

Слоисто-неоднородные магнитные состояния в металлических наносистемах

© П.Ф. Бессараб, В.М. Уздин

Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: van_der_paul@yahoo.co.uk, v_uzdin@mail.ru

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 15 мая 2008 г.)

Предложен механизм формирования слоисто-неоднородных периодических магнитных состояний в металлических системах, который определяется зависимостью энергии коллективизированных электронов от магнитного упорядочения локализованных спинов. Воздействие локальных магнитных моментов на электроны проводимости с заданным направлением проекции спина описывается с помощью системы спин-зависимых δ -потенциалов. Разработан матричный метод, позволяющий рассчитывать спектр и плотность состояний коллективизированных электронов в условиях слоистой магнитной неоднородности. Этот подход использован для объяснения осцилляций межслойного обменного взаимодействия в металлических магнитных сверхрешетках и стабилизации структур типа волн спиновой плотности в переходных металлах и сплавах.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 07-02-01065, РФФИ–ННИО № 06-02-04005 и программы РНП.2.1.1.1712.

PACS: 75.75.+a, 75.30.Fv

1. Введение

В металлических магнитных наносистемах в последние годы открыт целый ряд новых явлений, имеющих большое значение для фундаментальной науки и практического приложения. Среди них осцилляции межслойного взаимодействия и гигантское магнитосопротивление в металлических магнитных сверхрешетках [1], неколлинеарный магнетизм в малых кластерах на поверхности металла и „спиновых пружинах“ [2], формирование сложных магнитных структур с периодически меняющимися в пространстве величинами магнитных моментов [3].

Магнитные свойства вещества существенно меняются в условиях, когда геометрические размеры системы становятся сравнимы с характерным радиусом обменного взаимодействия. Большой интерес здесь представляют металлические системы, в которых обменное взаимодействие определяется коллективизированными электронами. В ряде случаев формирование упорядоченных магнитных структур становится энергетически выгодным благодаря тому, что при их образовании уменьшаются энергии почти свободных электронов проводимости. Таким образом, выбор того или иного магнитного упорядочения локализованных магнитных моментов d -электронов определяется энергией $s(p)$ -подсистемы, хотя сами $s(p)$ -электроны практически не вносят в систему намагниченности.

Потенциал, в котором находятся электроны проводимости, определяет форму их поверхности Ферми. Поэтому возникновение упорядоченных магнитных структур с размерами, много большими размеров постоянной решетки, часто связывают со свойствами симметрии поверхности Ферми. В частности, считается, что за

осцилляции межслойного обменного взаимодействия в металлических магнитных сверхрешетках и формирование волн спиновой плотности в металлических системах [3] ответственно свойство „нестинга“ поверхности Ферми (совпадение частей поверхности Ферми при сдвиге на некоторый постоянный вектор \mathbf{q} в k -пространстве) [1]. Действительно, в обоих случаях можно указать соответствующие части Ферми-поверхности и вектор „нестинга“ q , связанный с периодом осцилляций соотношением $q = 2\pi/\lambda$. Таким образом, анализ поверхности Ферми очень важен для предсказания магнитных свойств. Однако исследование механизмов возникновения неоднородных магнитных структур в конфигурационном пространстве не только дает дополнительную информацию о природе магнитного упорядочения, но и само по себе имеет ряд преимуществ. Во-первых, поверхности Ферми переходных металлов и сплавов достаточно сложны. Они могут иметь несколько областей, совпадающих при параллельном переносе, но это не всегда приводит к образованию крупномасштабных магнитных структур. Более того, если пространственный период этих структур неизвестен из эксперимента, его, как правило, трудно предсказать, анализируя только поверхность Ферми. Во-вторых, в искусственно создаваемых магнитных наноструктурах периодичность в одном или нескольких направлениях нарушена, и само понятие поверхности Ферми в импульсном пространстве требует отдельного обсуждения. В конфигурационном пространстве отсутствие периодичности, связанное, например, с конечным размером образца, не вызывает принципиальных трудностей.

В настоящей работе с помощью простых квантово-механических моделей, описываемых δ -образными по-

тенциалами, исследуются механизмы формирования магнитно-неоднородных состояний в конфигурационном пространстве. В разделе 2 изложен матричный алгоритм, позволяющий находить электронный спектр и плотность состояний коллективизированных электронов для произвольного распределения δ -потенциалов. В разделе 3 этот метод используется для описания осцилляций межслойного обменного взаимодействия в металлических сверхрешетках, а в разделе 4 — для описания возможного механизма стабилизации состояния волны спиновой плотности в переходных металлах и сплавах [4].

2. Спектр коллективизированных электронов в слоисто-неоднородных системах

Рассмотрим электроны проводимости в слоистой периодической системе с тонкими магнитными слоями, перпендикулярными оси z , расположенными на расстоянии d друг от друга. Влияние локализованных спинов в магнитных слоях на коллективизированные электроны будем учитывать путем введения зависящих от спина σ δ -образных потенциалов

$$V^\sigma(z) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j^\sigma \delta(z - jd). \quad (1)$$

В плоскости, параллельной слоям, движение будем считать свободным. Уравнение Шредингера для поперечного движения электронов имеет вид

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} - \sum_{j=-\infty}^{\infty} \alpha_j^\sigma \delta(z - jd) + \chi^2 \right] \eta(z) = 0. \quad (2)$$

В этом уравнении $\alpha_j^\sigma = \frac{2mc_j^\sigma}{\hbar^2}$, а величина $\chi = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E - k_{\parallel}^2}$ выражается через полную энергию электронов E и их квазиимпульс k_{\parallel} , отвечающий свободному движению в плоскости пленки.

Для расчета электронного спектра воспользуемся матричным методом, аналогичным методу, используемому при анализе нейтронных спектров многослойных систем [5].

Между $(j-1)$ -м и j -м магнитными слоями уравнение (2) имеет общее решение

$$\eta_j = r_j e^{i\chi(z-jd)} + l_j e^{-i\chi(z-jd)},$$

которому можно сопоставить вектор-столбец $\begin{pmatrix} r_j \\ l_j \end{pmatrix}$. Требования непрерывности функции $\eta(z)$ и скачка производной в точках jd , где сосредоточен потенциал, позволяют получить следующее рекуррентное соотношение

$$\begin{pmatrix} r_j \\ l_j \end{pmatrix} = \hat{m}_j(\chi) \begin{pmatrix} r_{j+1} \\ l_{j+1} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где

$$\hat{m}_j(\chi) = \begin{pmatrix} \left(1 + \frac{i\alpha_j^\sigma}{2\chi}\right) e^{-i\chi d} & \frac{i\alpha_j^\sigma}{2\chi} e^{i\chi d} \\ -\frac{i\alpha_j^\sigma}{2\chi} e^{-i\chi d} & \left(1 - \frac{i\alpha_j^\sigma}{2\chi}\right) e^{i\chi d} \end{pmatrix}.$$

В случае, когда потенциал имеет период Nd , согласно теореме Блоха,

$$\eta_1\left(\frac{d}{2}\right) = \eta_{N+1}\left(\left(N + \frac{1}{2}\right)d\right) e^{idN\vartheta},$$

$$\eta'_1\left(\frac{d}{2}\right) = \eta'_{N+1}\left(\left(N + \frac{1}{2}\right)d\right) e^{idN\vartheta}.$$

Здесь ϑ — квазиимпульс электрона, соответствующий периодичности в z -направлении. В матричном виде (3) принимает вид

$$\hat{B} \begin{pmatrix} r_1 \\ l_1 \end{pmatrix} = \hat{\Theta} \hat{B} \begin{pmatrix} r_{N+1} \\ l_{N+1} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где матрицы \hat{B} и $\hat{\Theta}$ определены как

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} e^{-i\chi \frac{d}{2}} & e^{i\chi \frac{d}{2}} \\ e^{-i\chi \frac{d}{2}} & -e^{i\chi \frac{d}{2}} \end{pmatrix}, \quad \hat{\Theta} = e^{idN\vartheta} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Объединяя (3)–(5), получаем однородную систему уравнений относительно коэффициентов r_{N+1} и l_{N+1}

$$(\hat{M}(\chi) - \hat{\Theta}) \begin{pmatrix} r_{N+1} \\ l_{N+1} \end{pmatrix} = 0. \quad (6)$$

Здесь матрица перехода $\hat{M}(\chi)$ дается выражением

$$\hat{M}(\chi) = \prod_{j=1}^N \hat{m}_j(\chi).$$

Условие разрешимости системы (6) можно записать в виде

$$\cos(Nd\vartheta) = \frac{1}{2} \text{Tr}(\hat{M}(\chi)). \quad (7)$$

В частном случае $N=1$ уравнение (7) сводится к уравнениям модели Кронига–Пенни [6]

$$\cos(\vartheta d) = \cos(\chi d) + \frac{\alpha}{2\chi} \sin(\chi d).$$

Подчеркнем, что в общем случае для определения матрицы $\hat{M}(\chi)$ нужно лишь перемножить N матриц 2×2 . Это не приводит к существенному усложнению уравнения (7), определяющего спектр одномерного движения электронов вдоль оси z . Границы запрещенных и разрешенных зон можно получить из уравнения

$$\left| \frac{1}{2} \text{Tr}(\hat{M}(\chi)) \right| = 1.$$

Плотность состояний электронов проводимости на единицу объема системы $\rho(\varepsilon)$ в предположении, что

движение в плоскости, перпендикулярной оси z , свободно, после интегрирования по поперечному импульсу выражается через сумму θ -функций

$$\rho(\varepsilon) = \frac{m}{2\pi\hbar^2 d} \sum_{\vartheta} \theta\left(\varepsilon - \frac{\hbar^2}{2m} \chi^2(\vartheta)\right).$$

Суммирование по квазиимпульсу ϑ сводится к интегрированию по одномерной зоне Бриллюэна

$$\sum_{\vartheta} \rightarrow \frac{1}{2\pi} \int d\vartheta.$$

Переходя от интегрирования по переменной ϑ к интегрированию по χ , имеем

$$\rho(\varepsilon) = \frac{m}{(2\pi\hbar)^2 d} \int \frac{d\vartheta}{d\chi} \theta\left(\varepsilon - \frac{\hbar^2 \chi^2}{2m}\right) d\chi. \quad (8)$$

Интегрирование в (8) осуществляется по области, соответствующей разрешенным зонам, где

$$\left| \frac{1}{2} \text{Tr}(\hat{M}(\chi)) \right| \leq 1.$$

Проводя интегрирование по частям в (8), получаем

$$\rho(\varepsilon) = \frac{m}{2(\pi\hbar)^2 d} \int \vartheta(\chi) \delta\left(\chi - \frac{\sqrt{2m\varepsilon}}{\hbar}\right) d\chi.$$

Воспользовавшись соотношением (7), получаем для $\rho(\varepsilon)$ аналитическое выражение

$$\rho(\varepsilon) = \frac{m}{2\pi\hbar^2 N d} \left\{ n + \frac{1}{\pi} \arccos\left(\frac{1}{2} \text{Tr}\left[\hat{M}\left(\frac{\sqrt{2m\varepsilon}}{\hbar}\right)\right]\right) \right\}, \quad (9)$$

где n — число полных разрешенных зон, попавших в интервал $[0, \varepsilon]$. В случае выключения потенциала ($\alpha_j^\sigma = 0$) выражение (9) дает плотность состояний свободного электронного газа

$$\rho(\varepsilon) = \frac{m^{3/2} \varepsilon^{1/2}}{2^{1/2} \pi^2 \hbar^3}.$$

В другом предельном случае, когда все $\alpha_j^\sigma \rightarrow \infty$, получаем плотность состояний электронов в потенциальной яме с бесконечными стенками, когда движение вдоль плоскостей стенок ямы свободно,

$$\rho(\varepsilon) = \frac{m}{2\pi\hbar^2 d} \cdot \text{INT} \left[\sqrt{\frac{2md^2\varepsilon}{\pi^2\hbar^2}} \right].$$

Здесь через INT обозначена целая часть числа.

Знание плотности состояний позволяет вычислить число частиц $\tilde{N} = \int_{-\infty}^{\varepsilon_F} \rho(\varepsilon) d\varepsilon$, полную энергию системы

$\tilde{E} = \int_{-\infty}^{\varepsilon_F} \varepsilon \rho(\varepsilon) d\varepsilon$ и большой термодинамический потенциал $\Omega = \tilde{E} - \varepsilon_F \tilde{N}$ системы коллективизированных электронов.

3. Осцилляции обменного взаимодействия в металлических магнитных сверхрешетках

Объяснение антиферромагнитного (АФ) межслойного взаимодействия в металлических магнитных сверхрешетках возможно в рамках различных модельных подходов [7]. Так, в теории, предложенной Бруно [8], межслойное обменное взаимодействие трактуется как результат зависящей от спина электронов квантовой интерференции блоховских волн, отраженных от интерфейсов магнитных и немагнитных слоев. Другой подход основывается на представлении о системе квантовых ям, формируемых магнитными слоями, в которых заперты электроны проводимости немагнитной прослойки с соответствующими проекциями спина. Такой подход в модели бесконечно глубоких ям был использован в работе [9]. Преимуществом модели является то, что для большого термодинамического потенциала системы удается получить аналитическое выражение и выделить вклад в межслойное обменное взаимодействие от электронов, локализованных внутри отдельной квантовой ямы. Это позволяет предельно просто анализировать зависимость обменной связи от геометрических параметров многослойной системы. Однако модель ям с бесконечными стенками, предполагающая дискретный спектр для движения поперек слоев, не является хорошим приближением для реального спектра коллективизированных электронов. Расчет с ямами конечной глубины не даст простых аналитических соотношений. Использование модели, в которой воздействие магнитных моментов на s - p -коллективизированные электроны описывается с помощью δ -потенциалов, позволяет получить простые ответы, аналогичные [9], в которых, меняя амплитуду потенциалов, можно варьировать коэффициент отражения блоховских волн, используемый в [8] как параметр.

Рассмотрим металлическую магнитную сверхрешетку, состоящую из немагнитных слоев толщиной d , разделенных тонкими магнитными слоями. Эффективный потенциал, в котором находятся электроны проводимости из проекций спина, определяется ориентацией локализованных моментов в соседних магнитных слоях. Расчеты из первых принципов показывают [1,8,10–12], что для электронов с одной из проекций спина движение в поперечном по отношению к интерфейсу направлении практически свободно, поскольку соответствующие зоны пара- и ферромагнитного металла не имеют скачка потенциала на интерфейсе. Электроны с другой проекцией спина испытывают рассеяние на том же интерфейсе, так как зоны, отвечающие разным проекциям спина, смещены друг относительно друга в ферромагнитном материале. Таким образом, при одинаковой ориентации соседних магнитных слоев потенциал представляет собой последовательность узких барьеров на расстоянии d друг от друга для электронов с одной из проекций спина. Для электронов с другой проекцией спина дви-

жение в поперечном направлении будет свободным. При противоположной ориентации намагниченности соседних ферромагнитных слоев барьеры будут существовать для $s(p)$ -электронов с каждой из проекций спина, но расстояние между ними равно $2d$. В результате в случае ферромагнитного упорядочения в сверхрешетке получаем следующие величины коэффициентов: $\alpha_j^\sigma = \alpha$ для $\sigma = 1$ и $\alpha_j^\sigma = 0$ для $\sigma = -1$. При АФ-упорядочении $\alpha_j^\sigma = [1 + \sigma(-1)^j] \frac{\alpha}{2}$. Плотности состояний электронов проводимости в потенциалах, соответствующих антиферромагнитному и ферромагнитному упорядочению слоев в сверхрешетке, представлены на рис. 1.

То, какое магнитное состояние реализуется в сверхрешетке, определяется величиной большого термодинамического потенциала Ω . Обозначим индексами $\uparrow\uparrow$ и $\downarrow\downarrow$ вклады в Ω от электронов проводимости с разными проекциями спина при ферромагнитном упорядочении в сверхрешетке, а индексом $\uparrow\downarrow$ — вклады при АФ-упорядочении. Если $\Delta\Omega = \Omega_{\uparrow\uparrow} + \Omega_{\downarrow\downarrow} - 2\Omega_{\uparrow\downarrow} < 0$, то межслойное обменное взаимодействие будет ферромагнитным. В противном случае в сверхрешетке должно наблюдаться АФ-упорядочение. Удобно отсчитывать Ω от состояния, отвечающего свободным электронам. В этом случае $\Omega_{\downarrow\downarrow} = 0$, а величины $\Omega_{\uparrow\uparrow}$ и $\Omega_{\uparrow\downarrow}$ могут быть найдены, если известна зависимость большого термодинамического потенциала от расстояния между барьерами d в модели Кронига–Пенни. На рис. 2 представлены графики $\Omega(d)$ и $\Delta\Omega = \Omega(d) - 2\Omega(2d)$, причем масштаб зависимости $\Omega(d)$ уменьшен в 100 раз, а d измеряется в единицах де-бройлевской длины волны электронов на уровне Ферми $\lambda_F = \frac{h}{\sqrt{2mE_F}}$. Величина $\Delta\Omega$, таким

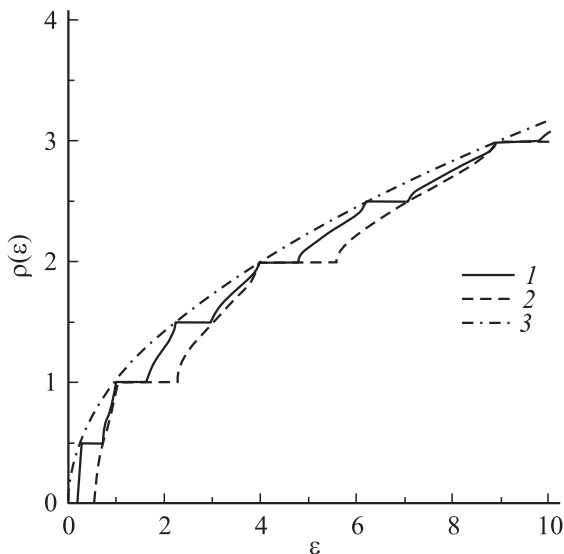


Рис. 1. Плотности состояний электронов проводимости в потенциалах, соответствующих антиферромагнитному (1) и ферромагнитному (2) упорядочению слоев в сверхрешетке. Штриховые линии 2 соответствуют разным проекциям спинов электронов проводимости. 3 — плотность состояний свободных электронов.

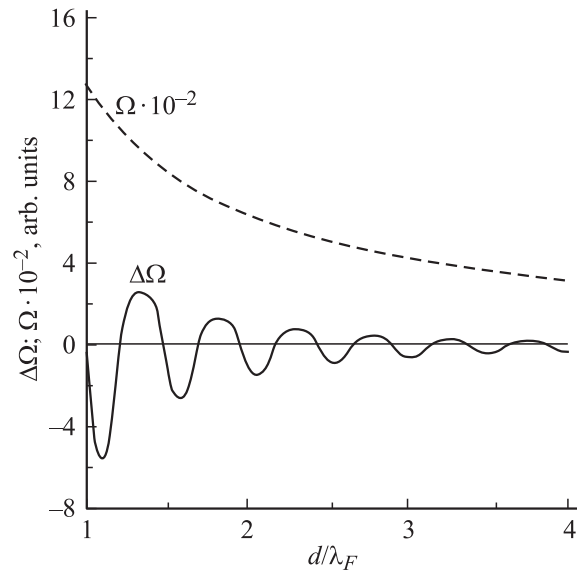


Рис. 2. Зависимости $\Omega(d/\lambda_F) \cdot 10^{-2}$ и $\Delta\Omega = \Omega(d/\lambda_F) - 2\Omega(2d/\lambda_F)$.

образом, представляет собой разность двух больших величин, причем сама она много меньше каждой из них. Период осцилляций межслойного обменного взаимодействия определяется де-бройлевской длиной волны электронов на уровне Ферми. Амплитуда осцилляций зависит как от ϵ_F , так и от параметров c_j^σ , задающих потенциал в (1). Аналогичные результаты могут быть получены, если задать $\alpha_j^\sigma = \sigma(-1)^j \alpha$ при АФ-упорядочении соседних слоев и $\alpha_j^\sigma = \sigma \alpha$ при ферромагнитном. При этом в потенциальных ямах образуются связанные состояния, но энергии электронов в этих состояниях оказываются практически не зависящими от магнитного упорядочения в сверхрешетке.

Отметим, что полученные результаты согласуются с данными работы [8]. Введенные там коэффициенты отражения и прохождения электронных волн на границе магнитных слоев определяются в рассматриваемом подходе амплитудами δ -образных потенциалов в формуле (1). При описании особенностей межслойного обменного взаимодействия конкретных веществ (периоды осцилляций, фазы и т. п.) де-бройлевская длина волны электронов в немагнитной прослойке выбирается таким образом, чтобы соответствовать областям поверхности Ферми, которые обладают свойством „нестинга“ (известным, например, из экспериментов де Гааза–ван-Альфена на массивных образцах). Таким образом, де-бройлевская длина волны является тем параметром, который характеризует конкретное вещество. А физический механизм осцилляций межслойного взаимодействия объясняется в рамках модели невзаимодействующих электронов, вариант которой предложен выше. Вопрос о том, почему модель невзаимодействующих электронов оказывается применимой для описания реальных материалов, несмотря на то что обменное взаимодействие опре-

деляется исключительно кулоновским взаимодействием электронов, не тривиален. Обоснование этого факта, использующее теорему о магнитных силах, можно найти в обзорных работах Бруно [10,11].

4. Стабилизация состояния волны спиновой плотности

Электроны проводимости в магнитных наносистемах могут быть ответственны и за формирование более сложных пространственно неоднородных структур. Такое поведение можно ожидать в системах, в которых различные магнитные состояния имеют одинаковую или очень близкую энергию. Рассмотрим, например, магнитную структуру хрома. В нем реализуется состояние волны спиновой плотности (ВСП) с периодом Λ , составляющим десятки постоянных решетки. Зависимость проекции магнитного момента M_i на выделенную ось от номера слоя i , отсчитываемого в направлении (001), задается выражением

$$M_i = (-1)^{i+1} M_0 \sin \frac{2\pi}{\Lambda} (i - 1), \quad i = 1, 2, \dots, \Lambda.$$

Магнитные моменты соседних атомов направлены противоположно, а их величина медленно меняется с амплитудой M_0 . Расчеты, выполненные из первых принципов [12] и в методе модельных гамильтонианов [13], показывают, что обычное АФ-упорядочение обладает более низкой, чем у ВСП, энергией, хотя и очень близкой к ней. При этом расчеты, выполненные в рамках метода функционала плотности, хорошо воспроизводят свойство „нестинга“ поверхности Ферми, учитывают возможную деформацию решетки и формирование волны зарядовой плотности при переходе в ВСП-состояние. Тем не менее во всех случаях основному состоянию соответствовало АФ-упорядочение [12].

Расчеты в приближении модельных гамильтонианов были проведены для системы во внешнем локальном магнитном поле, стимулирующем переход в ВСП-состояние [13]. После выключения внешнего поля система оставалась в этом состоянии, если длина волны ВСП Λ превосходила 40 монослоев. При Λ , больших, чем 51 монослой, даже с помощью внешнего поля, противоположного локальному магнитному моменту на каждом узле, не удавалось перевести систему в АФ-состояние: ВСП лишь сдвигалась на половину постоянной решетки. Таким образом, порог для перехода в АФ-состояние оказывается выше, чем порог для сдвига узла ВСП. Это объясняет относительную устойчивость метастабильного состояния ВСП. Следует отметить, однако, что в [13] рассматривалась только d -подсистема хрома. Ее параметры были перенормированы за счет $s-d$ -взаимодействия, но собственная энергия s -электронов при этом не учитывалась. Учет энергии таких электронов, которая различна при разном магнитном упорядочении из-за разного потенциального рельефа,

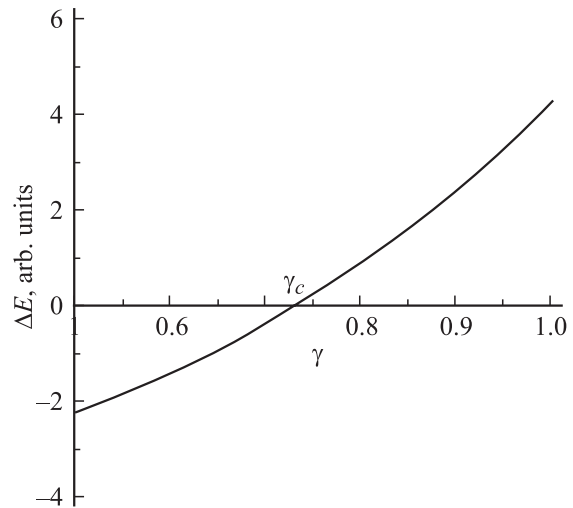


Рис. 3. Зависимость от параметра $\gamma = B/A$ разности энергий коллективизированных электронов в потенциалах, отвечающих ВСП- и АФ-состояниям.

создаваемого локализованными d -спинами, может как стабилизировать, так и разрушить состояние ВСП. При моделировании потенциала естественно считать, что амплитуды α_i^{σ} в (1) определяются величиной и направлением магнитных моментов.

Рассмотрим потенциалы вида

$$V_{AF}(\xi) = B \sum_{i=-\infty}^{\infty} (-1)^i \delta(\xi - ia), \quad (9)$$

$$V_{SDW}(\xi) = A \sum_{i=-\infty}^{\infty} (-1)^i \sin\left(\frac{2\pi i}{\Lambda}\right) \delta(\xi - ia), \quad (10)$$

отвечающие АФ-состоянию и состоянию ВСП (SDW). Для каждого из потенциалов можно, пользуясь развитым выше подходом, определить спектр электронов проводимости, рассчитать плотность их состояний и энергию. На рис. 3 приведена разность полных энергий коллективизированных электронов в потенциалах (10) и (9) как функция параметра $\gamma = B/A$ при $\Lambda = 16$. Увеличение амплитуд A и B в одинаковое число раз приводит к возрастанию наклона кривой $\Delta E(\gamma)$. Однако положение точки γ_0 , в которой кривая пересекает ось абсцисс, не изменяется. Не чувствительна величина γ_c и к длине волны Λ . Легко видеть, что в точке γ_c равны среднеквадратичные величины моментов. Таким образом, если переход из АФ- в ВСП-состояние приводит к увеличению среднеквадратичных моментов, то квазисвободные s -электроны могут стабилизировать это состояние. Расчеты из первых принципов, выполненные для хрома [12], показывают, что амплитудное значение момента в ВСП совпадает с моментом при АФ-упорядочении. В этом случае переход в состояние ВСП не приводит к выигрышу в энергии коллективизированных электронов. Однако указанный механизм

стабилизации пространственно неоднородных состояний может быть применен к другим металлическим соединениям. Так, ВСП-состояние было обнаружено недавно в неупорядоченных сплавах FeAl [3]. В отличие от систем на основе хрома в этих сплавах модуляция магнитного момента наблюдалась на фоне ферромагнитного упорядочения, а период ВСП зависел от концентрации сплава. Возможно, что формирование этого состояния связано с изменением энергии коллективизированных электронов, число которых меняется при изменении процентного содержания Al.

Список литературы

- [1] P. Grunberg. *J. Phys.: Cond. Matter* **13**, 34, 7691 (2001).
- [2] S.D. Bader. *Rev. Mod. Phys.* **78**, 1, 1 (2006).
- [3] D.R. Noakes, A.S. Arrott, M.G. Belk, S.C. Deevi, Q.Z. Huang, J.W. Lynn, R.D. Shull, D. Wu. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 217 201 (2003).
- [4] E. Fawcett. *Rev. Mod. Phys.* **60**, 1, 209 (1988).
- [5] S.J. Blundell, J.A.C. Bland. *Phys. Rev. B* **46**, 6, 3391 (1992).
- [6] С. Альбеверио, Ф. Гестези, Р. Хёэг-Крон, Х. Хольден. Решаемые модели в квантовой механике. Мир, М. (1991). 566 с.
- [7] *Ultrathin magnetic structures / Eds J.A.C. Bland, B. Heinrich.* Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg (2004). V. 2. 350 p.
- [8] P. Bruno. *Phys. Rev. B* **52**, 1, 411 (1995).
- [9] V.M. Uzdin, N.S. Yartseva. *J. Magn. Magn. Mater.* **156**, 1-3, 193 (1996).
- [10] P. Bruno. *J. Phys.: Cond. Matter* **11**, 9403 (1999).
- [11] J. Kudrnovský, V. Drchal, I. Turek, P. Bruno, P. Dederichs, P. Weinberger. In: *Electronic structure and physical properties of solids / Ed. H. Dreyssé.* Springer-Verlag, Berlin (2000). P. 313.
- [12] R. Hafner, D. Spišák, R. Lorenz, J. Hafner. *Phys. Rev B* **65**, 184 432 (2002).
- [13] V.M. Uzdin, C. Demangeat. *J. Phys.: Cond. Matter* **18**, 9, 2717 (2006).