

УДК 538.115
© 1990

О ВЛИЯНИИ ПРОДОЛЬНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ НА ТЕМПЕРАТУРНУЮ ЗАВИСИМОСТЬ ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ ПРОВОДЯЩИХ МАГНЕТИКОВ

О. М. Толкачев, Н. И. Юрасов, П. Апелль¹

Построена флуктуационная теория температурных зависимостей основного состояния проводящих магнетиков. Исследовано различие в температурном поведении продольных и поперечных магнитных флуктуаций и вскрыты причины такого различия. Определена температурная зависимость квадрата намагниченности и впервые рассмотрена область, где сосуществуют вклады в намагниченность $\sim T^2$ от продольных и $\sim T^{1/2}$ от поперечных флуктуаций. Исследована зависимость от намагниченности коэффициентов в разложении свободной энергии. Полученные результаты применены для интерпретации экспериментальных данных по температурному поведению намагниченности сплава $ZrZn_2$.

1. В настоящее время большое внимание уделяется разработке флуктуационной теории [1-6] проводящих магнетиков с коллективизированными электронами. Успехи такой теории связаны с объяснением имеющихся экспериментальных результатов по магнитным, температурным, термоупругим зависимостям таких характеристик магнетиков, как восприимчивость, теплоемкость, намагниченность [1, 7, 8], и с предсказанием ряда новых закономерностей их поведения [1, 4, 5]. Существуют, на наш взгляд, вопросы, важные для построения такой флуктуационной теории магнетизма и не разработанные в достаточной степени на сегодняшний день. Одним из них является вопрос об изучении температурного поведения продольных магнитных флуктуаций $\langle m_z^2 \rangle$ и о различиях в температурных зависимостях продольных $\langle m_z^2 \rangle$ и поперечных $\langle m_x^2 \rangle$ флуктуаций. Температурные зависимости магнитных флуктуаций изучались ранее, например, в книге [1] (см. также [4, 7, 9]). Однако, на наш взгляд, существовавшие до настоящего времени подходы к описанию температурного поведения продольных и поперечных магнитных флуктуаций вскрывали не все имеющиеся различия такого поведения в разных температурных областях. В настоящей работе сформулирован подход, вскрывающий дополнительные к известным причины различного температурного поведения продольных и поперечных флуктуаций. Нами сформулированы отсутствовавшие ранее уравнения для асимптотического определения границ областей температур, в которых возникают зависимости T^2 и $T^{1/2}$ от $\langle m_z^2 \rangle$ и $\langle m_x^2 \rangle$, и впервые рассмотрена область, где сосуществуют вклады в намагниченность $\sim T^2$ от продольных и $\sim T^{1/2}$ поперечных флуктуаций. Высказанная в [2] мысль о возможности возникновения широкой области температур ниже T_c , в которой намагниченность $\sim T^2$ за счет вклада $\langle m_z^2 \rangle$, базировалась на проведенных в [2] численных расчетах. В данной работе в отличие от [2] в рамках модели электронной жидкости проведено аналитическое обоснование возможности наличия широкой области (порядка десятков процентов от T_c) температурной зависимости намагниченности $1-3(T/T_1)^{1/2}/5 - (T/T_2)^{1/4}$, возникающей от учета поперечных и продольных магнитных флуктуаций соответственно.

¹ Университет г. Умео, Швеция.

Запишем выражение для свободной энергии проводящего магнетика в виде [1, 4]

$$V^{-1}F(T, V, M) = V^{-1}F_0 + AM^2/2 + \gamma_u M^4/4, \quad (1)$$

$$A = a + 2\gamma_u(1 + a/\gamma_u M^2) \langle m_x^2 \rangle + 3\gamma_u(1 + a/3\gamma_u M^2) \langle m_z^2 \rangle, \quad (2)$$

где $a = B_+/\chi_p$; $\gamma_u = -o_3^2/48\beta^4 v$; $o_n = v'/v^n$; χ_p — паулиевская восприимчивость, равная $\chi_p = 2\beta^2 v$; ниже мы используем обозначение $\chi_0^{-1} = B_+ \chi_p^{-1}$; $B_+ = 1 + 2\psi v$; ψ — константа Ферми-жидкостного взаимодействия; β — магнитный момент электрона; v — плотность энергетических состояний на уровне Ферми с одной проекцией спина. Как известно [1, 2, 4], средний квадрат магнитной флуктуации определяется мнимой частью динамической восприимчивости. Следуя [1, 2, 4], при вычислении вкладов $\langle m_x^2 \rangle$ в (2) мы рассмотрим парамагнитную область ($q > q_{sw}$), в которой

$$\langle m_x^2 \rangle = \frac{\chi T}{2\pi^2} \int_{q_1}^{q_2} \frac{q^2 dq}{\chi_v^{-1} + C_{0v} q^2} \frac{1}{1 + (3\hbar\gamma_0 q/\pi\chi T) [\chi_v^{-1} + C_{0v} q^2]}, \quad (3)$$

где

$$q_1 = \begin{cases} q_{sw}, & v = \perp, \\ 0, & v = z, \end{cases} \quad q_{sw} = \frac{\Omega}{v} = k_F \frac{\hbar\Omega}{\hbar k_F v} \simeq k_F \frac{\hbar\Omega}{\epsilon_F} < q < q_2.$$

Здесь χ_v^{-1} — продольная и поперечная статистическая магнитная восприимчивость; величина C_{0v} определена ниже в (4). Частота спинового расщепления равна $\Omega = M/\hbar\beta v$; ϵ_F , $\hbar k_F$ — фермиевские значения энергии и импульса электрона. При получении (3) мы воспользовались, согласно [1, 2, 4], следующими выражениями величин продольной и поперечной магнитных восприимчивостей:

$$\chi_v^{-1}(q, \omega) = \chi_v^{-1}(q) [1 - i\omega\Gamma_v^{-1}(q)],$$

где

$$\chi_v^{-1}(q) = \chi_v^{-1} + C_{0v} q^2, \quad \Gamma_v(q) = \gamma_v q \chi_v^{-1}(q).$$

В парамагнитной области, когда $\omega < qv$, а $q_1 < q < q_2$, значения коэффициентов C_{0v} , как показано в [2], в модели изотропной зоны (когда фермиевское значение скорости v не зависит от направления) равны ($n = k_F^3/3\pi^2$ — плотность электронов)

$$C_{0\perp} = C_{0z} = C_0 [9^{1/2} \chi_p n^{1/2}]^{-1} \left[1 - \frac{3nv'}{2v^2} + \frac{9}{8} \left(\frac{nv'}{v^2} \right)^2 - \frac{9}{16} \frac{n^2 v''}{v^3} \right]. \quad (4)$$

Ниже мы используем такое значение C_0 . Для оценок будем также использовать выражение $C_0 = (3/4) [(9\pi)^{1/2} \chi_p n^{1/2}]^{-1}$, полученное в [2] для параболической зоны. Величина $\gamma_0 = 2v\chi_p \pi$. Для продольной и поперечной магнитной восприимчивостей χ , находим соотношения

$$\chi_{\perp}^{-1} = B/M = \partial F/M \partial M = A + (M/2) (\partial A/\partial M)_{T, V} + \gamma_u M^2, \quad (5)$$

$$\chi_z^{-1} = \partial B/\partial M = A + 2M (\partial A/\partial M)_{T, V} + (M^2/2) (\partial^2 A/\partial M^2)_{T, V} + 3\gamma_u M^2. \quad (6)$$

Одним из важных для флуктуационной теории магнетизма вопросов (поднятым впервые в [2]) является вопрос о том, каким образом зависит (и зависит ли вообще) величина $A(T, V, M)$ от намагниченности M . Важность решения этого вопроса определяется тем обстоятельством, что если A не зависит от M , то из условия $B = \partial F/\partial M = MA + M^2 (\partial A/\partial M)_{T, V}/2 + \gamma_u M^2$ находим равновесное значение намагниченности, равное $M_0^2 = -(A/\gamma_u) \times (1 - B\gamma_u^{1/2} A^{3/2})$. Если же A зависит от M , то для определения равновесного значения M^2 необходимо решить уравнение (5). Заметим, что использованная в [2] модель $\chi_z^{-1} = A + (1 + 2\eta)\gamma_u M^2$, где $\eta = (M/M_0)^2$, отвечает условию $\partial A/\partial M + 2\gamma_u M - 2\gamma_u M^3/M_0^2 = 0$, которое задает зависимость $A(M^2)$

уравнением $A + \gamma_u M^2 - \gamma_u M^4 / 2M_0^2 = \text{const}$. Каких-либо оснований считать, что $A(M^2) = \text{const} - \gamma_u M^2 + \gamma_u M^4 / 2M_0^2$, в [2] не приводится. Кроме того, как будет показано ниже, такая зависимость $A(M^2)$ не удовлетворяет уравнению (10).

2. Для определения зависимости A от M^2 в нашей теории мы рассмотрим отдельно вклад продольных и поперечных флуктуаций. В парамагнетной области

$$\begin{aligned} \langle m_{\perp}^2 \rangle &= (\chi T / 2\pi^2) \int_{q_{\text{min}}}^{\infty} q^2 dq (\chi_{\perp}^{-1} + C_0 q^2)^{-1} [1 + (3\hbar\gamma_0 / \pi \chi T) q (\chi_{\perp}^{-1} + C_0 q^2)^{-1}] = \\ &= \frac{\chi T}{\pi^2 C_0^{3/2} \chi_{\perp}^{1/2}} \int_{x_1}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(1+x^2)[1+\xi_{\perp} x(1+x^2)]} = \\ &= \begin{cases} (\chi T)^{1/2} \alpha_1 / \pi^2 C_0 (\hbar\gamma_0)^{1/2}, & \xi_{\perp} x_1^3 \ll 1, \\ (\chi T)^2 / 6\pi C_0^2 \hbar\gamma_0 q_{\text{min}}^2, & \xi_{\perp} x_1^3 \gg 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $\xi_{\perp} = 3\hbar\gamma_0 / \pi \chi T C_0^{1/2} \chi_{\perp}^{3/2}$. Величина χ_{\perp}^{-1} определена выражением (5); $x = q \sqrt{C_0 \chi_{\perp}}$; $x_1 = q_{\text{min}} \sqrt{C_0 \chi_{\perp}}$; $\alpha_1 = 2\pi^{1/2} \cdot 3^{-1/2} \approx 1.23$; $\chi T_{\perp} = 3\hbar\gamma_0 C_0 q_{\text{min}}^3 / \pi \approx \approx \epsilon_F (\hbar\omega / 2\epsilon_F)^3 / \pi^2$. Рассуждение правой части (7) показывает, что во всей области температур $T < T_c$ результат вычисления поперечных флуктуаций не зависит от χ_{\perp}^{-1} . Не зависят также от χ_{\perp}^{-1} условия $x_1^3 \gg 1$. Поэтому зависимость $\chi_{\perp}^{-1}(M)$ не вносит вклада, зависящего от M , в величины $\langle m_{\perp}^2 \rangle$ и A . С другой стороны, для вклада, возникающего от продольных флуктуаций, имеем

$$\begin{aligned} \langle m_{\parallel}^2 \rangle &= \frac{\chi T}{2\pi^2} \int_0^{q_c} \frac{q^2 dq}{[\chi_{\parallel}^{-1} + C_0 q^2] [1 + (3\hbar\gamma_0 / \pi \chi T) q (\chi_{\parallel}^{-1} + C_0 q^2)]} = \\ &= \frac{\chi T}{\pi^2 C_0^{3/2} \chi_{\parallel}^{1/2}} \int_0^{\xi_{\parallel}} \frac{x^2 dx}{(1+x^2)[1+\xi_{\parallel} x(1+x^2)]} = \begin{cases} (\chi T)^2 |\chi_{\parallel}| (6\pi C_0)^{-1} (\hbar\gamma_0)^{-1}, & \xi_{\parallel} \gg 1, \\ (\chi T)^{1/2} \alpha_1 \pi^{-2} C_0^{-1} (\hbar\gamma_0)^{-1/2}, & \xi_{\parallel} \ll 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $\xi_{\parallel} = 3\hbar\gamma_0 / \pi \chi T C_0^{1/2} \chi_{\parallel}^{3/2}$, χ_{\parallel}^{-1} задана соотношением (6), $x = q \sqrt{C_0 \chi_{\parallel}}$. Из соотношений (8) следует, что вблизи критической температуры T_c , когда $\xi_{\parallel} \ll 1$, продольные флуктуации не зависят от χ_{\parallel}^{-1} и, следовательно, не вносят в A вклада, зависящего от M . В случае низких температур ($\xi_{\parallel} \gg 1$, $\xi_{\perp} \gg 1$), когда $T < T_{\perp}$, зависимость A от M определяется решением нелинейного дифференциального уравнения

$$\begin{aligned} A &= a + 2\gamma_u (1 + a/\gamma_u M^2) \langle m_{\perp}^2 \rangle + 3\gamma_u (1 + a/3\gamma_u M^2) \langle m_{\parallel}^2 \rangle = \\ &= a + D \left\{ \left(1 + \frac{a}{\gamma_u M^2} \right) \frac{1}{3\gamma_u M^2} \frac{(\hbar k_F v)^2}{v} \left(\frac{3v'}{v} - v'' \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1 + a/3\gamma_u M^2}{A + 2MA' + M^2 A'' + 3\gamma_u M^2} \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$A^{(n)} \equiv \partial^{(n)} A / \partial M^n,$$

где $D = 3(\chi T)^2 \gamma_u / 6\pi C_0 \hbar\gamma_0$. При $T \rightarrow 0$ $A = a$. Для металла с изотропным законом дисперсии $(v'' - 3v'/v)/v = -\epsilon_F^2$. Если воспользоваться таким значением, то уравнение (9) можно привести к виду

$$A = a + D \left\{ \frac{4}{3\gamma_u M^2} \left(1 + \frac{a}{\gamma_u M^2} \right) + \left(1 + \frac{a}{3\gamma_u M^2} \right) \frac{1}{A + 2MA' + M^2 A'' / 2 + 3\gamma_u M^2} \right\}. \quad (10)$$

Решение уравнения (10) будем искать в виде $A = a + Df(M)$, где уравнение для f имеет следующую форму:

$$f = (4/3\gamma_u M^2) \left(1 + \frac{a}{\gamma_u M^2} \right) + \left(1 + \frac{a}{3\gamma_u M^2} \right) [a + D(f + 2Mf' + M^2 f'' / 2) + 3\gamma_u M^2]^{-1} \quad (11)$$

Воспользовавшись малостью D по сравнению с $|\chi^-|$ ($\xi_r \geq 1$), будем искать решение (11) в виде разложения по степеням $D \sim (\chi T)^2$. Если при решении (11) ограничиться слагаемыми, содержащими T^2 , и отбросить слагаемые T^4 , то для A находим следующее соотношение:

$$A = a + Df_0 = a + D [5/3\gamma_u M^2 + 4a/3 (\gamma_u M^2)^2]. \quad (12)$$

Подставляя (12) в (5), находим уравнение для определения равновесного значения намагниченности в области температур $T < T_\perp$

$$B/M = a + \gamma_u M^2 - 4aD/3 (\gamma_u M^2)^2. \quad (13)$$

Решение уравнения (13) дает равновесное значение намагниченности при $T < T_\perp$

$$M^2 = -\frac{a}{\gamma_u} \left[1 - \frac{4D}{3a^2} + \frac{B\gamma_u^{1/2}}{|a|^{3/2}} \right]. \quad (14)$$

Соотношение (14) показывает, что намагниченность в области низких температур зависит от температуры как T^2 в силу того, что D пропорционален T^2 . Такой вывод получен нами при учете зависимости $A(M)$ от намагниченности M .

Рассмотрим теперь область температур $T_\perp < T_\parallel < T < T_c$, в которой, как следует из (7) и (8), $\langle m_\perp^2 \rangle = (\chi T)^{1/2} \alpha_1 \pi^{-2} C_0^{-1/2} (\hbar \gamma_0)^{-1/2} = \langle m_r^2 \rangle$. В этой области температур зависимость A от M определяется, согласно (2), выражением $A = a + \bar{D} [5 + 3a/\gamma_u M^2]$, где $\bar{D} = (\chi T)^{1/2} \alpha_1 \gamma_u \pi^{-2} C_0^{-1/2} (\hbar \gamma_0)^{-1/2}$. Подстановка выражения для A в (5) позволяет нам найти уравнение для равновесного значения намагниченности при $T_\perp < T < T_c$

$$B/M = a + \gamma_u M^2 + 5\bar{D}. \quad (15)$$

Решение уравнения (15) дает равновесное значение квадрата намагниченности при $T_\perp < T$

$$M^2 = -\frac{a}{\gamma_u} \left[1 - \frac{5\bar{D}}{|a|} + \frac{B\gamma_u^{1/2}}{|a|^{3/2}} \right]. \quad (16)$$

Из рассмотрения соотношения (16) следует, что в области температур $T_\perp < T < T_c$ температурное поведение намагниченности определяется зависимостью $T^{1/2}$. Вклад в такой закон вносят как продольные, так и поперечные флуктуации. Такой вывод совпадает с известными ранее [1, 2].

Перейдем к рассмотрению промежуточной области температур $T_\perp < T < T_\parallel$, в которой $\langle m_\perp^2 \rangle = (\chi T)^{1/2} \alpha_1 \pi^{-2} C_0^{-1/2} (\hbar \gamma_0)^{-1/2}$, а $\langle m_z^2 \rangle = (\chi T)^2 / 6\pi C_0 \hbar \gamma_0 |\chi_r|^{-1}$. В этой области температур зависимость $A(M)$ определяется, согласно (2), решением уравнения

$$A = a + 2\bar{D} \left(1 + \frac{a}{\gamma_u M^2} \right) + \bar{D} \left(1 + \frac{a}{3\gamma_u M^2} \right) \frac{1}{A + 2MA' + M^2 A''/2 + 3\gamma_u M^2}, \quad (17)$$

которое можно упростить, воспользовавшись малостью производных A' и A'' по сравнению с A/M_0 и A/M_0^2

$$A = a + 2\bar{D} \left(1 + \frac{a}{\gamma_u M^2} \right) + \frac{\bar{D}}{3\gamma_u M^2} \left[1 - \frac{2MA' + M^2 A''/2 + A - a}{a + 3\gamma_u M^2} \right]. \quad (18)$$

Решение уравнения (18) будем искать в виде

$$A = a + 2\bar{D} (1 + a/\gamma_u M^2) + D [1 - f(M)]/3\gamma_u M^2. \quad (19)$$

Подстановка (19) в (18) дает нам уравнение для определения $f(M)$

$$d^2 f/dM^2 + (6\gamma_u/D) [1 + 3\gamma_u M^2] f = 6\gamma_u \bar{D}/D. \quad (20)$$

В безразмерных переменных $x = M/M_0$ и $\lambda = 6a^2/D$ уравнение (20) принимает вид $f_{xx} - \lambda (1 - 3x^2)f = -6a\bar{D}/D$. Для того чтобы решить это уравнение, перейдем к переменной $z = x^2$, относительно которой уравнение для

функции f принимает вид $f'' + f'/2z - \lambda(4z)^{-1}(1-3z)f = -3aD(2Dz)^{-1}$. Его решение имеет следующую форму:

$$f(z) = C_1 \varphi_1(z) + C_2 \varphi_2(z) + \varphi_2(z) \int h(z) \varphi_1(z) W^{-1}(z) dz - \varphi_1(z) \int h(z) \varphi_2(z) W^{-1}(z) dz,$$

где C_1, C_2 — постоянные интегрирования; φ_1, φ_2 — решения однородного уравнения $4z\varphi'' + 2\varphi' - \lambda(1-3z)\varphi = 0$, $h(z) = -3aD/2Dz$, $W(z) = = \varphi_1\varphi_2' - \varphi_1'\varphi_2$; $\varphi' = d\varphi/dz$. Решением однородного уравнения являются функции Уиттекера (умноженные на $z^{-1/4}$)

$$\varphi_1(z) = z^{-1/4} M_{\sqrt{3\lambda}/12, -1/4}(z\sqrt{3\lambda}), \quad \varphi_2(z) = z^{-1/4} M_{\sqrt{3\lambda}/12, 1/4}(z\sqrt{3\lambda}).$$

Считая $D \ll a^2$ и используя асимптотические выражения для функций Уиттекера, представим решения уравнений для φ и f в следующем виде:

$$\varphi_1 = \cos(z\lambda/2), \quad \varphi_2 = \sin(z\lambda/2), \quad f(z) = C_1 \cos(z\lambda/2) + C_2 \sin(z\lambda/2) - (D/2a) [\sin(z\lambda/2) \text{Ci}(z\lambda/2) - \cos(z\lambda/2) \text{Si}(z\lambda/2)].$$

Считая аргумент $z\lambda/2 < 1$ и удерживая старшие члены разложения, f представим в виде

$$f(x) = C_1 + C_2 \lambda x^2/2 - \pi D/4a = \bar{C}_1 + \bar{C}_2 x^2. \quad (21)$$

Граничные условия для определения \bar{C}_1 и \bar{C}_2 возникают из условия сшивки выражений (12), $A(T > T_\perp)$ и (19). Температура T_\perp , при которой происходит переход от выражения (12) к соотношению (19), как указывалось выше, определяется из условия $x_{\perp}^{\text{Ф}} = 1$ и равна $T_\perp = (\epsilon_F/x) (\hbar\Omega/2\epsilon_F)^{3/2} \pi^{-2} = = (\epsilon_F/x) |6B_+|^{3/2} \pi^{-2}$ для сферической или $T_\perp = (\epsilon_F/x) [6B_+ \nu / (\nu'' - 3\nu'^2/\nu) \epsilon_F^2]^{3/2} \pi^{-2}$ для произвольной поверхности Ферми. Условие сшивки (12) и (19) при температуре T_\perp имеет вид

$$\frac{4D_\perp}{3\gamma_u M_\perp^2} \left(1 + \frac{a}{\gamma_u M_\perp^2}\right) + \frac{D_\perp}{3\gamma_u M_\perp^2} = 2\bar{D}_\perp \left(1 + \frac{a}{\gamma_u M_\perp^2}\right) + \frac{D_\perp}{3\gamma_u M_\perp^2} \left(1 - \bar{C}_1 - \bar{C}_2 \frac{M_\perp^2}{M_0^2}\right).$$

Здесь обозначено: $M_\perp = M(T_\perp)$, $D_\perp = D(T_\perp)$, $\bar{D}_\perp = \bar{D}(T_\perp)$. Соотношение (условие сшивки) можем привести к виду

$$\bar{C}_1 + \bar{C}_2 M_\perp^2/M_0^2 = 2[2\bar{D}_\perp \gamma_u M_\perp^2/D_\perp - 4/3][1 + a/\gamma_u M_\perp^2]. \quad (22)$$

Здесь $M_\perp^2 = M_0^2(1 - 4D_\perp/3a^2)$, а отношение $2\bar{D}_\perp \gamma_u M_\perp^2/D_\perp = 8\pi\alpha_1 3^{-3/2}(1 - 4D_\perp/3a^2)$, что позволяет записать $\bar{C}_2 = \{-\bar{C}_1 - 4[8\pi\alpha_1(1 - 4D_\perp/3a^2) \cdot 3^{-3/2} - -1] \cdot 4D_\perp/3a^2\}(1 - 4D_\perp/3a^2)^{-1}$. Входящее сюда отношение $4D_\perp/3a^2$ мало и равно $4D_\perp/3a^2 = 4|B_+|(6/\pi)^2 \ll 1$. Учитывая такую малость, ниже будем считать, что $\bar{C}_2 = -\bar{C}_1$, а выражение для $f(x)$ и $A(M)$ в области $T_\perp < < T < T_\parallel$ представим как

$$f(x) = \bar{C}_1(1 - x^2), \\ A(M) = a + 2\bar{D}(1 + a/\gamma_u M^2) + D(1 - \bar{C}_1 + \bar{C}_1 M^2/M_0^2)/3\gamma_u M^2.$$

Используя полученное выражение для $A(M)$, можем найти равновесное значение намагниченности из уравнения (5) для χ_\perp^{-1} , которое принимает вид

$$B/M = A + MA'/2 + \gamma_u M^2 = a + 2\bar{D} + \bar{C}_1 D/3\gamma_u M_0^2 + \gamma_u M^2. \quad (23)$$

Решение уравнения (23) дает

$$M^2 = -(a/\gamma_u) [1 + 2\bar{D}/a - \bar{C}_1 D/3a^2 + B\gamma_u^{1/2}/|a|^{3/2}]. \quad (24)$$

Величину константы \bar{C}_1 мы находим из условия сшивки выражений (24) и (16) в точке $T = T_\perp$. Например, в наиболее интересном для нас случае $T_\perp \rightarrow T_c$ получаем из условия сшивки ($M \rightarrow 0$, $T \rightarrow T_c$): $\bar{C}_1 = 1 - 3\bar{D}a/D$. Отсюда в области $T_\perp < T < T_\parallel$ имеем

$$A(M) = a + 3\bar{D}(1 + a/\gamma_u M^2) - D/3a, \quad (25)$$

$$M^2 = M_0^2 [1 + 3\alpha_1 \gamma_u (\kappa T)^{1/3} / \alpha \pi^2 C_0^{1/3} (\hbar \gamma_0)^{1/3} - \gamma_u (\kappa T)^2 / 6\pi C_0 a^2 \hbar \gamma_0 + B \gamma_u^{1/2} |a|^{-3/2}]. \quad (26)$$

Как видно из (26), в области $T_{\perp} < T < T_{\parallel}$ в температурном поведении намагненности сосуществуют два закона; $\sim T^2$, возникающий от учета продольных флуктуаций, и $\sim T^{1/3}$, возникающий от учета поперечных флуктуаций. Такой вывод является новым по сравнению со сделанными ранее в [2, 3, 10]. В частности, в [2] указывалось на возможность возникновения широкой области зависимости T^2 в намагненности, но не обсуждалась область сосуществования зависимостей T^2 и $T^{1/3}$. В [3] вообще не обсуждался вклад $\sim T^2$ от продольных флуктуаций.

Суммируя изложенное выше, можем утверждать, что температурное поведение квадрата намагненности определяется следующим образом:

$$M^2(T) = M_0^2 \begin{cases} 1 - (T/T_u)^2, & T < T_{\perp}, \\ 1 - 1/4 (T/T_u)^2 - 3/8 (T/T_1)^{1/3}, & T_{\perp} < T < T_{\parallel}, \\ 1 - (T/T_1)^{1/3}, & T_{\parallel} < T < T_1 = T_c. \end{cases} \quad (27)$$

Здесь $\kappa T_1 = \kappa T_c = C_0 |\pi^2 a / 5\alpha_1 \gamma_u|^{3/2} (\hbar \gamma_0)^{1/2} = |\pi^2 B_+ / 5\alpha_1|^{3/2} \epsilon_F (3\pi)^{-1/2} [3\pi^2 n (v^2 - 3v^{2/3}) \epsilon_F v^{-2}]^{-3/2}$. (Такое выражение совпадает с полученным в [2]). Для сферической поверхности Ферми $3\pi^2 n (v^2 - 3v^{2/3}) v^{-2} = [4\pi^2]^{-1}$, а выражение для T_1 принимает вид $\kappa T_1 = \epsilon_F |B_+|^{3/2} (3\pi)^{-1/2} (20\alpha_1)^{-3/2}$. Значение T_u равно $\kappa T_u = [3\pi C_0 \hbar \gamma_0 a^2 / 2\gamma_u]^{1/2} = \sqrt{6} |B_+| \epsilon_F [3\pi^2 n (v^2 - 3v^{2/3}) v^{-2}]^{-1/2}$, что для сферической поверхности Ферми дает $\kappa T_u = \sqrt{6} \epsilon_F |B_+| (2\pi)^{-1}$. Как следует из (16) и (27), в области $T_{\parallel} < T < T_c < \langle m_{\perp}^2 \rangle \sim T^{1/3}$, $\langle m_z^2 \rangle \sim T^2$, а критическая температура $T_c = T_1$ определяется как продольными, так и поперечными флуктуациями.

3. В этом разделе мы обсудим важный для нашей теории вопрос о ширине области $T_{\perp} < T < T_{\parallel}$, в которой сосуществуют зависимости T^2 и $T^{1/3}$ в намагненности. Иными словами, речь идет об определении величины отношений T_{\parallel}/T_{\perp} , T_1/T_{\perp} , T_1/T_1 , T_1/T_{\perp} , T_1/T_u . Здесь

$$\kappa T_{\perp} = \frac{3\hbar \gamma_0 C_0 q_{2m}^2}{\pi} = 9\pi \hbar \gamma_0 C_0 n \left(\frac{M}{2\epsilon_F \beta v} \right)^2 \simeq \frac{\epsilon_F (6B_+)^{3/2}}{\pi^2} \left[\frac{v}{(v^2 - 3v^{2/3}) \epsilon_F^2} \right]^{3/2}. \quad (28)$$

Для сферической поверхности Ферми $\kappa T_{\perp} = \epsilon_F (6B_+)^{3/2} \pi^{-2}$. Температура T_1 , согласно (8), определяется условием $\xi_x(T_1) = 1$ и

$$\kappa T_{\parallel} = \frac{3\hbar \gamma_0 (2|a|)^{3/2}}{\pi C_0^{1/3}} \left[1 + \frac{5D}{a} \right] = \kappa T_0 \left[1 - \left(\frac{T_1}{T_1} \right)^{1/3} \right], \quad (29)$$

где обозначено $\kappa T_0 = (24B_+)^{3/2} \epsilon_F \pi^{-2}$. Для определения температуры T_1 мы должны решить уравнение $1 - (T_1/T_1)^{1/3} - (T_1/T_0)^{1/3} = 0$. Отношение температур T_0/T_{\perp} равно

$$T_0/T_{\perp} = 8 \left[\epsilon_F^2 (3v^{2/3} - v^2) v^{-1} \right]^{3/2} = 8G^{3/2}. \quad (30)$$

Величина отношения $G = \epsilon_F^2 (3v^{2/3} - v^2) v^{-1}$, входящего в (30), зависит от конкретного вида поверхности Ферми металла. Если записать плотность состояний для изотропного закона дисперсии в виде $\nu(\epsilon) = \text{const } \epsilon^N$ (для «сферы» $N=1/2$, для «чечевицы» $N=1$), то $G(N) = N(2N+1)$. Для сферической поверхности Ферми $G(1/2)=1$, $T_0/T_{\perp}=8$, а для поверхности Ферми в виде «чечевицы» $G(1)=2$, а отношение температур $T_0/T_{\perp} = 24\sqrt{3} \simeq 42$. Если $N > 1$, то отношение T_0/T_{\perp} растет с ростом N ($N=2$, $G(2)=10$, $T_0/T_{\perp}=80\sqrt{10}$). Для такой поверхности, у которой $N < 1/2$, отношение T_0/T_{\perp} меньше, чем у сферической.

Как следует из (29), температура $T_{\perp} \approx T_1 = T_c$ в том случае, если $T_0 \gg T_1$. Для того чтобы область $T_{\perp} < T < T_1$ была достаточно широкой, с одной стороны, а с другой стороны, T_1 стремилось к T_c слева, необходимо потребовать выполнения следующей системы неравенств: $T_{\perp} \ll T_1 \ll T_0$. Подстановка в систему неравенств значений T_1 , T_{\perp} и T_0 приводит к следующей системе неравенств на величину ферми-жидкостного параметра B_+ :

$$\delta \zeta / 16 \ll |B_+| \ll (\epsilon_F v / n)^2 \delta / \zeta. \quad (31)$$

Здесь δ — число, равное $\delta = \pi^{1/2} / 6^2 \cdot 3^{1/2} \cdot 5 \alpha_1 = 0.015$; параметр $\zeta = G^{-1} (v_F / n)$; n — плотность электронов. Неравенство (31) выполняется тем лучше, чем меньше величина ζ . Как мы видели выше, для поверхности Ферми в виде сферы $G=1$, $n/v_F=4/3$, $\zeta=3/4$. Неравенство (31) приводится в этом случае к виду $7 \cdot 10^{-4} < |B_+| < 112 \cdot 10^{-4}$. Для поверхности Ферми

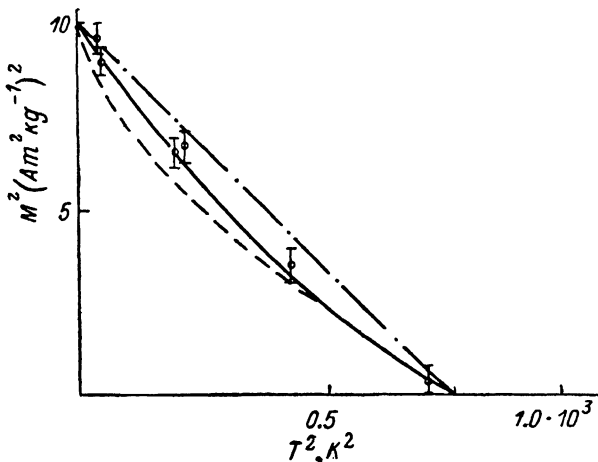


График зависимости (33) квадрата намагниченности как функции квадрата температуры.

в виде «чечевицы» $G=3$, $n/v_F=1/2$, $\zeta=2/3$. Неравенство (31) приводится в этом случае к виду $6 \cdot 10^{-4} < |B_+| < 126 \cdot 10^{-4}$. Для несферической поверхности Ферми малость ζ по сравнению с единицей не является чем-то экзотичным. Например, из данных [11] для $G^{-1} = v / (3v'^2 / v - v'') \epsilon_F^2$ для сплава $ZrZn_2$, получаем оценку $G^{-1} \approx 0.05$, откуда $\zeta \approx 0.067$ (если считать $n/v_F \sim 1$). Используя такую оценку для ζ в (31), мы получаем для ферми-жидкостного параметра B_+ систему неравенств, удовлетворяющихся в сравнительно широкой области значений B_+ : $3 \cdot 10^{-5} \ll |B_+| \ll 0.24$. Сравнивая три последние оценки для $|B_+|$, видим, что если для сферической поверхности Ферми правая и левая границы $|B_+|$ различаются в 16 раз, для «чечевицы» в 21 раз, то при $\zeta=0.067$ такое различие достигает четырех порядков. При выполнении (31) в температурной зависимости намагниченности

$$M^2(T) = M_0^2 [1 - 1/4 (T/T_u)^2 - 2/5 (T/T_1)^{1/2}] \quad (32)$$

оба вклада сравнимы между собой во всей области $T_{\perp} < T < T_1$. Условие $(T^*/T_u)^2 / 4 = 3 (T^*/T_1)^{1/2} / 5$ выполняется при температуре $T^* = (12/5)^{1/2} T_u^2 / T_1^2$ (для сферической поверхности $T^* = |B_+|^{1/2} \epsilon_F (72 \alpha_1 / \pi^2)^{1/2} \cdot 3 \pi^2 x^{-1}$), по порядку величины совпадающей с T_0 .

4. В этом разделе мы применим полученные результаты для интерпретации экспериментальных данных, полученных в экспериментах с проводящим магнетиком $ZrZn_2$ [11, 12]. Во-первых, каждый из этих экспериментов с относительно хорошей точностью описывается зависимостью $M^2(T)/M_0^2 = 1 - (T/T_c)^2$ (при различных T_c и M_0^2), а во-вторых, наличие имеющиеся противоречия с выводами флуктуационной теории [1, 2] о том,

что в широкой области температур $T < T_c$, $M^2(T)/M_0^2 = 1 - (T/T_c)^{1/2}$. Такое противоречие, как представляется, можно устранить на основании результатов, полученных в настоящей работе. Мы примем также в своих расчетах следующее значение T_c : $T_c = 27$ К. На основании определенных T_c , T_1 , T_u , T_0 находим величину параметра $|B_+| = 0.006$, $T_1 = 1.5$ К, $T_u = 30.5$ К. Величина температуры T_1 определяется из уравнения (29), $T_1 = 25.6$ К.

Вывод, который можно сделать из проведенного рассмотрения, следующий. Для сплава $ZrZn_2$ возникает широкая область температур $1.5 \text{ К} < T < 25.6 \text{ К}$, в которой вследствие учета продольных магнитных флуктуаций возникает вклад в намагниченность $M^2(T)$, пропорциональный T^2 . Но наряду с таким вкладом в этой области существует вклад зависимости $T^{1/2}$ (от поперечных флуктуаций), и этот вклад сравним по абсолютной величине с вкладом T^2 .

Для того чтобы продемонстрировать сказанное на примере мы приведем график зависимости (см. рисунок)

$$\frac{M^2(T)}{M_0^2} = \begin{cases} 1 - (T/T_u)^2, & 0 < T < T_1 = 1.5 \text{ К}, \\ 1 - (T/T_u)^2/4 - 3(T/T_1)^{1/2}/5, & 1.5 \text{ К} = T_1 < T < T_u, \\ (1 - (T/T_1)^{1/2}), & 25.6 \text{ К} = T_1 < T < T_c = 27 \text{ К}. \end{cases} \quad (33)$$

как функции T^2 со значениями входящих параметров, вычисленных выше. График зависимости (33) приведен на рисунке сплошной линией. Штрихпунктирной линией проведена прямая $M^2(T)/M_0^2 = 1 - (T/T_c)^2$, которой ранее [11] описывали экспериментальные данные. Нанесены экспериментальные точки. Согласие кривой (33) с экспериментом при температурах выше 1.5 К лучше, чем зависимости $1 - (T/T_c)^2$, как видно из рисунка. Штриховая линия изображает зависимость $M^2(T)/M_0^2 = 1 - (T/T_c)^{1/2}$, которая возникала бы без учета вклада продольных флуктуаций $\sim T^2$. Такая кривая проходит ниже экспериментальных точек.

Авторы благодарят В. П. Силина за многочисленные обсуждения работы.

Список литературы

- [1] Moriya T. Spin fluctuation in itinerant electron magnetism B., N. Y., S—V., 1985. 239 p.
- [2] Lonzarich G. G., Taillefer L. // J. Phys. C. Sol. St. Phys. 1985. V. 18. N 22. P. 4339—4371.
- [3] Moriya T. // J. Phys. Soc. Jap. 1982. V. 51. N 9. P. 2806—2818.
- [4] Толкачев О. М. // ФТТ. 1989. Т. 31. № 5. С. 40—46.
- [5] Силин В. П., Солонцов А. З. // Препринт ФИАН. 1987. № 239. 30 с.
- [6] А. С. Кондратьев, В. М. Уздин. Электронная жидкость магнитоупорядоченных металлов. Л., 1988. 200 с.
- [7] Shimizu M., Inoue J., Nagasawa S. // J. Phys. F. Met. Phys. 1984. V. 14. N 12. P. 2673—2687.
- [8] Gignoux D., Givord F., Lemaire R., Tasset F. // J. Less-Comm. Met. 1983. V. 94. N 1. P. 1—15.
- [9] Толкачев О. М. // ФММ. 1988. Т. 66. № 6. С. 1089—1096.
- [10] Дзялошинский И. Е., Кондратенко П. С. // ЖЭТФ. 1976. Т. 70. № 5. С. 1987—2005.
- [11] Mattoks P. G., Melville D. // J. Phys. F. Metal. Phys. 1978. V. 8. N 6. P. 1291—1307.
- [12] Kontani M., Hioki T., Masuda Y. // J. Phys. Soc. Jap. 1975. V. 39. N 3. P. 665—671.