

УДК 537.311.322 : 537.638

© 1990

ПРОБОЙ КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА, СВЯЗАННЫЙ С БЕЗРАЗОГРЕВНОЙ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ

О. Г. Балева

Предложена картина пробоя квантового эффекта Холла (КЭХ) в гетероструктурах, которая основана на полученной в работе возможности отрицательной дифференциальной проводимости при рассеянии двумерного электронного газа (2МЭГ) на объемных акустических фононах, если тянущее электрическое поле $E_y > sH_z/c$ (s — скорость акустического фонона, H_z — внешнее магнитное поле). Показано, что учет разогрева 2МЭГ может привести к полному подавлению ОДП при понижении температуры решетки T (полагается, что $T \gg ms^2$, где m — электронная эффективная масса). Предложенная картина пробоя КЭХ согласуется с экспериментом.

В работе [1] было открыто явление пробоя КЭХ, при котором диссипация (пропорциональная σ_{yy}) возрастала более чем в 10^4 раз при изменении тока менее чем на 1 %. Пробой КЭХ затем экспериментально исследовался не только в GaAs—Al_xGa_{1-x}As гетероструктурах [2, 3], но и в кремниевых МДП структурах [4]. Наблюдение пробоя КЭХ в МДП структурах затруднено явлением шнурования холловского тока [4, 5]. Подавление этой возможности уменьшением ширины области 2МЭГ [4] (до 10^{-3} см в [4]) требует, вообще говоря, исследования влияния малой ширины канала 2МЭГ на пробой КЭХ. Заметим, что в работе [6] наблюдались специфические свойства пробоя КЭХ в 2МЭГ, ограниченном в плоскости наименьшим размером $\sim 10^{-3}$ см. Ниже мы ограничимся рассмотрением пробоя КЭХ в 2МЭГ широких каналов гетероструктур [1, 2].

Общепринятой картины пробоя КЭХ сейчас нет [5, 7]. Большая часть теоретических работ по пробую КЭХ связывает это явление с электрон-фононным взаимодействием [8-12] (см. также обзор [7]). Рассмотрение [8] основано на введении в уравнение Ньютона феноменологического члена, описывающего ступенчатое включение конечной силы трения, если скорость холловского дрейфа v_x 2МЭГ превышает s , $v_x = cE_y/H_z$. В работе [9] получено $\sigma_{yy} \sim \exp[-\hbar\Omega/2m(v_x - s)^2]$, что, как отмечено в [9], приводит к пробойному току в 20 раз больше наблюдаемого [1, 2]; $\Omega = |e|H_z|mc$ — циклотронная частота. Поскольку в эксперименте [1, 2] уровень Ферми находился посередине между соседними уровнями Ландау ($\hbar\Omega \gg T$), в [9] рассматривались только межуровневые переходы. Действительно, в однородной устойчивой системе только при заметном опустошении занятого уровня Ландау могут стать существенными переходы [внутри уровня (возможные при $v_x > s$)] [9]. В работе [10] при учете неоднородности в системе отмечены облегчение эмиссии фононов при $v_x > s$ и возможное уменьшение ее эффективной ширины, что также способствует пробую КЭХ. В [11] получены выражения для диссипативного тока ($j_y = \sigma_{yy}E_y$), возникающего при $v_x > s$ в неоднородном образце; $T=0$. В однородном случае в [11] получен результат, аналогичный [9]. В работе [12], помимо исследования условий пробоя из-за эффекта спонтанной эмиссии фононов в неодно-

родном образце, рассчитывается электронная температура¹ в условиях излучения фононов в диссипативном ($v_x > s$) режиме; $T=0$.

Ниже мы будем пренебрегать статическим случайным потенциалом и покажем, что возможен пробой КЭХ, связанный с возникновением отрицательной дифференциальной проводимости (ОДП), при $v_x > s$. Будем рассматривать взаимодействие 2МЭГ с объемными акустическими фононами. Отметим, что взаимодействие 2МЭГ с объемными фононами наиболее актуально не только в гетероструктурах, но и в МДП структурах [13], тонких полупроводниковых пленках [14, 15]. Полагаем, что сильное квантующее магнитное поле $\mathbf{H} \parallel Oz$ перпендикулярно плоскости 2МЭГ, стационарное электрическое поле $\mathbf{E} \parallel Oy$. Нетрудно показать, что разогревом фононов можно пренебречь. Вначале будем пренебрегать разогревом 2МЭГ, затем мы рассмотрим разогрев 2МЭГ и учтем его влияние на σ_{yy} . Отметим, при взаимодействии 2МЭГ с двумерными фононами [9] уже возникает вопрос о разогреве фононов и отводе энергии от системы в конечных электрических полях.

Заметим, что в работах [9-12] вольт-амперная характеристика (ВАХ) монотонна, т. е. ОДП отсутствует. Предлагаемая нами картина пробоя КЭХ основана на том, что 1) при $E_y = sH_x/c$ $\sigma_{yy}(E_y)$ резко возрастает (хотя σ_{yy} еще имеет очень малый фактор $\geq \exp(-\hbar\Omega/2T)$, если уровень Ферми проходит посередине между соседними уровнями Ландау) из-за того, что начинают давать вклад переходы с испусканием фононов без изменения номера уровня Ландау; 2) дальнейший рост E_y ведет к монотонному увеличению характерного значения \bar{q}_x — z -компоненты испускаемых 2МЭГ акустических фононов, что приводит к безразогревной ОДП при рассеянии на деформационных акустических фононах (ДА рассеяние), если учесть конечность области локализации 2МЭГ в направлении z (последнее приводит к дополнительному фактору в матричном элементе, зависящему от q_x и убывающему с ростом $|q_x|$); 3) при рассеянии на поляризационных акустических фононах (ПА рассеяние) из-за роста \bar{q}_x с увеличением E_y (характерные значения $\bar{q}_{x,y}$ меняются сравнительно мало) характерная величина электрон-фононного взаимодействия убывает настолько быстро, что это приводит к ОДП даже без учета конечности области локализации 2МЭГ в направлении z ; 4) наличие ОДП при $E_y \geq sH_x/c$ или $v_x \geq s$ приводит к неустойчивости почти бездиссипативного режима — пробой КЭХ. Заметим, что в отсутствие статических неоднородностей критический ток, полученный в [9, 11], соответствует $v_x \sim 10s$, если сделать оценку применительно к эксперименту [1-3].

1. Диссипативные потоки

В представлении вторичного квантования гамильтониан задачи

$$\hat{H} = \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha} \hat{a}_{\alpha}^{\dagger} \hat{a}_{\alpha} + \sum_{\mathbf{q}} \hbar \omega_{\mathbf{q}} \hat{b}_{\mathbf{q}}^{\dagger} \hat{b}_{\mathbf{q}} + \sum_{\mathbf{q}, \alpha, \alpha'} \hat{a}_{\alpha}^{\dagger} \hat{a}_{\alpha'} \vartheta(t - \Delta t) \times \\ \times [(d_{\mathbf{q}})_{\alpha\alpha'} C_{\mathbf{q}} \hat{b}_{\mathbf{q}} + (d_{-\mathbf{q}})_{\alpha\alpha'} C_{\mathbf{q}}^* \hat{b}_{\mathbf{q}}^{\dagger}]. \quad (1)$$

Здесь \hat{a}^{\dagger} , \hat{a} и $\hat{b}_{\mathbf{q}}^{\dagger}$, $\hat{b}_{\mathbf{q}}$ — операторы рождения и уничтожения электронов и фононов; $\vartheta(t) = 0$ при $t < 0$ и $\vartheta(t) = 1$ при $t > 0$, $\Delta t > 0$ и конечно; $\hat{H}_0 |\alpha\rangle = \epsilon_{\alpha} |\alpha\rangle$ (вектор-потенциал выбран в калибровке Ландау), где

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2m} [(\hat{P}_x + eH_x y/c)^2 + \hat{P}_y^2 + \hat{P}_z^2] + V(z) - eE_y y, \quad (2)$$

\hat{P}_i — оператор i -й компоненты импульса; $V(z)$ — потенциал квантовой ямы гетероструктуры, в которой находится 2МЭГ; $C_{\mathbf{q}}$ — константа элек-

¹ Около порога пробоя $T_c \approx \hbar\Omega$ [12], если уровень Ферми находится в середине щели между соседними уровнями Ландау. Это значительно выше экспериментальных оценок T_c , например, в [3] ($\hbar\Omega/2 \approx 3.29$ мэВ соответствовало бы $T_c/k \approx 76$ К, k — постоянная Больцмана).

трон-фононного взаимодействия; зависимость от спина пренебрегаем. Мы полагаем, что при $t = \Delta t$ включается взаимодействие 2МЭГ с фононами. По предположению, 2МЭГ заселяет только основной уровень W_0 размерного квантования в яме и энергетическая щель, разделяющая занятые состояния и первый возбужденный уровень W_1 размерного квантования, достаточно велика, чтобы пренебречь переходами на последний. Тогда, не ограничивая общности рассмотрения, полагаем $\alpha = n_\alpha$, $k_{x\alpha}$, W_0 ; матричный элемент $(d_{\mathbf{q}})_{\alpha\alpha'} \equiv \langle \alpha | \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) | \alpha' \rangle$,

$$\varepsilon_\alpha = \hbar\Omega (n_\alpha + 1/2) + \hbar k_{x\alpha} v_x - e^2 E_y^2 / 2m\Omega^2 + W_0, \quad (3)$$

где W_0 — энергия основного состояния в квантовой яме; $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_{\alpha 0}$ при $E_y = 0$. Из (3) видно, что по $k_{x\alpha}$ состояния H_0 не вырождены.

Запишем уравнения движения операторов

$$i\hbar \frac{\partial \hat{a}_y}{\partial t} = [\hat{a}_y, \hat{H}] - \frac{i\hbar}{\tau_1} (\hat{a}_y - \hat{a}_y^{(0)}(t)), \quad (4a)$$

$$i\hbar \frac{\partial \hat{b}_{\mathbf{q}}}{\partial t} = [\hat{b}_{\mathbf{q}}, \hat{H}] - \frac{i\hbar}{\tau_2} (\hat{b}_{\mathbf{q}} - \hat{b}_{\mathbf{q}}^{(0)}(t)). \quad (4б)$$

Здесь $\hat{a}_y^{(0)}(t)$, $\hat{b}_{\mathbf{q}}^{(0)}(t)$ — операторы уничтожения в отсутствие взаимодействия (в нулевом порядке по $C_{\mathbf{q}}$). В правых частях (4а), (4б) введены бесконечно малые члены ($\tau_{1,2} \rightarrow +\infty$), что позволяет корректно получать правила обхода полюсных особенностей и приводит к необратимости по t , требуемой при рассмотрении кинетических задач [16]. Отметим введение аналогичного феноменологического малого члена в уравнение движения для матрицы плотности [17]. Применяя к (4) и соответствующим уравнениям для операторов рождения преобразование Лапласа по t , можно их решение представить в виде разложения по константе электрон-фононного взаимодействия (Приложение 1). Используя обратное преобразование Лапласа и усредняя с помощью теоремы Блоха—де Доминисиса на статистическом операторе системы, соответствующем $t=0$, произведения, содержащие $\hat{b}_{\mathbf{q}}(t=0)$, $\hat{a}_y^+(t=0)$, . . . , получаем при $t \gg \tau_{1,2}$ во втором порядке по константе связи плотность диссипативного тока

$$\begin{aligned} j_y &= \frac{e}{L_x L_y} \sum_{\alpha, \alpha'} \langle \alpha | \hat{v}_y | \alpha' \rangle \langle\langle \hat{a}_\alpha^+(t) \hat{a}_{\alpha'}(t) \rangle\rangle = \\ &= \frac{2\pi c}{\hbar H_x L_x L_y} \sum_{\mathbf{q}, \alpha, \alpha'} |C_{\mathbf{q}}|^2 q_x | (d_{\mathbf{q}})_{\alpha\alpha'} |^2 [f_\alpha (1 - f_{\alpha'}) + \\ &\quad + n_{\mathbf{q}} (f_\alpha - f_{\alpha'})] \delta(\omega_{\alpha\alpha'} - \omega_{\mathbf{q}}). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $f_\beta = [\exp((\varepsilon_{\beta 0} - \zeta) / T_e) + 1]^{-1}$ — функция распределения Ферми и $n_{\mathbf{q}} = [\exp(\hbar\omega_{\mathbf{q}} / T) - 1]^{-1}$ — функция распределения Планка описывают начальное заселение электронных и фононных состояний; $L_x L_y$ — площадь, занимаемая 2МЭГ; $\omega_{\alpha\alpha'} = (\varepsilon_\alpha - \varepsilon_{\alpha'}) / \hbar$. При учете разогрева 2МЭГ $T_e \neq T$. Отметим, что (5) эквивалентно соответствующим выражениям для тока 2МЭГ в [18, 19], если в (5) положить $T_e = T$.

Рассчитаем теперь мощность P_Φ , получаемую фононами от 2МЭГ; соответствующий оператор

$$\begin{aligned} \hat{P}_\Phi &= \frac{i}{\hbar} \left[\hat{H}, \sum_{\mathbf{q}} \hbar\omega_{\mathbf{q}} \hat{b}_{\mathbf{q}}^+ \hat{b}_{\mathbf{q}} \right] = i \sum_{\mathbf{q}, \alpha, \alpha'} \omega_{\mathbf{q}} (C_{\mathbf{q}} (d_{\mathbf{q}})_{\alpha\alpha'} \hat{b}_{\mathbf{q}} - \\ &\quad - C_{\mathbf{q}}^* (d_{-\mathbf{q}})_{\alpha\alpha'} \hat{b}_{\mathbf{q}}^+) \hat{a}_\alpha^+ \hat{a}_{\alpha'} \delta(\mathbf{s} - \Delta\mathbf{s}). \end{aligned} \quad (6)$$

Аналогично j_y , используя (6), рассчитываем P_Φ во втором порядке по константе связи ($\langle\langle \hat{b}_{\mathbf{q}} \hat{a}_\alpha^+ \hat{a}_{\alpha'} \rangle\rangle$, например, достаточно определить с точностью

по первого порядка по $|C_q|$, получаем мощность, передаваемую от 2МЭГ с единицы поверхности фюнонам

$$\frac{P_\phi}{L_x L_y} = \frac{2\pi}{\hbar L_x L_y} \sum_{\alpha, \beta, q} \omega_q |C_q|^2 |(d_q)_{\alpha\beta}|^2 [f_\alpha (1 - f_\beta) + n_q (f_\alpha - f_\beta)] \delta(\omega_{\alpha\beta} - \omega_q). \quad (7)$$

Поскольку мощность, передаваемая 2МЭГ от электрического поля на единицу поверхности, равна $j_y E_y$, то в стационарных условиях

$$j_y E_y = P_\phi / L_x L_y.$$

Отсюда, используя (5) и (7), получаем

$$\sum_{q, \alpha, \beta} \omega_{\beta\alpha}^{(0)} |C_q|^2 |(d_q)_{\alpha\beta}|^2 \delta(\omega_{\beta\alpha} + \omega_q) f_\beta (1 - f_\alpha) \times \\ \times [1 + n_q (1 - \exp(\hbar\omega_{\beta\alpha}^{(0)} / T_e))] = 0, \quad (8)$$

где $\omega_{\beta\alpha}^{(0)} = \Omega (n_\alpha - n_\beta)$. Аналогичное (8) уравнение баланса энергии рассматривалось для трехмерного электронного газа [20].

Ниже для определенности будем относить обозначение 2МЭГ только к строго двумерному случаю, когда в z -направлении волновая функция локализована на сколь угодно узком отрезке или на отрезке настолько малой величины Δz , что от Δz рассматриваемый эффект не зависит. Если зависимость эффекта от Δz существенна (конечно, при выполнении в квантовой яме условий, приведенных перед формулой (3)), то будем это называть случаем квази-2МЭГ. Волновую функцию основного уровня размерного квантования $\chi_0(z)$ выберем в известном виде [21] $\chi_0(z) = (b^2/2)^{1/2} \exp \times (-bz/2)$, среднее расстояние от гетерограницы $\langle \chi_0 | z | \chi_0 \rangle = 3/b$ и $\Delta z = 2 \langle \chi_0 | z^2 | \chi_0 \rangle - 9/b^2 = 2\sqrt{3}/b$. Тогда

$$|(d_q)_{\alpha\beta}|^2 = \left(\frac{n_\alpha!}{n_\beta!} \right) (q_\perp^2 / 2q_H^2)^{n_\beta - n_\alpha} [L_{n_\alpha}^{n_\beta - n_\alpha} (q_\perp^2 / 2q_H^2)]^2 \times \\ \times F(q_x) \exp(-q_\perp^2 / 2q_H^2) \delta_{q_x, k_{x\alpha} - k_{x\beta}}, \quad (9)$$

где $q_\perp^2 = q_x^2 + q_y^2$, $q_H = (m\Omega/\hbar)^{1/2}$ — обратная квантовая магнитная длина, $L_n^m(x)$ — полином Лагерра, δ_{q_x, k_x} — символ Кронекера, $F(q_x) = (1 + q_x^2/b^2)^{-3}$, для 2МЭГ следует полагать $F(q_x) \equiv 1$. Поскольку, по предположению, $W_1 - W_0 \gg \hbar\Omega$, то из $W_1 - W_0 \leq 3\pi^2 \hbar^2 / 2m (\Delta z)^2$ следует, что $b^2 \gg q_H^2$. В рассматриваемых ниже случаях DA и PA рассеяния

$$|C_q|^2 = \frac{B_0}{L_x L_y L_z} q^{\pm 1}, \quad (10)$$

где верхний знак соответствует взаимодействию с деформационной акустикой, нижний — взаимодействию с пьезоакустикой (в изотропном приближении) [22]; $\omega_q = sq$; $q = (q_\perp^2 + q_z^2)^{1/2}$; выражения для B_0 при DA и PA рассеянии приведены в [22].

Исследование показывает, что при $v_x < s$ c_{yy} экспоненциально мало и ОДП отсутствует (см. также [19]). Поэтому, если особо не оговорено, далее полагаем $v_x \geq s$. Из (5) тогда следует, что основной вклад в c_{yy} связан с переходами внутри уровней Ландау. Полагаем $\hbar\Omega \gg T \gg ms^2$, что соответствует условиям эксперимента [1-3].

2. В о л т - а м п е р н а я х а р а к т е р и с т и к а в о т с у т с т в и е р а з о г р е в а

Для 2МЭГ при DA рассеянии, если заселен только нижший уровень Ландау, в [19] показано отсутствие ОДП

$$j_y = \frac{c q_H^6 B_0}{(2\pi)^2 \hbar s H_z} f_0 (1 - f_0) E^{-1} (E^2 + 1), \quad (11)$$

где $E = v_x/s = cE_y/sH_z$. В [19] отмечено, что зависимость $j_y \propto E^{-1} (E^2 - 1)^{-1/2}$, полученная (в этой же области $E \geq 1$) в [18], связана с ошибочным отбрасыванием q_z^2 в ω_q (входящем в аргумент δ -функции в (5)); рассмотрение [19] показывает, что такое приближение не оправдано даже при $E \rightarrow 1$, когда $q_z \rightarrow 0$. Если существует вклад других уровней Ландау, то, используя (5), получаем [23]

$$j_y = \frac{cq_H^6 B_0}{(2\pi)^2 \hbar s H_z} E^{-1} (E^2 + 1) \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) f_n (1 - f_n). \quad (12)$$

Отсюда видно, что для 2МЭГ при DA рассеянии ОДП отсутствует. При PA рассеянии для 2МЭГ, используя (5), получаем

$$j_y = \frac{cq_H^2 B_0}{(2\pi)^3 \hbar s H_x E} \sum_{n=0}^{\infty} f_n (1 - f_n) \int_0^{\infty} dy \exp(-y/2q_H^2) [L_n(y/2q_H^2)]^2 \int_{y/2}^y \frac{dx}{\sqrt{y-x} \sqrt{x-y/E^2}}, \quad (13)$$

где $x = q_z^2$, $y = q_{\perp}^2$ (при DA рассеянии подынтегральное выражение в (13) следует домножить на $x E^2$); отметим, что интегрирование по q_x δ -функции приводит к соотношению $q_x = \pm [q_z^2 (E^2 - 1) - q_y^2]^{1/2}$. Из (13) получаем

$$j_y = \frac{cq_H^4 B_0}{4\pi^2 \hbar s H_x} E^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} f_n (1 - f_n), \quad (14)$$

т. е. $j_y \propto E^{-1}$. Наименьшее значение сумма в (14) имеет при прохождении уровня Ферми посередине щели между соседними уровнями Ландау. Тогда $\sum_n f_n (1 - f_n) = 2 \exp(-\hbar\Omega/2T)$; заметим, что сохранение в этой сумме членов $\leq \exp(-\hbar\Omega/T)$ стало бы превышением точности рассмотрения. Используя (14), можно убедиться, что ВАХ N -образна — это соответствует геометрии Корбино; в геометрии холловского моста ВАХ принимает S -образный вид [24].

В случае квази-2МЭГ при DA рассеянии, используя (П2.1), имеем

$$j_y = \frac{cq_H^6 B_0}{4\pi^2 \hbar s H_x} f_0 (1 - f_0) E^{-1} \mathcal{F}_D(E), \quad (15)$$

где

$$\mathcal{F}_D = x^3 \left\{ A_3(x) + (1 + ax^{-2})(xA_4(x) + A_5(x)) + \frac{3}{8(1+x^2/4)} [(1+x^2/2)^{-1} \times \right. \\ \left. \times (x^{-1} + x^{-2}A_1(x) - A_3(x)) - 6A_5(x)] \right\}.$$

Здесь $x = a^{1/2} (E^2 - 1)^{-1/2}$, $a = b^2/q_H^2 \gg 1$, $A_n(x) = \exp(x^2/4) D_{-n}(x)$, где $D_{-n}(x)$ — функция параболического цилиндра; полагается, что уровень Ферми наиболее близок к низшему уровню Ландау и вклад остальных уровней в σ_{yy} мал. При переходе к случаю 2МЭГ $b \rightarrow \infty$ и $a, x \rightarrow \infty$, тогда $\mathcal{F}_D(E) \rightarrow (1 + E^2)$ и (15) переходит в (11). Заметим: поскольку при $E \rightarrow 1$ характерный $|q_x| \rightarrow 0$, то предельное значение j_y для квази-2МЭГ всегда совпадает с $j_y(E=1)$ для 2МЭГ. Полагая $E^2 - 1 \ll a/15$, из (15) получаем

$$j_y = \frac{cq_H^6 B_0}{4\pi^2 \hbar s H_x} f_0 (1 - f_0) E^{-1} [(1 + E^2) - 3a^{-1}(E^3 - 1)(1 + 3E^2)]. \quad (16)$$

Отсюда следует $j_y(E) \sim E^{-12/a}$ при $0 < E-1 \ll \min\{1; 12/a; a/30\}$. Для $a \gg 24$, $E-1 \ll 1$ из (16) получаем $j_y \sim [1-12(E-1)/a + (E-1)^2/2]$, т. е. j_y проходит через минимум при $E-1=12/a$. При $E^2 \gg 5a/2$ из (15) следует

$$j_y = \frac{cq_H^5 b B}{32 \sqrt{2} \pi^{3/2} \hbar s H_x} (a+3) f_0 (1-f_0) E^{-2}, \quad (17)$$

где $\sigma_{yy} \sim (\Delta z)^{-3}$ при $a \gg 3$; зависимость $j_y(E)$ существенно отклоняется от E^{-2} при $E^2 \leq 5a/2$ в отличие от [18], где для такого отклонения требуется $E^2-1 \leq 1$. Заметим, что при $a \gg 24$ на ВАХ будут два спадающих участка.

В случае РА рассеяния для квази-2МЭГ, используя (П2.1), имеем

$$j_y = \frac{cq_H^4 B_0}{(2\pi)^2 \hbar s H_x} f_0 (1-f_0) E^{-1} \mathcal{F}_P(E), \quad (18)$$

где

$$\mathcal{F}_P = [x^2 (1 - x A_1(x)) + 3x A_5(x)].$$

Отсюда при $E^2-1 \ll a/3$ получаем

$$j_y = \frac{cq_H^4 B_0}{4\pi^2 \hbar s H_x} f_0 (1-f_0) E^{-1} [1 - 3a^{-1} (E^2 - 1)], \quad (19)$$

т. е. $j_y \sim E^{-(1+6/a)}$ в области $0 < E-1 \ll \min\{1; a/6\}$. Из (19) видно, что при $a \rightarrow \infty$ j_y совпадает с (14). При $E^2 \gg 5a/2$ из (18) получаем

$$j_y = \frac{3cq_H^3 B_0 b}{16 (2\pi)^{3/2} \hbar s H_x} f_0 (1-f_0) E^{-2}, \quad (20)$$

где $\sigma_{yy} \sim (\Delta z)^{-1}$ и при $a \gg 3$ в отличие от (17).

Рассмотрим теперь j_y для квази-2МЭГ, когда основной вклад дает N -й уровень Ландау. В наиболее интересной для нас области полей $E^2-1 \ll a/10 \cdot (2N+1)$ при ДА рассеянии из (П2.1) получаем

$$j_y = \frac{cq_H^6 B_0}{4\pi^2 \hbar s H_x} f_N (1-f_N) E^{-1} [(2N+1)(E^2+1) - 3a^{-1}(3N(N+1)+1)(E^2-1)(3E^2+1)]. \quad (21)$$

Отсюда при $N=0$ следует (16), а при $b \rightarrow \infty$ переходим к (12). При $0 < E-1 \ll \min\{1; \xi_N\}$, где $\xi_N = 12(3N(N+1)+1)/a(2N+1)$, из (21) получаем $j_y \sim E^{-2N}$, т. е. с ростом N начальный отрицательный наклон ВАХ становится более крутым. Если $\xi_N \ll 1$, то при $E=1+\xi_N$ $j_y(E)$ имеет минимум. Второй участок ОДП будет при $E^2 \gg a(2N+1)$, где $j_y \sim E^{-2}$ (в этой области E и при РА рассеянии $j_y \sim E^{-2}$). В области полей $E^2-1 \ll a/6 \cdot (2N+1)$ при РА рассеянии получаем из (П2.1)

$$j_y = \frac{cq_H^4 B_0}{4\pi^2 \hbar s H_x} f_N (1-f_N) E^{-1} [1 - 3a^{-1}(2N+1)(E^2-1)]. \quad (22)$$

Отсюда при $N=0$ получаем (19), а при $\Delta z \rightarrow 0$ из (22) следует (14). Для $0 < E-1 \ll \min\{1; a/6 \cdot (2N+1)\}$, используя (22), получаем аппроксимацию $j_y \sim E^{-(1+6 \cdot (2N+1)/a)}$. Если уровень Ферми проходит точно посред-

² Аппроксимация справедлива для рассмотрения дифференциальной проводимости. Предполагается, что члены нулевой и первой степеней по малому параметру $E-1$ при разложении аппроксимационного выражения j_y совпадают с соответствующими членами в разложении точного выражения для j_y ; следующие члены разложения много меньше любого из оставленных.

дние щели между двумя низшими уровнями Ландау, то при $0 < E - 1 \ll 1$ получаем $j_y \propto E^{-(1+1/2/a)}$.

Отметим, что в случае квази-2МЭГ ВАХ существенно отличается от ВАХ в случае 2МЭГ; при DA рассеянии, например, появляется падающий участок на ВАХ.

3. Вольт-амперная характеристика с учетом разогрева

Пусть уровень Ферми проходит ниже уровня Ландау с $N=1$ так, что $f_1 \ll 1$. Тогда для 2МЭГ при $\exp[\hbar\Omega(2mv_x^2 - T)/2mv_x^2 T] \ll 1$, т. е. пренебрегая туннелированием между уровнями Ландау, из (8), используя (9), (10), получаем

$$\iint dq_x dq_y (\Omega - q_x v_x)^\alpha [(\Omega - q_x v_x)^2/s^2 - q_x^2 - q_y^2]^{-1/2} q_x^2 \exp(-q_x^2/2q_H^2) \times \\ \times [1 + (1 - \exp(\hbar\Omega/T_e))/(\exp(\hbar(\Omega - q_x v_x)/T) - 1)] = 0. \quad (23)$$

Здесь $\alpha=2$ для DA рассеяния, $\alpha=0$ для PA рассеяния. Выполняя в (23) интегрирование по q_y , затем полагая $mv_x^2 \ll T$ (тогда, в частности, актуальны $|q_x| \ll \Omega|v_x|$), имеем

$$\int_{-\infty}^{\infty} dq_x \left(1 \mp \frac{q_x v_x}{\Omega}\right) (q_H^2 + q_x^2) \exp\left(-\frac{q_x^2}{2q_H^2}\right) \left[1 - \exp\left(\frac{\hbar q_x v_x}{T} + \frac{\hbar\Omega(T - T_e)}{T_e T}\right)\right] = 0, \quad (24)$$

где верхний (нижний) знак соответствует DA (PA) рассеянию; здесь использовано неравенство $\exp(\hbar\Omega/T_e) \gg 1$, что согласуется с результатом.

Выполняя интегрирование в (24), получаем при $1 \leq E^2 \leq T/ms^2$

$$T_e = T \left[1 - \frac{ms^2}{2T} E^2 - \frac{T}{\hbar\Omega} \ln\left(1 + \frac{ms^2 \hbar\Omega}{2T^2} E^2\right)\right]^{-1} \quad (25)$$

для DA и PA рассеяния. Можно показать, что (25) справедливо также в случае квази-2МЭГ. При достаточно высоких температурах $T > (ms^2 \hbar\Omega E^2)^{1/2}$ из (25) получаем

$$T_e = T (1 + E^2 ms^2/T). \quad (26)$$

Отметим, что для трехмерного электронного газа при $T > (ms^2 \hbar\Omega)^{1/2}$ в ультраквантовом случае $T_e = T (1 + E^2/2)$ [20, 25], т. е. здесь повышение T_e заметно больше повышения электронной температуры,³ следующего из (26).

Используя (25), рассмотрим влияние разогрева на ВАХ в области полей $0 < E - 1 \ll 1$; эта область относительно малых электрических полей особенно интересна при исследовании возможности пробоя КЭХ. Тогда при $1 - f_0 \ll 1$ можно записать

$$j_y \propto E^{-\gamma} \exp(-\eta \hbar\Omega/2T_e(E)), \quad (27)$$

где $\eta \hbar\Omega/2 = \min\{\zeta_0 - \hbar\Omega/2; 3\hbar\Omega/2 - \zeta_0\}$; $0 < \eta \leq 1$; $\zeta_0 = \zeta - W_0$. Для DA (PA) рассеяния $\gamma = \gamma_{12} = \xi_1 = 28/a$ ($\gamma = \gamma_{11} = 1 + 18/a$), если $\zeta_0 - \hbar\Omega/2 > 3\hbar\Omega/2 - \zeta_0$. При обратном неравенстве, когда основной вклад в j_y дает низший уровень Ландау, $\gamma = \gamma_{02} = \xi_0 = 12/a$ ($\gamma = \gamma_{01} = 1 + 6/a$) для DA (PA) рассеяния. Из (27), (25) следует условие ОДП (при $E \rightarrow 1$)

$$ms^2 \hbar\Omega/T^2 < (4 + \gamma^2/\eta^2)^{1/2} + \gamma/\eta - 2. \quad (28)$$

Для фиксированного γ правая часть (28) минимальна при $\eta=1$, когда уровень Ферми проходит точно посередине щели ($\zeta_0 = \hbar\Omega$). Заметим, что

³ Отметим, что из (8)–(10) следует (25) и при $E < 1$.

для квази-2МЭГ величина γ в (28) меняется только в узкой области γ ($1-\gamma \leq T/\hbar\Omega \leq 1$). Тогда правая часть (28) минимальна при $\eta \approx 1$ и $\gamma_{01} = 1+6/a$ ($\gamma_{02} = 12/a$) для PA (DA) рассеяния. Поэтому разогрев квази-2МЭГ может устранить ОДП при

$$\hbar |e| s^2 H_z / c T^2 > (4 + \gamma_{ik}^2)^{1/2} + \gamma_{ik} - 2, \quad (29)$$

где i — номер уровня Ландау, с которым связан основной вклад в j_y ($i=0, 1$); $k=1$ ($k=2$), соответствует PA (DA) взаимодействию. Для PA рассеяния при $a \rightarrow \infty$ правая часть (29) стремится к значению $\sqrt{5}-1 \approx 1.24$; при DA взаимодействии правая часть (29) стремится к $12a^{-1}(1+3/a)$ для $a^2 > 24$ при $i=0$ и к $28a^{-1}(1+7/a)$ для $6a^2 > (28)^2$ при $i=1$.

Полагая в соответствии с [1] $H_z = 4.7 \cdot 10^4$ Э, $T/k = 1.4$ К, $\eta \approx 1$, получаем для PA взаимодействия ($s = 2.48 \cdot 10^5$ см/с [9, 26]) $|e| \hbar s^2 H_z / c T^2 \approx 1.24$ и для DA взаимодействия ($s = 5.29 \cdot 10^5$ см·с⁻¹ [9, 26]) $\hbar |e| s^2 H_z / c T^2 \approx 5.6$;

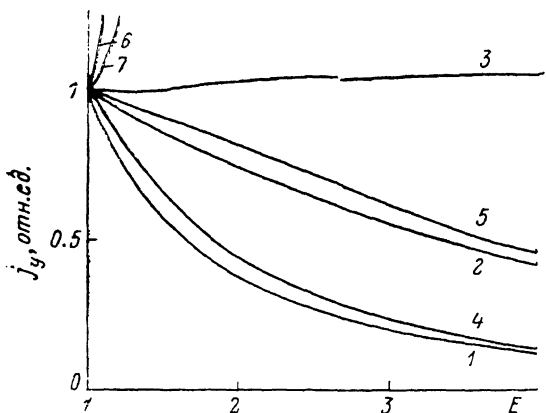


Рис. 1.

DA рассеяние. Безразогревные ВАХ 1, 2, 3 и 4, 5 соответствуют $a=8, 30, 100$ для $N=0$ и $a=30, 100$ для $N=1$; ВАХ 6, 7 с учетом разогрева ($a=8, \eta \approx 1, ms^2 \hbar \Omega / T^2 = 5.6$) соответствуют $N=0, 1$.

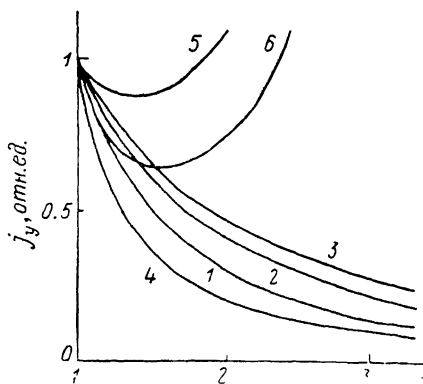


Рис. 2.

PA рассеяние. Безразогревные ВАХ 1, 2, 3 соответствуют $N=0$ и $a=8, 30, 100$; кривая 4 соответствует $N=1$ и $a=8$ (кривая с $a=100, N=1$ почти совпадает с кривой 2, максимальное отличие менее 1.5%); ВАХ 5, 6 с учетом разогрева ($a=8, \eta \approx 1, ms^2 \hbar \Omega / T^2 = 1.24$) соответствуют $N=0, 1$.

$a \approx 8$. Здесь при оценке использовано известное выражение для вариационного параметра $b \approx [16\pi e^2 m n_e / \hbar^2 \chi_{\text{ДП}}]^{1/2}$ [21]; $\chi_{\text{ДП}} \approx 12$, концентрация квази-2МЭГ для соответствующего образца $n_e \approx 2.2 \cdot 10^{11}$ см⁻². Тогда для PA рассеяния не удается устранить ОДП при $E \rightarrow 1$, как видно из (29). Действительно, правая часть (29) равна 2.4 для $i=0$ и 5.1 для $i=1$. При этом для DA рассеяния (29) легко выполняется для $i=0$ ($5.6 > 2$) и на пределе для $i=1$ ($5.6 > 5.5$). Если понизить T в три раза, то (29) будет выполнено не только для DA , но и для PA рассеяния. При этом условии $T \gg ms^2$ еще будет удовлетворено. Для другого образца ($n_e \approx 4.3 \cdot 10^{11}$ см⁻²) в [1] исследовался пробой при $H_z \approx 9 \cdot 10^4$ Э, $T/k = 1.5$ К, $\eta \approx 1$. Тогда для PA рассеяния $|e| \hbar s^2 H_z / c T^2 \approx 2.1$ и, поскольку $a \approx 7$, условие (29) не выполняется даже для γ_{01} .

На рис. 1, 2 представлен численный расчет $j_y(E)/j_y(1)$ по формуле (П2.1) для безразогревных ВАХ и по формулам (П2.1), (25), (27) для ВАХ с учетом разогрева.

Заметим, что для 2МЭГ (и для квази-2МЭГ) разогрев, как видно из (25), (27) (см. также рис. 1, 2), препятствует возникновению ОДП в отличие от случая трехмерного электронного газа, где разогрев обуславливает возникновение ОДП [20, 25]. Поскольку ОДП приводит к неустойчивости исходного однородного состояния и нарастанию флуктуаций заряда и поля [27], то возможен пробой КЭХ по этой причине при $E \geq 1$ ($E_x^2 + E_y^2)^{1/2} > sH_z/c$ в геометрии холловского моста) даже при прохождении

уровня Ферми посредине щели, разделяющей соседние уровни Ландау. Отметим, что с уменьшением η (например, при изменении H_x), когда уровень Ферми отходит от центра щели, условие пробоя КЭХ (28) легче выполнить, что согласуется с экспериментом [1] (аналогичные свойства наблюдаются, если уровень Ферми проходит внутри щели между уровнями Ландау с $N=1$ и $N=2$ [2]). Из нашего рассмотрения следует возможность гистерезиса на кривых, связанных с пробоем КЭХ, причем гистерезис может расти с ростом T (например, из-за увеличения области E , в которой ВАХ спадает), что и наблюдалось [2] при увеличении T/k от 1.1 до 2.1 К. Проведенные выше оценки показали, что условие отсутствия пробоя КЭХ (29) (для наиболее актуального здесь γ_{11}) в эксперименте [1] не выполнено, но при понижении T возможно его выполнение (при $T \leq \leq 0.5$ К), т. е. по предлагаемой картине пробоя КЭХ может быть существенно затруднен при понижении T (при условии $T \gg ms^2$). Отметим, что величина критического тока, соответствующая $v_x = s$, получаемая в нашей модели, если разогрев полностью не устраняет ОДП, находится в удовлетворительном согласии с экспериментом [1-3]. Заметим, что гистерезис, неустойчивости, наблюдаемые на экспериментальных кривых, связанных с пробоем КЭХ [1, 2], не следуют из моделей [8-12] в отличие от предложенной выше модели (см., например, кривые 5, 6 на рис. 2). Автор благодарен Е. В. Моздор за помощь в выполнении численных расчетов.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Из (1)–(4) получаем, например,

$$a_{\mathbf{q}}^{(0)}(\omega) = \frac{i \hat{a}_{\mathbf{y}}(t=0)}{\omega - \omega_{\mathbf{q}}},$$

$$a_{\mathbf{q}}^{(1)}(\omega) = \frac{i}{\hbar(\omega - \omega_{\mathbf{q}} + i/\tau_1)} \sum_{\lambda, \mathbf{q}} \left[C_{\mathbf{q}}(d_{\mathbf{q}})_{\lambda} \frac{\delta_{\mathbf{q}}(t=0) \hat{a}_{\lambda}(t=0)}{(\omega - \omega_{\lambda} - \omega_{\mathbf{q}})} \exp(i\Delta t(\omega - \omega_{\mathbf{q}} - \omega_{\lambda})) + C_{\mathbf{q}}^*(d_{-\mathbf{q}})_{\lambda} \frac{\delta_{\mathbf{q}}^+(t=0) \hat{a}_{\lambda}(t=0)}{(\omega - \omega_{\lambda} + \omega_{\mathbf{q}})} \exp(i\Delta t(\omega + \omega_{\mathbf{q}} - \omega_{\lambda})) \right], \dots$$

где

$$\hat{a}_{\mathbf{y}}(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{\mathbf{y}}^{(n)}(\omega) = \int_0^{\infty} \hat{a}_{\mathbf{y}}(t) \exp(i\omega t) dt.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

В случае $E \geq 1$, когда основной вклад в j_y дают переходы внутри N -го уровня Ландау, для квази-2МЭГ из (5) получаем

$$j_y = \frac{cq_H^2 B_0}{(2\pi)^3 \hbar s H_x} f_N (1 - f_N) E^{-1} \int_0^{\infty} dt \exp\left(-\frac{at}{2}\right) \left[L_N\left(\frac{at}{2}\right) \right]^2 R(t), \quad (\text{П2.1})$$

где для DA рассеяния

$$R(t) = \frac{\pi}{2} b^4 t \left\{ [1 + t(E^2 - 1)]^{-3/2} \left[1 + \frac{3}{4} t(E^2 - 1) \right] + E^2 \left[1 + \frac{1}{4} t(E^2 - 1) \right] [1 + t(E^2 - 1)]^{-3/2} \right\},$$

для PA рассеяния

$$R(t) = \pi b^2 [1 + t(E^2 - 1)]^{-3/2} \left[1 + t(E^2 - 1) + \frac{3}{8} t^2 (E^2 - 1)^2 \right].$$

- [1] Ebert G., von Klitzing K., Ploog K., Weimann G. // J. Phys. C. 1983. V. 16. N 28. P. 5441—5448.
- [2] Cage M. E., Dziuba R. F., Field B. F. e. a. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. N 15. P. 1374—1377.
- [3] Komiyama S., Takumasu T., Hiyamizu S., Sasa S. // Sol. St. Comm. 1985. V. 54. N 6. P. 479—484.
- [4] Дубровский Ю. В., Нунупаров М. С., Резников М. И. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 3. С. 356—362.
- [5] Пашкин Л. А., Долгополов В. Т., Дорожкин С. И. // ЖЭТФ. 1986. Т. 91. № 5 (11). С. 1897—1904.
- [6] Kirtley J. R., Schlesinger Z., Theis T. N. e. a. // Phys. Rev. B. 1986. V. 34. N 2. P. 1384—1387; N 8. P. 5414—5422.
- [7] Рамба Э. И., Тимофеев В. Б. // ФТП. 1986. Т. 20. № 6. С. 977—1024.
- [8] Streda P. // Phys. St. Sol. (b). 1984. V. 124. N 1. P. K97—K99.
- [9] Heinonen O., Taylor P. L., Girvin S. M. // Phys. Rev. B. 1984. V. 30. N 6. P. 3016—3019.
- [10] Streda P., von Klitzing K. // J. Phys. C. 1984. V. 17. N 19. P. L483—L486.
- [11] Smřcka L. // J. Phys. C. 1985. V. 18. N 14. P. 2897—2908.
- [12] Streda P. // J. Phys. C. 1986. V. 19. N 7. P. L155—L159.
- [13] Uchimura N., Uemura Y. // J. Phys. Soc. Jap. 1979. V. 47. N 5. P. 1417—1425.
- [14] Корнеев В. В. // ФТТ. 1977. Т. 19. № 2. С. 357—363.
- [15] Гребенчиков Ю. В. // ФТТ. 1984. Т. 26. № 6. С. 1767—1771.
- [16] Адамс Э., Голстейн Т. // Вопросы квантовой теории необратимых процессов. М., 1961. С. 255—297.
- [17] Платцман Ф., Вольф П. Волны и взаимодействия в плазме твердого тела. М., 1975. 436 с.
- [18] Ерухимов М. Ш. // ФТП. 1969. Т. 3. № 2. С. 194—203.
- [19] Бойко И. И., Балев О. Г. // УФЖ. 1986. Т. 31. № 9. С. 1427—1429.
- [20] Зырянов П. С., Клингер И. М. Квантовая теория явлений электронного переноса в кристаллических полупроводниках. М., 1976. 480 с.
- [21] Андо Т., Фаулер А., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М., 1985. 415 с.
- [22] Гантмахер В. Ф., Левинсон И. Б. Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. М., 1984. 351 с.
- [23] Бойко И. И. // ФТТ. 1989. Т. 31. № 2. С. 198—200.
- [24] Богомолов В. Н., Шульман С. Г., Аронов А. Г., Пикус Г. Е. // Письма в ЖЭТФ. 1967. Т. 5. № 7. С. 212—214.
- [25] Казаринов Р. Ф., Скобов В. Г. // ЖЭТФ. 1962. Т. 42. № 4. С. 1047—1053.
- [26] Blakemore J. S. // J. Appl. Phys. 1982. V. 53. N 10. P. R123—R181.
- [27] Kurosawa T., Maeda H., Sugimoto H. // J. Phys. Soc. Jap. 1974. V. 36. N 2. P. 491—497.

Институт полупроводников АН УССР
Киев

Поступило в Редакцию
16 мая 1989 г.
В окончательной редакции
29 сентября 1989 г.