. № 1. С. 289—298.
- [11] Звездин А. К., Матвеев В. М., Мухин А. А., Попов А. И. Редкоземельные ионы в магнитоупорядоченных кристаллах. М.: Наука, 1985. 296 с.
- [12] Tomas I., Vertes G., Pust L. // Preprint Institute of Physics. Czechoslovak Academy of Sciences, 1988. N 3. 11 p.
- [13] Ким П. Д. // Автореф. докт. дис. Красноярск, ИФ СО АН СССР, 1988. 47 с.
- [14] Баръяхтар В. Г., Иванов Б. А. // ФММ. 1973. Т. 36. № 4. С. 690—697.

Институт металлофизики АН УССР  
Киев

Поступило в Редакцию  
26 мая 1989 г.  
В окончательной редакции  
6 сентября 1989 г.