УДК 548.4

ОБОБЩЕННАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ ДИСЛОКАЦИИ В КРИСТАЛЛЕ С МЯГКОЙ МОДОЙ

В. В. Дежин, В. Н. Нечаев, А. М. Рощупкин

Вычислена обобщенная восприимчивость дислокации в кристалле со структурным фазовым переходом, с помощью которой определены частоты собственных колебаний дислокации. Показано, что существуют две ветви колебаний: «квазиакустическая», частота которой стремится к нулю при $q \to 0$, где q — волновой вектор изгибной волны, распространяющейся вдоль дислокации, и «квазиоптическая», отщепляющаяся от края оптической зоны колебаний кристалла. Показано также, что существенный вклад в затухание дислокационных колебаний связан с диссипацией энергии в мягкой моде.

При исследовании влияния дислокаций на аномальное поведение физических свойств кристаллов вблизи точки структурного фазового перехода [1-4] последние представлялись как источники внутренних статических напряжений, вызывающие через посредство стрикционной связи неоднородное температурозависимое распределение параметра порядка η в кристалле. В работах [5-7], где дислокация рассматривалась как движущаяся с постоянной скоростью неоднородность, изучены особенности динамического торможения дислокаций в кристаллах с мягкой модой. Свойства же самих дислокаций, такие, как эффективная масса, эффективная жесткость по отношению к изгибу и т. д., в этих работах не учитывались. Ясно, что без учета собственных характеристик дислокации невозможно в общем случае корректное описание поведения кристаллов во внешних полях. Для кристаллов с простой кристаллической решеткой задача о колебаниях кристалла с дислокацией и рассеянии фононов на дислокации решена с использованием самосогласованной динамической теории дислокаций в работе [8].

В настоящей работе приведено точное, в рамках линейной теории упругости, решение задачи об обобщенной восприимчивости дислокации в кристалле со структурным фазовым переходом. Интерес к исследованию окрестности точки структурного фазового перехода обусловлен тем, что система в этой области очень податлива к внешним возмущениям, затрагивающим параметр порядка.

1. Система уравнений, описывающая колебания кристалла с дислокацией

Пусть в кристалле при некоторой температуре T_c происходит структурный фазовый переход, описываемый параметром порядка η. В отсутствие дислокаций параметр порядка принимает термодинамически равновесное значение $\eta=\eta_s$ во всех точках кристалла. При наличии дислокаций в кристалле к η_s появляется добавка $\eta_1=\eta_1(\mathbf{r}, t)$, зависящая в общем случае как от координат, так и от времени. Причем эта зависимость связана как с нестационарными и неоднородными упругими полями, создаваемыми дислокациями, так и с динамикой самого параметра порядка η. Другими словами, отклик кристалла на внешнее воздействие в данном случае будет определяться самосогласованным движением двух взаимодействующих полей: упругого поля и поля параметра порядка η.

Для решения поставленной задачи воспользуемся системой уравнений теории упругости

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = 0, \quad \sigma_{ik} = \lambda_{iklm} u_{lm}. \tag{1}$$

Здесь ρ — плотность вещества кристалла, $\mathbf{v}$ — скорость элементов кристалла, σ_{ik} — тензор напряжений, λ_{iklm} — тензор упругих модулей, u_{lm} — тензор упругой деформации.

Для нахождения связи между тензором напряжений σ_{ik} и параметром порядка η запишем выражение для свободной энергии Гиббса Φ кристалла [9]

$$\Phi = \Phi_0 + \frac{1}{2} \delta (\nabla \eta)^2 - \frac{1}{2} a\eta^2 + \frac{1}{4} \beta\eta^4 - \frac{1}{2} g\eta^2\sigma_{ll} - \frac{1}{2} s_{iklm}\sigma_{ik}\sigma_{lm} - \sigma_{ik}u_{ik}^{(s)}, \tag{2}$$

где δ — корреляционная постоянная; g — постоянный стрикционный коэффициент; s_{iklm} — тензор упругих податливостей; $u_{ik}^{(s)}$ — пластическая деформация кристалла, связанная с дислокацией [10]. Коэффициент a в (2), согласно теории Ландау, является температурозависящим, $a = a_0 (T - T_c)$. Отсюда обычным образом находим тензор полной деформации

$$U_{ik} = -(\partial\Phi/\partial\sigma_{ik})_T = u_{ik} + {}^1\!/_2\, g\delta_{ik}\eta^2 + u_{ik}^{(s)}. \tag{3}$$

Ввиду сохранения сплошности среды тензор U_{ik} удовлетворяет кинематическим условиям [10]

$$e_{ikl}e_{jmn}U_{ln,\,km} = 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial U_{ik}}{\partial t} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_k}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_k}\right), \tag{5}$$

где e_{ikl} — символ Леви-Чивитта.

Подставляя (3) в (4) и учитывая при этом соотношения (1), (5) и связь тензора упругой деформации u_{ik} с тензором напряжений σ_{ik} в изотропном случае [10]

$$u_{ik} = \frac{1}{2\mu}\left(\sigma_{ik} - \frac{\nu}{1+\nu}\delta_{ik}\sigma_{ll}\right),$$

где μ — модуль сдвига, ν — коэффициент Пуассона, получим уравнение, обобщающее аналогичное уравнение работы [11] на случай учета взаимодействия упругого поля с мягкой модой

$$\frac{1}{c_t^2}\frac{\partial^2\sigma_{ik}}{\partial t^2} - \frac{1}{2(1+\nu)c_t^2}\delta_{ik}\frac{\partial^2\sigma_{ll}}{\partial t^2} - \frac{1}{1+\nu}(\sigma_{ll,\,ik} - \delta_{ik}\Delta\sigma_{ll}) - \frac{1}{2}\rho g\delta_{ik}\frac{\partial^2(\eta^2)}{\partial t^2} +$$
$$+ \mu g\delta_{ik}\Delta(\eta^2) - \mu g\frac{\partial^2(\eta^2)}{\partial x_i \partial x_k} = -\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}u_{ik}^{(s)} - 2\mu\eta_{ik}. \tag{6}$$

Здесь $c_t = \sqrt{\mu/\rho}$ — скорость поперечного звука,

$$\eta_{ik} = e_{kjn}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\tau_i b_n - \frac{1}{2}\tau\mathbf{b}\delta_{in}\right)\delta(\xi)$$

— тензор несовместности деформаций [12], связанный с наличием в кристалле дислокации; $\mathbf{b}$ — вектор Бюргерса дислокации; $\boldsymbol{\tau}$ — единичный вектор касательной к линии дислокации; $\delta(\xi)$ — двумерная δ-функция, ξ — двумерный радиус-вектор, отсчитываемый от оси дислокации в плоскости, перпендикулярной вектору $\boldsymbol{\tau}$ в данной точке дислокационной линии.

Производная по времени от пластической деформации $u_{ik}^{(s)}$, согласно [10], равна

$$\partial u_{ik}^{(s)}/\partial t = (n_i b_k + n_k b_i)\, V\delta(\xi),$$

где V — скорость линии дислокации в данной ее точке, $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали к плоскости скольжения дислокации.

Уравнение (6) нужно дополнить граничным условием на линии дислокации (уравнением движения дислокации)

$$f_i = e_{ikl}\tau_k \sigma_{lm} b_m = 0, \tag{7}$$

представляющим собой условие равенства нулю силы Пича—Келера в любой момент времени в каждой точке дислокации. Поскольку движение дислокации происходит в плоскости скольжения, то в дальнейшем удобно использовать проекцию этой силы на плоскость скольжения

$$f_\perp = \mathbf{f}\varkappa = n_l \sigma_{lm} b_m,$$

где $\varkappa$ — единичный вектор нормали к линии дислокации в плоскости ее скольжения.

Не интересуясь деталями напряженного состояния кристалла с дислокацией, умножив (6) на $n_i b_k$, получим уравнение непосредственно для величины $f_\perp$

$$\frac{1}{c_t^2}\frac{\partial^2 f_\perp}{\partial t^2} - \Delta f_\perp + 3\frac{n_i b_k}{1+\nu}\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_k} - 2\mu g (\mathbf{n}\nabla)(\mathbf{b}\nabla)(\eta_s \eta_1) =$$

$$= -\rho b^2 \frac{\partial V}{\partial t}\delta(\xi) - 2\mu n_i b_k \eta_{ik}. \tag{8}$$

Здесь использовано обозначение $p = -\sigma_{ll}/3$ и произведена линеаризация уравнения по отклонению параметра порядка $\eta_1 = \eta - \eta_s$ от равновесного значения $\eta_s = \sqrt{a/\beta}$ в кристалле без дислокации.

Уравнение для величины p получается путем свертки (6)

$$\frac{1}{c_l^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \Delta p - \frac{4}{3}\mu\frac{1+\nu}{1-\nu}g\left[\frac{1}{c_l^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\eta_s\eta_1) - \Delta(\eta_s\eta_1)\right] = -\frac{2}{3}\mu\frac{1+\nu}{1-\nu}\eta_{ll}, \tag{9}$$

где c_l — скорость продольного звука.

Соотношение, связывающее параметр порядка η_1 с величиной p, можно записать, не используя явный вид динамического уравнения для η, учитывая, что, согласно (4), величина $g\sigma_{ll}\eta_s = -3gp\eta_s$ фактически играет в нашем случае роль поля h, сопряженного параметру порядка η

$$\eta_1(\mathbf{r}, t) = -3\eta_s g \int \chi(\mathbf{r}-\mathbf{r}', t-t')\, p(\mathbf{r}', t')\, d\mathbf{r}' dt'. \tag{10}$$

Здесь $\chi = \chi(\mathbf{r}, t)$ — функция отклика параметра порядка на гидростатическое давление.

Уравнения (8)—(10) с граничным условием (7) представляют полную систему соотношений, описывающих колебания кристалла с дислокацией.

2. Обобщенная восприимчивость прямолинейной краевой дислокации

Дальнейшее рассмотрение проведем для прямолинейной краевой дислокации, лежащей вдоль оси OZ с $\tau_0 = (0, 0, -1)$ и $\mathbf{b} = (b, 0, 0)$, и ограничимся случаем малых колебаний дислокации вблизи положения равновесия.

Тогда, учитывая, что в линейном по смещению дислокации $u = u(z)$ приближении

$$\tau = (-\partial u/\partial z, 0, -1), \quad \delta(\xi) = \delta(x)\delta(y) - \delta(y)\delta'(x)u(z),$$

уравнения (8), (9) приводим к виду

$$\frac{1}{c_t^2}\frac{\partial^2 f_\perp}{\partial t^2} - \Delta f_\perp + \frac{3b}{1+\nu}\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} - 2\mu g b \eta_s \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial x \partial y} =$$

$$= -\mu b^2\left(\frac{1}{c_t^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)\delta(x)\delta(y), \tag{11}$$

$$\frac{1}{c_l^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \Delta p + \frac{4}{3}\mu\frac{1+\nu}{1-\nu}g\eta_s\left(\frac{1}{c_l^2}\frac{\partial^2\eta_1}{\partial t^2} - \Delta\eta_1\right) =$$

$$= -\frac{2}{3}\mu b\frac{1+\nu}{1-\nu}\{\delta(x)\delta'(y) - u\delta'(x)\delta'(y)\}. \qquad (12)$$

Решая систему уравнений (10)—(12) в представлении Фурье, для Фурье-образа функции $f_\perp$ находим

$$-\frac{\tilde f_\perp}{\mu b^2} = \frac{q_z^2 - \omega^2/c_t^2}{q^2 - \omega^2/c_t^2}\tilde u + \frac{2}{1-\nu}q_x^2 q_y^2 \times$$

$$\times\frac{1 + 2(1+\nu)\chi\mu g^2\eta_s^2}{\left(q^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2}\right)\left[q^2\left(1 + 4\mu\chi\frac{1+\nu}{1-\nu}g^2\eta_s^2\right) - \frac{\omega^2}{c_l^2}\left(1 + 4\frac{c_l^2}{c_t^2}\mu\chi\frac{1+\nu}{1-\nu}g^2\eta_s^2\right)\right]}\tilde u +$$

$$+\frac{2i}{1-\nu}\frac{q_x q_y^2\delta(\omega)\delta(q_z)\left[1 + 2(1+\nu)\chi\mu g^2\eta_s^2\right]}{q_\perp^4\left(1 + 4\mu\chi\frac{1+\nu}{1-\nu}g^2\eta_s^2\right)}. \qquad (13)$$

Здесь $q_\perp = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$ — составляющая волнового вектора, перпендикулярная к линии дислокации.

Для того чтобы удовлетворить условию (7), производим частичное Фурье-обращение формулы (13) по переменным x и y, полагая затем $x=y=0$. В расчетах используем явный вид динамической восприимчивости $\chi(\mathbf{q}, \omega)$, определяющей отклик однородного кристалла на возмущение параметра порядка [13]

$$\chi(\mathbf{q}, \omega) = \chi_0\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 + \varkappa q^2 - \omega^2}, \qquad (14)$$

где $\omega_0 \backsim |T - T_c|^{1/2}$ — характерная частота мягкой моды.

С точностью до слагаемых, линейных по смещению дислокации $u = u(z)$, после несложных, но громоздких преобразований находим

$$\tilde f_\perp(q_z, \omega) = \alpha_D^{-1}(q_z, \omega)\,\tilde u(q_z, \omega).$$

Выражение для $\alpha_D^{-1}(q_z, \omega)$ приведено в Приложении. В случае собственных колебаний дислокации, согласно (7), нужно полагать $\alpha_D^{-1}(q_z, \omega) = 0$. При наличии внешнего упругого поля, действующего на дислокацию с силой f^{ext}, необходимо приравнять нулю сумму внешней силы и силы самодействия дислокации. Фурье-образ смещения дислокации $\tilde u(q_z, \omega)$ из положения равновесия при этом оказывается связанным с Фурье-образом внешней силы $\tilde f^{ext}(q_z, \omega)$ соотношением

$$\tilde u(q_z, \omega) = \alpha_D(q_z, \omega)\tilde f_\perp^{ext}(q_z, \omega),$$

где $\alpha_D(q_z, \omega)$, по определению, есть обобщенная восприимчивость дислокации, описывающая ее отклик на внешнюю силу, пространственная зависимость которой характеризуется волновым вектором q_z, а временна́я — частотой ω.

3. Собственные частоты и затухание изгибных колебаний дислокации

Будем рассматривать длинноволновые изгибные колебания дислокации $q_z \ll q_D$, где q_D — дебаевский волновой вектор. Во-первых, исследуем низкочастотные колебания. Пусть $\omega^2 \ll \varepsilon c_l^2\omega_0^2/\varkappa$. Тогда, приравнивая нулю выражение (П. 1) для $\alpha_D^{-1}(q_z, \omega)$, получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$\frac{\omega^4}{c_l^4}\left(1 + \frac{c_l^4}{c_t^4}\right) - 2q_z^2\frac{\omega^2}{c_l^2} - \varepsilon\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2}\right)^2 - \frac{\varepsilon}{1-\nu}\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right)^2 = 0. \qquad (15)$$

Из структуры уравнения (15) ясно, что частота изгибной волны ω пропорциональна q_z: $\omega = Vq_z = \xi c_t q_z$. Величину ξ, определяющую скорость изгибной волны, ищем в виде $\xi=\xi_0+\xi_1$, где ξ_0 отвечает скорости волны в отсутствие взаимодействия упругого поля с мягкой модой; ξ_1 — малая добавка к скорости, связанная с вкладом мягкой моды. Тогда нетрудно видеть, что с точностью до слагаемых, пропорциональных первой степени безразмерного параметра ε, определяющего связь упругого поля с полем параметра порядка, квадрат собственной частоты колебаний дислокации равен

$$\omega^2(q_z)=(\xi_0^2+2\xi_0\xi_1)c_t^2q_z^2, \tag{16}$$

где

$$\xi_0^2=\frac{2c_t^2/c_l^2}{1+c_t^4/c_l^4}=\frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{5-12\nu+8\nu^2},$$

$$\xi_1=\frac{2\varepsilon}{\xi_0}\frac{10-29\nu+28\nu^2-16\nu^3+12\nu^4-4\nu^5}{(1-2\nu)(5-12\nu+8\nu^2)^2}.$$

Таким образом, учет взаимодействия упругого поля с мягкой модой приводит к увеличению эффективной массы $m_{эфф}$ и жесткости $c_{эфф}$ дислокации на величину порядка

$$\Delta m_{эфф}/m_{эфф}\sim\Delta c_{эфф}/c_{эфф}\sim\chi_0\mu g^2\eta_s^2\sim 0.1\div 1.0.$$

Принимая во внимание, что в разложении Ландау свободной энергии (2) от температуры зависит лишь коэффициент a, а также, что $\chi_0=1/2a$, $\eta_s^2=a/\beta$, убеждаемся, что величина поправок к $m_{эфф}$ и $c_{эфф}$ не зависит от близости к температуре фазового перехода T_c.

Отметим, что решение (16) и последующий анализ справедливы для описания длинноволновых колебаний дислокации

$$q_z\ll\min\left\{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\xi_0}\frac{\omega_0^2}{\varkappa}},\ q_D\right\}.$$

Учитывая затухание мягкой моды, т. е. представляя восприимчивость (14) в виде восприимчивости классического затухающего осциллятора

$$\chi(\mathbf{q},\omega)=\chi_0\omega_0^2/(\omega_0^2+\varkappa q^2-\omega^2-i\omega\Gamma),$$

где Γ — постоянная затухания, не зависящая от температуры в рамках теории Ландау, после преобразований, аналогичных переходу от (П. 1) к (15), (16), находим комплексную собственную частоту

$$\omega=\omega''(q_z)-i\gamma,$$

где

$$\gamma(q_z)=4\varepsilon\frac{c_t^2\Gamma}{\varkappa}\frac{1+\nu}{5-12\nu+8\nu^2}\left(\ln\frac{q_D^2}{q_z^2}\right)^{-1}$$

— коэффициент затухания дислокационных колебаний, связанный с рассеянием энергии при колебаниях параметра порядка, сопутствующих колебаниям дислокации. Учитывая, что по порядку величины $\varkappa\sim c_t^2\sim 10^7$ м^2/с^2, $\Gamma\sim 10^{13}$ с$^{-1}$, легко видеть, что найденный вклад в затухание сравним с известными фононными механизмами рассеяния энергии дислокации [14]. Так же как и выше, нетрудно убедиться, что величина $\gamma(q_z)$ не зависит от близости к T_c.

Сравнивая полученные результаты с [8], видим, что в кристалле с мягкой модой происходит перенормировка эффективной массы, эффективной жесткости дислокации, скорости изгибных волн вдоль дислокации, а также появляется дополнительный существенный вклад в ее затухание.

Кроме этой ветви изгибных колебаний дислокации, которую естественно назвать «квазиакустической», существует еще одно решение дисперсионного уравнения $\alpha_D^{-1}(q_z,\omega)=0$, определяющее ветвь колебаний, для которой $\omega(q_z)$ отлична от нуля при $q_z=0$. Эту ветвь по аналогии с колебаниями сложных кристаллических решеток удобно назвать «квазиоптической». Ввиду значительной громоздкости задачи решим дисперсионное уравнение только в длинноволновом пределе $q_z \ll \min\{\omega_0/c_t, \omega_0\sqrt{\varkappa}\}$. Тогда нетрудно видеть, что

$$\omega^2(q_z) = \omega_0^2\left\{1 - \frac{c_l^2}{\varkappa}\exp\left[-\frac{1}{\varepsilon}\frac{\varkappa}{c_t^2}\frac{2(1-\nu)}{7+2\nu}\left(\ln\frac{c_l^2 q_D^2}{\omega_0^2} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}\ln\frac{c_l^2 q_D^2}{\omega_0^2}\right)\right]\right\}. \quad (17)$$

Согласно (17), относительная величина отщепления локальной моды $(\omega^2(q_z) - \omega_0^2)/\omega_0^2$ зависит от упругих свойств материала. С приближением к T_c она уменьшается $\sim(\ln|T-T_c|)^{-1}$. Из сравнения (17) и (16) видно, что локальная мода (17) лежит значительно выше по частоте, чем мода (16) при всех допустимых q, поэтому ниже мода (17) называется высокочастотной.

В заключение приведем выражения для обобщенных восприимчивостей, описывающих отклик дислокаций на низкочастотное и высокочастотное длинноволновое внешнее возмущение.

В первом случае, разлагая выражение для $a_D^{-1}(q_z, \omega)$ (П. 1) в ряд по ω^2 вблизи квадрата собственной частоты колебания $\omega^2(q_z)$, имеем

$$a_D^{(l)}(q_z, \omega) = A/[\omega^2(q_z) - \omega^2 - i\gamma\omega],$$

где

$$A = \frac{\pi}{\rho b^2}\left[\frac{c_t^4/c_l^4}{1 + c_t^4/c_l^4}\ln\frac{q_D^2}{q_z^2}\right]^{-1},$$

$\omega^2(q_z)$ определяется формулой (16), γ — полное затухание дислокационных колебаний. Заметим, что вся низкочастотная область спектра дислокационных колебаний, описываемая выражением (16), в силу значительной величины затухания является переторможенной, поэтому в этом выражении ω_0^2 можно опустить и записать его в следующем виде:

$$a_D^{(l)}(q_z, \omega) = a_0(q_z)/(1 - i\omega\tau_D),$$

где $a_0(q_z) = A/\omega^2(q_z)$, $\tau_D = \gamma(q_z)/\omega^2(q_z)$ — время дебаевской релаксации.

В другом предельном случае аналогичным способом находим

$$a_D^{(h)}(q_z, \omega) = B/[\omega^2(q_z) - \omega^2 - i\gamma\omega].$$

Здесь

$$B = \frac{4\pi}{\rho b^2}\exp\left\{-\frac{1}{\varepsilon}\frac{\varkappa}{c_t^2}\frac{2(1-\nu)}{7+2\nu}\left[\ln\frac{c_l^2 q_D^2}{\omega_0^2} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}\ln\frac{c_l^2 q_D^2}{\omega_0^2}\right]\right\},$$

а $\omega^2(q_z)$ определяется выражением (17).

Используемое в статье предположение о возможности разложения свободной энергии кристалла в ряд по отклонению параметра порядка η от равновесного значения η_s накладывает ограничение на применимость теории по температуре. Для оценки этой температурной области потребуем, чтобы $g\,\sigma_{ll} \gg 2a$ во всем пространстве вокруг дислокации. Учитывая, что, согласно [10],

$$\sigma_{ll} = \frac{\mu b}{\pi}\frac{1+\nu}{1-\nu}\frac{\sin\theta}{r},$$

где $\theta = \operatorname{arctg}(y/x)$, и используя для g выражение [15]

$$g = -\frac{1}{3}a_0\frac{\partial T_c}{\partial p},$$

находим, что проведенное рассмотрение справедливо вне температурного интервала

$$\Delta T = \frac{\mu}{6\pi}\frac{1+\nu}{1-\nu}\frac{\partial T_c}{\partial p}$$

в окрестности температуры фазового перехода T_c. Используя экспериментальные значения $\partial T_c/\partial p$ [15], например, для кристалла ТГС имеем $\Delta T \approx 11.8$ К.

Полученные в настоящей работе результаты могут быть использованы для исследования затухания и рассеяния ультразвука, электромагнитных волн и т. д. в кристаллах с дислокациями.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем точное выражение для обратной обобщенной восприимчивости дислокации $\alpha_D^{-1}(q_z, \omega)$

$$\alpha_D^{-1}(q_z, \omega) = \frac{1}{2(1-\nu)} q_z^2 - \frac{\varepsilon(1+\nu)}{2(1-\nu)^2} \frac{\omega_0^2}{\varkappa} \ln \frac{\varkappa q_D^2 + \omega_0^2(1+2\varepsilon/(1-\nu))}{\omega_0^2(1+2\varepsilon/(1-\nu))} +$$

$$+ \frac{\mu b^2}{4\pi}\left[-2\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2}\right) - \frac{\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2}\right)^2\left(\frac{\Delta}{\varkappa} + 2\frac{\omega_0^2}{\varkappa} - q_z^2 + \frac{\omega^2}{c_t^2}\right)}{\frac{\omega^2}{c_t^2}\left(\frac{\Delta}{\varkappa} - q_z^2 + \frac{\omega^2}{c_t^2}\right)}\right]\times$$

$$\times \ln\left|\frac{q_D^2 - \omega^2/c_t^2}{q_z^2 - \omega^2/c_t^2}\right| + A_1 \ln|B_1| + A_2 \ln|B_2|. \tag{П.1}$$

Здесь использованы обозначения:

$$A_1 = \frac{\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2}\right)^2\left(\frac{\Delta}{\varkappa} - q_z^2 + \frac{\omega^2}{c_t^2}\right) + \frac{2\varepsilon}{1-\nu}\frac{\omega_0^2}{\varkappa}\left[\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2}\right)^2 - \frac{1}{2}(1+\nu)\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2}\right)\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right) + \frac{1+\nu}{4(1-\nu)}\frac{\Delta\omega^2}{\varkappa c_t^2}\right]}{2\frac{\omega^2}{c_t^2}\left(\frac{\Delta}{\varkappa} - q_z^2 + \frac{\omega^2}{c_t^2}\right)},$$

$$B_1 = 1 + \frac{\left(\frac{\Delta}{\varkappa} + \frac{2\varepsilon}{1-\nu}\frac{\omega_0^2}{\varkappa} + q_D^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right)(q_D^2 - q_z^2)}{\frac{\Delta}{\varkappa}\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right) + \frac{2\varepsilon}{1-\nu}\frac{\omega_0^2}{\varkappa}\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2}\right)},$$

$$A_2 = \left\{\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right)^2\left(\frac{\Delta}{\varkappa} - q_z^2 + \frac{\omega^2}{c_l^2}\right)\left(\frac{\Delta}{\varkappa} - q_z^2 + \frac{\omega^2}{c_t^2}\right) - \frac{\varepsilon(1+\nu)}{2(1-\nu)^2}\frac{\Delta^2\omega_0^2\omega^2}{\varkappa^3 c_t^2} - \right.$$

$$- \frac{\varepsilon(3+\nu)}{2(1-\nu)^2}\frac{\Delta\omega_0^2\omega^2}{\varkappa^2 c_t^2}\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right) + \frac{2\varepsilon}{(1-\nu)^2}\frac{\Delta\omega_0^2\omega^2}{\varkappa^2 c_t^2}\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2}\right) +$$

$$+ \varepsilon\frac{\Delta\omega_0^2}{\varkappa^2}\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right)\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2}\right) + \frac{2\varepsilon}{1-\nu}\frac{\Delta\omega_0^2}{\varkappa^2}\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right)^2 -$$

$$- \frac{6\varepsilon}{1-\nu}\frac{\omega_0^2}{\varkappa}\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right)\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2}\right)^2 + \frac{\varepsilon(3+\nu)}{1-\nu}\frac{\omega_0^2}{\varkappa}\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right)^2\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2}\right) -$$

$$\left. - \frac{\varepsilon^2}{1-\nu^2}\frac{\omega_0^4}{\varkappa^2}\left[\frac{1+\nu}{1-\nu}\frac{\Delta}{\varkappa}\frac{\omega^2}{c_t^2} + 4\nu\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2}\right)^2 - 2(1+\nu)\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right)\left(q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2}\right)\right]\right\}\times$$

$$\times\left\{2\frac{\omega^2}{c_t^2}\left(\frac{\Delta}{\varkappa} - q_z^2 + \frac{\omega^2}{c_l^2}\right)\sqrt{\left(\frac{\Delta}{\varkappa} + \frac{2\varepsilon}{1-\nu}\frac{\omega_0^2}{\varkappa} - q_z^2 + \frac{\omega^2}{c_l^2}\right)^2 + \frac{4\varepsilon}{(1-\nu)^2}\frac{\omega_0^2\omega^2}{\varkappa c_t^2}}\right\}^{-1},$$

$$B_2 = \frac{2(q_D^2 - q_z^2) + \left(\frac{\Delta}{\varkappa} + \frac{2\varepsilon}{1-\nu}\frac{\omega_0^2}{\varkappa} + q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right) - \sqrt{\left(\frac{\Delta}{\varkappa} + \frac{2\varepsilon}{1-\nu}\frac{\omega_0^2}{\varkappa} - q_z^2 + \frac{\omega^2}{c_l^2}\right)^2 + \frac{4\varepsilon}{(1-\nu)^2}\frac{\omega_0^2\omega^2}{\varkappa c_t^2}}}{2(q_D^2 - q_z^2) + \left(\frac{\Delta}{\varkappa} + \frac{2\varepsilon}{1-\nu}\frac{\omega_0^2}{\varkappa} + q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\Delta}{\varkappa} + \frac{2\varepsilon}{1-\nu}\frac{\omega_0^2}{\varkappa} - q_z^2 + \frac{\omega^2}{c_l^2}\right)^2 + \frac{4\varepsilon}{(1-\nu)^2}\frac{\omega_0^2\omega^2}{\varkappa c_t^2}}}\times$$

$$\times\frac{\left(\frac{\Delta}{\varkappa} + \frac{2\varepsilon}{1-\nu}\frac{\omega_0^2}{\varkappa} + q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\Delta}{\varkappa} + \frac{2\varepsilon}{1-\nu}\frac{\omega_0^2}{\varkappa} - q_z^2 + \frac{\omega^2}{c_l^2}\right)^2 + \frac{4\varepsilon}{(1-\nu)^2}\frac{\omega_0^2\omega^2}{\varkappa c_t^2}}}{\left(\frac{\Delta}{\varkappa} + \frac{2\varepsilon}{1-\nu}\frac{\omega_0^2}{\varkappa} + q_z^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right) - \sqrt{\left(\frac{\Delta}{\varkappa} + \frac{2\varepsilon}{1-\nu}\frac{\omega_0^2}{\varkappa} - q_z^2 + \frac{\omega^2}{c_l^2}\right)^2 + \frac{4\varepsilon}{(1-\nu)^2}\frac{\omega_0^2\omega^2}{\varkappa c_t^2}}},$$

$$\Delta = \omega_0^2 + \varkappa q_z^2 - \omega^2; \quad \varepsilon = 2(1+\nu)\chi_0\mu g^2\eta_x^2$$

— безразмерный параметр, определяющий связь упругого поля с полем параметра порядка η.

Список литературы

[1] Нечаев В. Н. // ФТТ. 1983. Т. 25. № 9. С. 2718—2722.
[2] Darinsky B. M., Nechaev V. N., Perevoznikov A. M. // Ferroelectrics. 1983. V. 48. N 1-2-3. P. 17—20.
[3] Кишинец Ю. М., Леванюк А. П., Морозов А. И., Сигов А. С. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 2. С. 601—604, 604—606.
[4] Корженевский А. Л., Лужков А. А. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 3. С. 787—789; Корженевский А. Л. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 9. С. 2754—2757.
[5] Альшиц В. И., Митлянский М. Д. // ЖЭТФ. 1980. Т. 78. № 5. С. 2073—2077.
[6] Леванюк А. П., Щедрина Н. В. // ФТТ. 1983. Т. 25. № 8. С. 2330—2333.
[7] Горбунов В. В., Нечаев В. Н. // Изв. вузов, физика. 1988. № 12. С. 59—64. Горбунов В. В., Нечаев В. Н. // Деп. в ВИНИТИ. М., 1987. № 4781-В87.
[8] Ninomiya T. // J. Phys. Soc. Jap. 1968. V. 25. N 3. P. 830—840.
[9] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Ч. I. М.: Наука, 1976. 584 с.
[10] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 248 с.
[11] Bross H. // Phys. St. Sol. 1964. V. 5. N 2. P. 329—342.
[12] Де Вит Р. Континуальная теория дисклинаций. М.: Мир, 1977. 208 с.
[13] Брус А., Каули Р. Структурные фазовые переходы. М.: Мир, 1984. 407 с.
[14] Альшиц В. И., Инденбом В. Л. // УФН. 1975. Т. 115. № 1. С. 3—39.
[15] Лайнс М., Гласс А. Сегнетоэлектрики и родственные материалы. М.: Мир, 1981. 736 с.

Воронежский политехнический институт
Воронеж

Поступило в Редакцию
17 февраля 1989 г.
В окончательной редакции
7 сентября 1989 г.