

УДК 541.64

© 1990

МЕТОД КЛАСТЕРНЫХ ПОЛЕЙ. НЕКОТОРЫЕ АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ

Д. Я. Кац, А. С. Штейнберг

Для модели неупорядоченного решеточного газа с дальнедействующим взаимодействием в рамках метода кластерных полей получены точные решения и быстро сходящиеся разложения для вариационных параметров теории. Полученные выражения могут быть применены для аналитического расчета статистико-термодинамических средних. Возможности теории проиллюстрированы вычислением критической точки распада эквиатомного ГЦК твердого раствора с разными радиусами взаимодействия.

Для расчета статистико-термодинамических величин в решеточных моделях наряду с приближением среднего поля (ПСП) широкое распространение получили кластерные методы, из которых наиболее известным является кластерно-вариационный метод (КВМ) [1-3]. В отличие от ПСП кластерные методы позволяют точным образом описать эффекты ближней корреляции между атомами, входящими в кластер, и тем самым количественно улучшить теорию. Сравнительно недавно в серии работ [4-6] был развит метод кластерных полей (МКП), который является обобщением хорошо известного квазихимического метода [7]. При одинаковых размерах кластера МКП является менее точным, чем КВМ. Однако МКП значительно проще, гибче и допускает сравнительно несложное увеличение базисных кластеров, что в КВМ является серьезной проблемой. В отличие от КВМ МКП содержит в себе некоторые аналитические возможности, изложение которых является целью настоящей работы.

1. Краткая формулировка МКП

Следуя работам [4-6], дадим сводку основных формул МКП для модели решеточного газа с парным дальнедействующим взаимодействием (модель изоморфна магнитной модели Изинга и двойному твердому раствору замещения), гамильтониан которой записывается в виде

$$H = \sum_{i < j} V_{ij} \hat{n}_i \hat{n}_j - \mu \sum_i \hat{n}_i, \quad (1)$$

где V_{ij} — потенциал взаимодействия i -го и j -го узла; μ — химический потенциал, равный разности химических потенциалов компонентов $\mu = \mu_A - \mu_B$; \hat{n}_i — оператор числа заполнения i -го узла.

В МКП гамильтониан (1) представляется в виде линейной комбинации гамильтонианов кластеров

$$H = \sum_k \lambda_k H_k, \quad (2)$$

где H_k — гамильтониан k -го кластера, который учитывает взаимодействие внутри кластера точно; λ_k — числовые коэффициенты, удовлетворяющие определенным условиям нормировки.

Взаимодействие атомов кластера с окружением учитывается с помощью вариационных параметров эффективных кластерных полей. Таким образом, гамильтониан k -го кластера запишется в виде

$$H_k = \sum'_{i < j} V_{ij} \hat{n}_i \hat{n}_j + \sum'_i (\psi_k^i - \mu) \hat{n}_i, \quad (3)$$

где штрихованные суммы обозначают суммирование по узлам k -го кластера. Поле ψ_k^i учитывает взаимодействие i -го узла k -го кластера со всеми внешними узлами.

Главное приближение МКП состоит в аппроксимации матрицы плотности k -го кластера выражением

$$\rho_k = \exp(-\beta H_k + \beta \Omega_k), \quad (4)$$

где $\beta = 1/T$ — обратная температура.

Термодинамический потенциал кластера Ω_k дается выражением

$$\Omega_k = -T \ln Z_k = -T \ln \text{Sp} \exp(-\beta H_k). \quad (5)$$

Неизвестное поле ψ_k^i находится из условий согласования равенства всех средних $\langle \hat{n}_i \rangle$ (в неупорядоченной системе) концентрации c :

$$c = \langle \hat{n}_i \rangle = y_k^i (\partial / \partial y_k^i) \ln Z_k, \quad (6)$$

где

$$y_k^i \equiv \exp(\beta \mu - \beta \psi_k^i). \quad (7)$$

Таким образом, для расчета средних необходимо для каждого кластера из (2) решить систему уравнений (6) относительно величин y_k^i . Нахождение y_k^i позволяет рассчитать термодинамический потенциал кластера Ω_k и термодинамический потенциал системы Ω , который в МКП линейно связан с Ω_k :

$$\Omega = \sum_k i_{\cdot k} \Omega_k. \quad (8)$$

2. Расчет величин y_k^i

Пусть кластер Γ состоит из n узлов. Назовем кластер Γ симметричным, если для любых i и $j \in \Gamma$ выполняется условие

$$V_{ij} = \text{const} = V. \quad (9)$$

Для симметричных кластеров Γ y_k^i не зависит от i и система уравнений (6) вырождается в единственное алгебраическое уравнение n -го порядка. Ясно, что в общем случае простое аналитическое решение (6) возможно только для двухчастичных кластеров.

Рассмотрим статистическую сумму симметричного кластера Γ , которая имеет вид

$$Z_\Gamma = \sum_{k=0}^n C_n^k y^k e^{[k(k-1)]/2}, \quad (10)$$

где

$$y \equiv y_n, \quad e \equiv e^{-\beta V}. \quad (11)$$

Условие (6) запишется в виде

$$c = \frac{1}{n} \frac{y (d/dy) Z_\Gamma}{Z_\Gamma}. \quad (12)$$

При $c = 1/2$ уравнение (12) имеет простое аналитическое решение для любого n . Чтобы показать это, запишем уравнение (12) при $c = 1/2$ в явном виде

$$n \sum_{k=0}^n C_n^k y^k e^{[k(k-1)]/2} \left(1 - \frac{2k}{n}\right) = 0. \quad (13)$$

Заметим, что (13) становится тождеством, если для любого k выполняется

$$y^k e^{[k(k-1)]/2} = y^{n-k} e^{[(n-k)(n-k-1)]/2}. \quad (14)$$

Положив в (14) $k=0$, получим

$$y_n = e^{-(n-1)/2} \equiv \exp[\beta V (n-1)/2], \quad (15)$$

(15) удовлетворяет (13) и, таким образом, найден явный вид y_n при $c=1/2$.

Используя (15), можно найти быстро сходящееся разложение для y_n при произвольной концентрации. Если $\beta V=0$, то (6) имеет решение

$$y_n = c/(1-c). \quad (16)$$

Это означает, что атомы в кластере не взаимодействуют друг с другом.

Будем искать решение (12) в виде ряда по обратной температуре:

$$y_n = [c/(1-c)] \exp[\alpha_1(\beta V) + \alpha_2(\beta V)^2 + \dots]. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (6) найдем с точностью до членов порядка

$$y_n = \frac{c}{1-c} \exp\left[(n-1)\beta V c - \frac{n-1}{2} \beta^2 V^2 c(1-c)(1-2c)\right]. \quad (18)$$

Оценим теперь сходимость выражения (18) для реальных βV . Так, для 3-кластера выражение для y_3 с точностью до членов $\beta^3 V^3$ будет иметь вид

$$y_3 = \frac{1}{1-c} \exp\left[2\beta V c - c(1-c)(1-2c)\beta^2 V^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} c(1-c)(1-2c)(3c^2 - 3c + 1)\beta^3 V^3\right]. \quad (19)$$

Максимальный вклад третий член в экспоненте дает при $c=1/4$. Если положить $\beta V=1$, то y_3 будет иметь вид

$$y_3 = 1/3 \exp\left[1/2 - 3/32 + 3/32 \cdot 5/48\right], \quad (20)$$

т. е. поправочный коэффициент, возникающий при учете членов $\sim \beta^3 V^3$, равен 1.009

$$y_3^{(3)} = y_3^{(2)} \cdot 1.009, \quad (21)$$

где $y_3^{(k)}$ — величина, рассчитанная с точностью до членов $(\beta V)^k$. Относительная ошибка, связанная с определением y_3 при $\beta V=1$ и $c=1/4$, равна

$$\Delta = (y_T - y_{\text{анп}})/y_{\text{анп}} = 0.013, \quad (22)$$

где y_T — точное значение, рассчитанное на ЭВМ; $y_{\text{анп}}$ — аппроксимационное значение, вычисленное при помощи формулы (18).

Ясно, что сходимость выражения (18) существенно улучшается при уменьшении βV или при стремлении концентрации c соответственно к 0, 1/2 и 1.

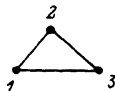
Исследуем теперь случай несимметричных кластеров. Тогда уравнение (6) переходит в систему из m уравнений, где m — число неэквивалентных узлов в кластере.

$$\begin{cases} c = y_1 (\partial/\partial y_1) \ln Z_n, \\ \dots \\ c = y_m (\partial/\partial y_m) \ln Z_n. \end{cases} \quad (23)$$

Аналогично рассуждая, можно показать, что для несимметричной модели при $c=1/2$ точное решение для y_n дается выражением

$$y_n^i = \exp\left[1/2 \beta \sum_{j \neq i} V_{ij}\right]. \quad (24)$$

Например, для треугольного кластера (123)



$$\begin{aligned} y_1^1 &= \exp [1/2\beta (V_{12} + V_{13})], \\ y_2^2 &= \exp [1/2\beta (V_{21} + V_{23})], \\ y_3^3 &= \exp [1/2\beta (V_{31} + V_{32})]. \end{aligned} \quad (25)$$

Разложение, аналогичное (13), для несимметричного кластера имеет вид

$$y_n^i = \frac{c}{1-c} \exp \left[\beta c \sum_{j \neq i} V_{ij} - \frac{1}{2} \beta^2 c (1-c) (1-2c) \sum_{j \neq i} V_{ij}^2 \right]. \quad (26)$$

Выражение (26) по существу аналитически решает задачу нахождения y_n^i для произвольного кластера. В случае, когда $\beta V \ll 1$ и (или) c близко к 0, $1/2$ и 1, выражение (26) может быть использовано для расчетов с высокой точностью.

3. Выбор базисных кластеров

Нахождение величин y_n^i создает возможность аналитического расчета термодинамического потенциала кластера Ω_k . Для расчета термодинамического потенциала системы необходимо выбрать набор базисных кластеров, т. е. тех кластеров, по которым ведутся разложения (2) и (3). Выбор, вообще говоря, неоднозначен. Однако наиболее последовательным является так называемое кумулянтное разложение [6], в котором термодинамический потенциал представляется в виде

$$\Omega = \sum_k \tilde{\Omega}_k = \sum_i \Omega_i + \sum_{i_1, i_2} \tilde{\Omega}_{i_1, i_2} + \dots \quad (27)$$

где $\tilde{\Omega}_k$ обозначает кумулянт k -го кластера. Например,

$$\tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - \Omega_i - \Omega_j, \quad (28)$$

$$\tilde{\Omega}_{ijk} = \Omega_{ijk} - \Omega_{ij} - \Omega_{ik} - \Omega_{jk} + \Omega_i + \Omega_j + \Omega_k \quad (29)$$

и т. д. Таким образом, n -й член кумулянтного ряда учитывает вклад только n -частичных корреляций. Любому кластеру можно по известному правилу поставить в соответствие диаграмму: атомам в кластере отвечают вершины диаграммы, потенциалу взаимодействия V_{ij} i -го и j -го атомов в кластере — линия, соединяющая i -ю и j -ю вершины. Например, тетраэдру ближайших соседей в ГЦК решетке соответствует диаграмма:



В (27) суммирование, вообще говоря, проводится по всем возможным кластерам. Однако можно показать, что некоторые классы кластеров вклад в (27) не дают. Дадим вначале два определения.

О п р е д е л е н и е 1. Назовем диаграмму, отвечающую данному кластеру, связной, если в ней нет хотя бы одной вершины, не связанной с другими.

О п р е д е л е н и е 2. Назовем диаграмму, отвечающую данному кластеру, приводимой, если она, будучи разрезана в одной из вершин, распадается на связные части.

Тогда справедлива следующая теорема.

Т е о р е м а. Приводимые и несвязные диаграммы (кластеры) не дают вклады в статистическую сумму кумулянтного разложения.

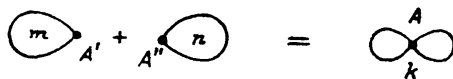
Докажем вначале очевидную лемму.

Л е м м а. Если статистическая сумма n -го кластера разбивается на произведение статистических сумм кластеров меньших размерностей, то кумулянт такого кластера равен нулю.

Доказательство леммы. Если статистическая сумма разбивается на произведение двух или более статистических сумм, это означает, что в данном кластере можно выбрать две или более подсистемы, не взаимодействующие друг с другом. Поскольку такие подсистемы нескоррелированы, кумулянт такого кластера равен нулю по определению кумулянта.

Теперь докажем теорему.

Доказательство теоремы. Образует из двух связанных кластеров размерностей m и n приводимый кластер размерностью $k = m + n - 1$



Точка A является общей вершиной. Ясно, что при образовании такого кластера все y_i останутся прежними, за исключением $y_{A'}$ и $y_{A''}$. Это обусловлено тем, что остались неизменными поля, действующие на все атомы, кроме A .

Представим статистическую сумму произвольного кластера в виде

$$Z = X + ay, \quad (30)$$

где X содержит всевозможные слагаемые, не содержащие y ; ay содержит все слагаемые, содержащие y .

Уравнение для определения y имеет следующий вид:

$$Zc = y (\partial/\partial y) Z. \quad (31)$$

Выражение $y (\partial/\partial y) Z$ «вырезает» только те члены, которые содержат y , следовательно,

$$Zc = Z - X \quad (32)$$

или

$$X = Z(1 - c). \quad (33)$$

Рассуждая аналогично, представим статистические суммы кластеров m , n и k в виде

$$Z_m = X_m + a_m y_{A'}, \quad Z_n = X_n + a_n y_{A''}, \quad Z_k = X_m X_n + a_k y_{A}. \quad (34)-(36)$$

X_k мы представили в виде $X_m X_n$, так как члены, не содержащие $y_{A'}$ и $y_{A''}$, не взаимодействуют друг с другом. Из уравнения (33) имеем

$$X_m = Z_m(1 - c), \quad X_n = Z_n(1 - c), \quad X_m \cdot X_n = Z_k(1 - c). \quad (37)-(39)$$

Из уравнений (37)–(39) получаем

$$Z_k = Z_m Z_n / Z_1. \quad (40)$$

Если диаграмма является несвязной, то

$$Z_k = Z_m Z_n. \quad (41)$$

В силу только что доказанной леммы такие кластеры не дают вклада в статистическую сумму кумулянтного разложения. Доказанная теорема подтверждает интуитивно ясное соображение о том, что наиболее «важные» кластеры состоят из возможно большего числа сильных связей. Действительно, кумулянт есть непрерывная функция потенциалов V_i . При $V_i \rightarrow 0$ соответствующий кумулянт также стремится к нулю, если диаграмма стремится к несвязной.

4. Примеры аналитических расчетов

Приведенные выше результаты применимы для широкого спектра задач статистической термодинамики решеточных систем. Ниже будут приведены несколько конкретных примеров.

1. Критическая точка экваторного ГЦК раствора с взаимодействием ближайших соседей.

Эта задача хорошо известна и решалась различными методами. В рамках МКП для определения $|T_c/V_1|$ необходимо решить уравнение

$$\partial \mu / \partial c |_{c=1/2} = 0. \quad (42)$$

Найдем решение (42) в трех приближениях — 2, 3 и 4-частичных кластеров. Любая термодинамическая величина может быть представлена в виде диаграммного разложения

$$\varphi(c, T) = \text{---} + \triangle + \square \text{ (diagonal)} + \square \text{ (diagonal)} + \square$$

При расчете кумулянтов по формуле (27) нам необходимо знать количество кластеров различного типа, проходящих через выбранный атом. В табл. 1 приведены числа таких кластеров, существующих в ГЦК решетке. При этом считалось, что взаимодействуют только ближайшие соседи, и учитывались все кластеры, вплоть до 4-частичных. Приведем числа кластеров различного типа, существующих в ГЦК решетке.

Таблица 1






Тип кластера	Количество
	12
	24
	8
	48
	0

Таблица 2

Приближение	T_c/V_1
ПСП	3
МКП 2-кластер	2.74
3-кластер	2.64
4-кластер	2.62
КВМ (приближение тетраэдров)	2.51
Ряды	2.45

В уравнение (42) входят величины $\partial y / \partial c |_{c=1/2}$, которые могут быть найдены из следующих простых соображений.

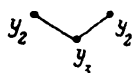
1) Если кластер симметричный, то мы имеем одно нелинейное уравнение для нахождения y . Например, для 3-кластера это уравнение имеет вид

$$F(y, c) = y^3 e^3 (1 - c) + y^2 e (2 - 3c) + y (1 - 3c) - c = 0. \quad (43)$$

Для нахождения $\partial y_3 / \partial c$ воспользуемся производной неявной функции

$$\frac{\partial y_3}{\partial c} = - \left(\frac{\partial F}{\partial c} \right) / \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right) = 4 \frac{(1 + 3e^{-1})}{(1 + 3e)}. \quad (44)$$

2) Если кластер несимметричный, то $\partial y_i / \partial c$ находится из системы линейных уравнений. Например, в кластере



мы имеем систему из двух уравнений

$$\begin{cases} F_1(y_2, y_3, c) = y_3 y_2^2 e^2 (1 - c) + 2y_2 y_3 e (1 - c) + y_3 (1 - c) - c (1 + y_2)^2 = 0, \\ F_2(y_2, y_3, c) = y_3 y_2^2 e^2 (1 - c) + y_2^2 (1 - c) + y_3 y_2 e (1 - 2c) + y_2 (1 - 2c) - c - y_3 c = 0. \end{cases} \quad (45)$$

Тогда

$$\partial y_3 / \partial c = -\Delta_2 / \Delta_1, \quad (46)$$

где

$$\Delta_2 = \det \begin{pmatrix} \partial F_1 / \partial c & \partial F_1 / \partial y_2 \\ \partial F_2 / \partial c & \partial F_2 / \partial y_2 \end{pmatrix}, \quad (47)$$

$$\Delta_1 = \det \begin{pmatrix} \partial F_2 / \partial y_2 & \partial F_1 / \partial y_2 \\ \partial F_2 / \partial y_3 & \partial F_1 / \partial y_3 \end{pmatrix}. \quad (48)$$

В нашем случае

$$\partial y_3 / \partial c = 4e^{-1/2}. \quad (49)$$

Приведем сводку результатов (табл. 2) для значений $|T_c/V_1|$ в сравнении с аналогичными данными, полученными другими методами [8-11]. Данные результаты показывают, что уже учет парных корреляций дает существенное уточнение по сравнению с ПСП. Учет корреляций 3-го и 4-го порядков дает несколько завышенное значение по сравнению с КВМ.

2. Исследуем теперь зависимость критической точки $|T_c/V_1|$ при наличии взаимодействия не только в 1-й, но и во 2-й координационных сферах.

В работах [11-12] было показано, что зависимость T_c от параметра x , где $x = V_2/V_1$, хорошо описывается линейным законом. Например, в работе [11] с использованием техники Монте-Карло было показано, что

$$T_c = T_{c_1} + 1.14x, \quad (50)$$

где T_{c_1} — температура распада, вычисленная с учетом ближайших соседей. Для ГЦК решетки $T_{c_1} = 2.45$.

В случае сплава эквиатомного состава в приближении парных кластеров эта задача легко решается. Уравнение для нахождения зависимости $|T_c/V_1|$ от x имеет вид

$$z_1(e^{1/2\tau} - 1) + z_2(e^{1/2\tau} - 1) + 2 = 0 \quad (51)$$

или

$$x = 2\tau \ln [(z_1 + z_2 - 2 - z_1 e^{1/2\tau}) / z_2], \quad (52)$$

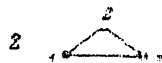
где $\tau \equiv T_c/V_1$, z_i — координационное число в i -й сфере. При этом $|\tau| \geq \geq 1/2 \ln [(z_1 - 2)/z_1]$.

Разлагая $e^{1/2\tau}$ и \ln в ряд по степеням $1/2\tau$ и ограничиваясь линейным членом, приходим к уравнению

$$\tau = \frac{1}{2 \ln [(z_2 - 2)/z_2]} \left(\frac{z_1}{z_2 - 2} + x \right). \quad (53)$$

Таким образом, зависимость $|T_c/V_1|$ от x удовлетворительно описывается линейным законом. Значение $\partial \tau / \partial x$ для ГЦК решетки равно 1.23, что близко к значению, полученному методом Монте-Карло.

При учете кластеров больших размерностей, например 3-частичных, анализ зависимости $|T_c/V_1|$ от x несколько усложняется. Так, при учете 3-кластеров необходимо учесть кластеры двух типов:



$$V_{12} = V_{13} = V_{23} = V_1$$

$$V_{12} = V_{23} = V_1 \\ V_{13} = V_2$$

Возникающее при этом уравнение имеет вид

$$z_1(e_1^{-1/2} - 1) + z_2(e_2^{-1/2} - 1) + 2 + 4N_1 \frac{3 + e_1 - e_1^{-1/2} - 3e_1^{1/2}}{1 + 3e_1} + \\ + N_2 \frac{2e_1^{1/2}e_2^{1/2} + 2e_1^{-1/2}e_2^{1/2} + 2e_1 + 4e_1^{1/2}e_2^{-1/2} - 4e_1^{-1/2} - 6e_1^{1/2} - 4e_2^{1/2} - 2e_1e_2^{-1/2} + 6}{(1 + e_1 + 2e_1^{1/2}e_2^{1/2})} = 0, \quad (54)$$

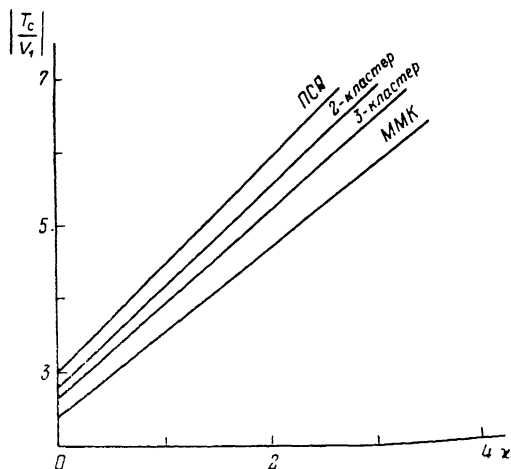
где N_1, N_2 — числа кластеров типа 1 и 2 соответственно. Однако зависимость $|T_c/V_1|$ от x , вычисленная при помощи (54), также хорошо описывается линейным законом, при этом $d\tau/dx = 1.20$.

Таким образом, видно, что учет кластеров больших размерностей дает существенное уточнение по сравнению с ПСП, в котором зависимость T_c от x дается выражением $T_c = T_c [1 + (z_2/z_1)x]$ и в пределе стремится к значениям, полученным при помощи техники Монте-Карло (рис. 1).

3. В заключение рассмотрим модель Кюри—Вейсса в рамках формализма МКП. Точное решение этой модели дано в работе [10].

Ф о р м у л и р о в к а м о д е л и:

Существует решетка из N спинов $\sigma_i = \pm 1$, причем энер-



Зависимость приведенной критической температуры $|T_c/V_1|$ от константы взаимодействия $x = V_2/V_1$.

гия взаимодействия для данной конфигурации спинов равна

$$E = -\frac{2J}{N} \sum_{i < j} \sigma_i \sigma_j, \quad J > 0. \quad (55)$$

Особенности модели заключаются в следующем.

1) Все спины взаимодействуют друг с другом одинаковым образом.

2) Энергия взаимодействия пропорциональна $1/N$. В наших терминах это означает, что все кластеры становятся симметричными, т. е. все атомы взаимодействуют друг с другом одинаковым образом с потенциалом $V \sim 1/N$ (в нашем случае $V < 0$).

Тогда химический потенциал на 1 атом запишется в виде

$$\mu_i = \mu_1 + C_1^i \tilde{\mu}_2 + \dots + C_N^i \tilde{\mu}_N, \quad (56)$$

где $\tilde{\mu}_p$ — p -й кумулянт.

Например,

$$\tilde{\mu}_1 = \mu_1, \quad \tilde{\mu}_2 = \mu_2 - \mu_1,$$

и т. д. Вообще

$$\tilde{\mu}_p = \sum_{k=1}^p (-1)^{p-k} C_p^k \mu_k, \quad (57)$$

где $\mu_k = \ln y_k$. Переходя к записи μ_i через μ_k , имеем

$$\mu_1 = \sum_{k=1}^{N+1} a^k \mu_k, \quad (58)$$

где

$$a_k = \sum_{\nu=1}^{N+1} (-1)^{k-\nu} C_{N+1}^{\nu-1} C_{\nu-1}^{k-1}. \quad (59)$$

Из формулы (59) нетрудно видеть, что для всех $k \neq N+1$ $a_k = 0$. Для $k = N+1$ получаем

$$\mu_i = \ln y_{N+1}. \quad (60)$$

В силу выражения (18) представим y_{N+1} в виде

$$y_{N+1} = \frac{c}{1-c} \exp \left(\beta V N c - \frac{1}{2} N c (1-c) (1-2c) \beta^2 V^2 \right), \quad (61)$$

$$\mu_i = \ln \frac{c}{1-c} + \beta V N c - \frac{1}{2} N c (1-c) (1-2c) \beta^2 V^2. \quad (62)$$

Для нахождения критической температуры T_c необходимо решить уравнение

$$\partial \mu_i / \partial c |_{c=1/2} = 0. \quad (63)$$

В результате имеем

$$1/c (1-c) + \beta V N + N c (1-c) \beta^2 V^2 = 0. \quad (64)$$

Вводя новую переменную $J = -VN$, получаем, что с точностью до членов $\sim 1/N$

$$T_c = J/4, \quad J > 0. \quad (65)$$

Этот результат совпадает с полученным другим способом в работе [10].

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Kikuchi R. // Phys. Rev. 1951. V. 81. N 6. P. 988—1003.
- [2] Sanchez J. M., de Fontaine D. // Phys. Rev. B. 1978. N 7. V. 17. P. 2926—2936.
- [3] Sanchez J. M., de Fontaine D. // Phys. Rev. B. 1980. V. 21. P. 216—228.
- [4] Вакс В. Г., Зейн Н. Е., Зиненко В. И., Орлов В. Г. // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. № 6 (12). С. 2030—2045.
- [5] Вакс В. Г., Орлов В. Г. // ФТТ. 1986. Т. 28. № 12. С. 3627—3636.
- [6] Вакс В. Г., Зейн Н. Е., Камышенко В. В. // Препринт ИАЭ. М., 1987. 28 с.
- [7] Guggenheim E. A. // Proc. Roy. Soc. 1935. V. A148. N 864. P. 304—312.
- [8] Хачатурян А. Г. Теория фазовых превращений и структура твердых растворов. М., 1974. 384 с.
- [9] Domb C. // J. Roy. St. Soc. 1964. N 1. V. 26. P. 367—375.
- [10] Дайсон Ф., Монролл Э., Кац М., Фишер М. Устойчивость и фазовые переходы. М., 1973. 373 с.
- [11] Штейнберг А. С., Воликов Ю. К. // ФММ. 1987. Т. 64. № 23. С. 437—441.
- [12] Штейнберг А. С. // ФММ. 1985. Т. 60. № 3. С. 444—448.

Поступило в Редакцию
21 июня 1989 г.
В окончательной редакции
26 сентября 1989 г.