УДК 621.315.592

ПОГЛОЩЕНИЕ ЗВУКА ПОДВИЖНЫМИ НОСИТЕЛЯМИ В КОРРЕЛИРОВАННОЙ СПИНОВОЙ СИСТЕМЕ

А. А. Голуб, О. Ю. Маштаков, В. И. Котруцэ

Исследовано поглощение звука подвижными дырками в модели Хаббарда для моттовского диэлектрика. Рассмотрен случай антиферромагнетика. Движение отдельной дырки носит диффузионный характер благодаря взаимодействию ее с магнитным фоном. Для расчета использовано приближение, в котором не учитываются вклады в функции Грина от замкнутых путей (суммирование на дереве Кейли).

Открытые недавно материалы, обладающие высокотемпературной сверхпроводимостью, имеют также интересные магнитные свойства [1]. В отсутствие легирования или при слабом допировании примесями они являются антиферромагнетиками. Антиферромагнетизм связан с обменным гейзенберговским взаимодействием локализованных на ионах меди (Cu^{++}) спинов. Движение отдельной дырки носит диффузионный характер благодаря ее взаимодействию с магнитным фоном. Теоретически различные аспекты поведения дырки изучались в работах [2-4].

Здесь мы рассмотрим вопрос о поглощении звука такими носителями. При этом будем считать, что носители двигаются только в плоскостях, в которых установлен магнитный порядок.

Затухание акустических колебаний будет состоять из слагаемых, соответствующих поглощению подвижными дырками α_h, обычному поглощению из-за магнитострикционных эффектов (объемного и одноионного) [5, 6] $\alpha_{\mathcal{J}}$ и из-за решеточного ангармонизма α_l [7].

Мы вычислим α_h. В качестве модельного гамильтониана используем гамильтониан Хаббарда в атомном пределе $u \gg t$ [8, 9] (где t — интеграл перескока с узла на узел)

$$H = P \sum_{i\tau\sigma} t(\tau)\, C^+_{i\sigma} C_{i+\tau\sigma} P + \text{э. с} + \mathcal{J} \sum_{\langle ij \rangle} \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j. \tag{1}$$

Здесь P — оператор проектирования: $P=1$, если действует на состояния с одной дыркой, и $P=0$ в остальных случаях; $\mathcal{J}=4t^2/u$ — константа антиферромагнитного обмена; C^+_i, C_i — операторы рождения и уничтожения дырок; S_i — спиновый оператор на узле i. Суммирование по τ ведется по ближайшим соседям.

Взаимодействие со звуковыми колебаниями получим, считая величины $t(\tau)$ и $\mathcal{J}$ зависящими от смещения решетки. Кроме того, в магнетиках необходимо учесть еще магнитострикционные одноионные эффекты [6], приводящие к дополнительному вкладу в коэффициент поглощения звука. В итоге для взаимодействия решетки с подвижными дырками гамильтониан имеет следующий вид:

$$H' = \delta_0 \sum_{\langle i i_1 \rangle} g^\alpha (i - i_1) (u^\alpha_i - u^\alpha_{i_1})\, C^+_{i\sigma} C_{i_1\sigma}, \tag{2}$$

где $g^\alpha(i - i_1) = \nabla^\alpha_i t(i - i_1)$; $g^\alpha(i) = -g^\alpha(-i)$; u^α_i — компонента вектора смещений узла решетки i; δ_0 — безразмерный параметр допирования.

Остальные слагаемые, которые ответственны за взаимодействие акустических волн в магнетиках, совпадают с приведенными в [6].

Гамильтониан (2) написан в приближении, в котором эффективно проекторы P заменены параметром допирования δ_0 [10]. Физически это соответствует снятию в (2) ограничения на двойное заполнение узла i. Однако, поскольку в кинетической части H (1) проекторы P сохранены, корреляторы, связанные с α_h будут вычисляться с учетом запрещения двойного заселения узла i. Коэффициент поглощения звука определим обычным образом с помощью уравнения для фононной функции Грина $D_{\alpha\alpha}(t)$

$$-\left(\delta_{\alpha\gamma}\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\omega_\lambda(q)\,l_\alpha(q\lambda)\,l_\gamma(q\lambda)\right)D_{\gamma\alpha'}(q,\ t-t')=$$

$$=i\int_0^\beta dt_1P_{\alpha\gamma}(q,\ t-t_1)\,D_{\gamma\alpha'}(q,\ t_1-t')+\frac{\delta_{\alpha\alpha'}}{M}\delta_{tt'},$$

где $l_\alpha(q,\lambda)$ — векторы поляризации звуковой волны частоты $\omega_\lambda(q)$; M — масса атома. Поляризационный оператор $P_{\alpha\gamma}$ имеет вид ($qa\ll 1$, a — постоянная решетки в плоскости CuO_2)

$$P_{\alpha\gamma}(q\omega_\nu)=\frac{\delta_0^2}{2MNa^2}\sum_{jj_1\tau\tau_1}g_\alpha(\tau)\,g_\gamma(\tau_1)\,\chi_{jj_1}(\omega_\nu)\exp\left[-iq\,(j-j_1)\right], \tag{3}$$

$$\chi_{jj'}(\omega_\nu)=\iint\limits_{-\infty}^{\infty}d\omega_1 d\omega_2\,\frac{\left(e^{-\beta\omega_2}-e^{-\beta\omega_1}\right)}{\omega_1-\omega_2+i\omega_\nu}\varphi_{jj'}(\omega_1,\ \omega_2), \tag{4}$$

$$\varphi_{jj_1}(\omega_1,\ \omega_2)=\frac{1}{Z}\operatorname{Sp}\left[\delta(\omega_1-H)\,h_{j_1\tau_1}\delta(\omega_2-H)\,h_{j\tau}\right]. \tag{5}$$

Здесь $Z=\operatorname{Sp}\exp(-\beta H)$, $h_{i\tau}=C^+_{i\sigma}C_{i+\tau\sigma}+$ э. с., след берется по состояниям H (1).

Коэффициент поглощения звука α_h выражается через мнимую часть $P_{\alpha\gamma}$ и равен (c_λ — скорость звука)

$$\alpha_h(\lambda)=\operatorname{Im}\left(l_\lambda(q)\,P_{\alpha\gamma}l_\gamma(q\lambda)\right)\ [2\omega_\lambda(q)\,c_\lambda]^{-1}, \tag{6}$$

$\operatorname{Im}P_{\alpha\gamma}\sim\operatorname{Im}\chi_{jj'}$, и после аналитического продолжения ($i\omega_\nu\to\omega_\lambda+i\delta$) в пределе $\omega_\lambda\ll T$ получим

$$\operatorname{Im}\chi_{jj_1}(\omega_\lambda)=\pi\beta\omega_\lambda\int_{-\infty}^{\infty}d\omega e^{-\beta\omega}\varphi_{jj_1}(\omega,\ \omega+\omega_\lambda). \tag{7}$$

Вычислим (7), суммируя вклады всех диаграмм для функций Грина $G(\omega)$ на квадратной решетке, исключая все замкнутые пути [9]. В этом случае $G(\omega)$ имеет вид

$$G(\omega)=3\omega^{-1}(1+2f)^{-1},\ \ f=(1-\omega_0^2/\omega^2)^{1/2}, \tag{8}$$

где $\omega_0=\sqrt{12}t$ определяет эффективную ширину спектра подвижной дырки [9].

Используемое приближение лучше подходит для движения дырки на антиферромагнитном фоне. Кроме того, анализ [8, 9] строго применим для одной дырки. Чтобы дырки можно было рассматривать независимо, их концентрация $n_h=\delta_0/a^2$ должна быть малой. Более жесткое ограничение связано с конечностью $\mathcal{J}$. Теория [9] соответствует $\mathcal{J}\to 0$. Для $\mathcal{J}\neq 0$ приведенные здесь результаты справедливы, если период колебаний много меньше времени обмена $\hbar\mathcal{J}^{-1}$. В реальных ВТСП этому условию удовлетворить трудно даже для очень высокочастотного звука. Поэтому наши результаты носят модельный характер и справедливы для систем, когда $\omega>\mathcal{J}$.

Представим

$$\delta(\omega - H) = (2i\pi)^{-1}[(\omega - H - i\delta)^{-1} - (\omega - H + i\delta)^{-1}]$$

и предположим, что звук распространяется в проводящей плоскости вдоль оси x ($\mathbf{q}=(q,\ 0,\ 0)$). Выполнив в (3)—(7) суммирование по $\tau\tau'$, получим ($\beta=T^{-1}$, ρ — плотность вещества)

$$\alpha_h(\lambda) = \frac{\hbar\delta_0^2 g^2 q^2 \beta}{2\pi c_\lambda \rho Z}\int\limits_{-4t}^{4t} d\omega \exp(-\beta\omega)\,\tilde{F}(\omega,\ \omega+\omega_\lambda), \tag{9}$$

где

$$\tilde{F}(\omega_1,\ \omega_2) = F(\omega_1 - i\delta,\ \omega_2 - i\delta) + F(\omega_1 + i\delta,\ \omega_2 + i\delta) -$$
$$- F(\omega_1 - i\delta,\ \omega_2 + i\delta) - F(\omega_1 + i\delta,\ \omega_2 - i\delta),$$
$$F(\omega_1,\ \omega_2) = \sum_{ii_1\sigma\sigma_1} \mathrm{Sp}\,\{(\omega_1 - H)^{-1} C^+_{i_1\sigma_1} C_{i_1+x\sigma_1}(\omega_2 - H)^{-1} C^+_{i\sigma} C_{i-x,\,\sigma} +$$
$$+ (\omega_1 - H)^{-1} C^+_{i_1\sigma_1} C_{i_1+x\sigma_1}(\omega_2 - H)^{-1} C^+_{i\sigma} C_{i+x\sigma}\},$$
$$g^2 = |e_\alpha g^\alpha g^\gamma e_\gamma|. \tag{10}$$

Для вычисления F необходимо суммировать вклады от всех путей, которые состоят из звеньев, соответствующих переходам под действием операторов h_{ix}, H/ω_1, H/ω_2 [9]. Вклад n-порядка описывается неприводимым графиком (см. рисунок) с начальным и конечным звеном типа h_{ix} и с пристегиванием боковых отростков. В отличие от подвижности [9, 11] вклады от всех путей для α_h будут суммироваться. В итоге для графа порядка n получим

$$F^{(n)}(\omega_1,\ \omega_2) = G(\omega_1)\,G(\omega_2)\,(a_{\omega_1}a_{\omega_2})^{-n}(A_n a^2_{\omega_1} + B_n + C_n a^{-2}_{\omega_1}), \tag{11}$$

где

$$a_\omega = \omega t^{-1}(1+f),\quad A_1 = 0,\quad B_1 = 3,\quad C_1 = 5,\quad A_{2n} = 2^{-1}(3^{2n-1} - 1),$$
$$A_{2n+1} = 2^{-1}(3^{2n} + 1),\quad B_{2n} = 3^{2n} + 1,\quad B_{2n-1} = 3^{2n-1} - 1,$$
$$C_{2n-1} = 2^{-1}(3^{2n} + 1),\quad C_{2n} = 2^{-1}(3^{2n+1} - 1).$$

С помощью последней формулы находим

$$F(\omega_1,\ \omega_2) = G(\omega_1)\,G(\omega_2)\left[1 + \frac{3}{a_{\omega_1}a_{\omega_2}} + \frac{5}{a^3_{\omega_1}a_{\omega_2}} + \frac{1 - {}^1/_2\,(a^2_{\omega_1} + a^{-2}_{\omega_2})}{(1 + a_{\omega_1}a_{\omega_2})\,a_{\omega_1}a_{\omega_2}} + \right.$$
$$\left. + \frac{\omega_1}{\omega_0^2}\,\frac{18\,(a_{\omega_1}a_{\omega_2})^{-1}}{(a_{\omega_1}a_{\omega_2} - 3)}\right].$$

Сложив выражения для F, определим $\tilde{F}(\omega,\ \omega+\omega_\lambda)$. При этом основной вклад не зависит от ω_λ. Окончательно для коэффициента поглощения звука подвижными дырками получим формулу

$$\bar{\alpha}_h = d^{-1}\alpha_h(\lambda) = \hbar\,\frac{125}{4\sqrt{2\pi}}\,\frac{\delta_0^2 g^2 q^2}{\rho c_\lambda \omega_0^2 d}\,(\beta\omega_\lambda)^{1/2},\quad \omega_\lambda \ll T \ll \omega_0, \tag{12}$$

$1/d$ — число слоев на единицу длины. Если $\omega_\lambda \gg T \ll \omega_0$, то

$$\bar{\alpha}_h = \frac{125}{4\sqrt{2}\,\pi}\,\hbar\,\frac{\delta_0^2 g^2 q^2}{\rho c_\lambda \omega_0^2 d}\,\frac{(\beta\omega_\lambda)^{1/2}}{(\hbar\omega_\lambda\beta)}. \tag{13}$$

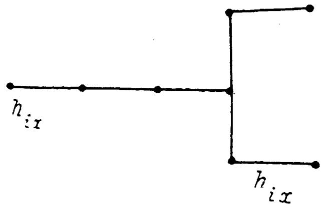
Для сравнения приведем значения коэффициентов поглощения звука в спин-волновом приближении $\alpha_{\mathcal{J}}$ и для случая решеточного ангармонизма [7]

$$\alpha_{\mathcal{J}} \sim \frac{g^2 a}{\hbar\rho c v_s^2 \pi}\,\frac{aq}{(4\mathcal{J}\beta)^3},\quad \omega \ll T;\quad \alpha_l \simeq \frac{\omega T^4}{\rho\hbar^3 v^6_s},\quad T \ll \Theta_{\text{Дебая}}. \tag{14}$$

Как отмечалось выше, формулы (12), (13) применимы в случае, когда $\omega \gg \mathcal{J}$. В реальных материалах, проявляющих высокотемпературную сверхпроводимость, $\mathcal{J} \gg \omega$. Соответствующие выражения для коэффициента поглощения звука можно получить на основании подхода, принятого в [12]. Выражение для поляризационного оператора (3) может быть представлено в следующей форме:

$$\operatorname{Im} P_{\alpha\beta}(q, \omega_\lambda) = \gamma\pi \sum_k \int dx\, [n(x+\omega_\lambda) - n(x)]\, C^2_{\text{зв}}(kx, \omega_\lambda)\, A(kx)\, A(kx+\omega_\lambda), \qquad (15)$$

где $n(x)$ — больцмановская функция распределения; $\gamma = 2(q_x a)^2 g^2/MN$; $A(kx)$ — спектральная плотность функции Грина дырки; $C_{\text{зв}}(k, x, \omega)$ — звуковая вершинная функция, точный вид которой неизвестен, но для частот, близких ко дну дырочной зоны, $C_{\text{зв}} \sim \sim 1$. В формуле (15) используем явный вид $A(k, x+\omega_\lambda)$, соответствующий некогерентной части спектра [12]. Для $A_k(x)$ справедливо полюсное приближение $A_k(x) = a_k \delta(x - \omega_k) \times \times (a_k \approx \mathcal{J}/t)$, так как функция распределения фиксирует значение x около полюса. В итоге с помощью (15) получаем выражение для коэффициента поглощения высокочастотного звука при $\omega \ll \mathcal{J}$. Для случаев RVB [10, 13] и неелевского вакуумов имеем



Пример графа, который дает вклад в $F(\omega_1, \omega_2)$.

$$\alpha_{RVB} \approx \hbar (q_x a)^2 g^2 n_h / 2\rho c_\lambda t^2; \quad \alpha_{\text{Neel}} \simeq 2\alpha_{RVB} (\hbar\omega/\mathcal{J}). \qquad (16), (17)$$

Таким образом, затухание звука при движении дырки по антиферромагнитному вакууму (17) на 3—4 порядка слабее, чем α_{RVB}.

Оценим различные вклады в коэффициент α. Выберем $\omega_\lambda \lesssim 10^9$ Гц, $q \lesssim 10^4$ см$^{-1}$, $c \sim 10^5$ см/с, $g \sim t/a$, $T \sim 1$ К, $n_h \sim 10^{21}$ см$^{-1}$ $(n_h = \delta_0/a^2 d)$, $\alpha_h \sim 10^{-2}$ см$^{-1}$, $\alpha_l \sim 10^{-4}$ см$^{-1}$, $\alpha_{RVB} \simeq 10^{-3} \div 10^{-2}$ см$^{-1}$.

В заключение авторы благодарят Ю. М. Гальперина и В. И. Козуба за обсуждение работы и критические замечания.

Список литературы

[1] Vaknin D. e. a. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. N 26. P. 2802—2806; Mitsuda S. e. a. // Phys. Rev. B. 1987. V. 36. N 1. P. 822—825; Freltoft T. e. a. // Phis. Rev. B. 1987. V. 36. N 1. P. 826—828.

[2] Глазман Л. И., Иоселевич А. С. // Письма в ЖЭТФ. 1988. Т. 47. № 8. С. 464—467.

[3] Барабанов А. Ф., Максимов Л. А., Уймин Г. В. // Письма в ЖЭТФ. 1988. Т. 47. № 10. С. 532—535.

[4] Горьков Л. П., Сокол А. В. // Письма в ЖЭТФ. 1988. Т. 48. № 9. С. 505—509.

[5] Каганов М. И., Цукерник В. М. // ЖЭТФ. 1959. Т. 36. № 1. С. 224—236.

[6] Bennett H. S., Pytte E. // Phys. Rev. 1967. V. 155. N 2. P. 553—563.

[7] Гуревич В. Л. Кинетика фононных систем. М., 1980. 400 с.

[8] Nagaoka J. // Phys. Rev. 1966. V. 147. N 1. P. 392—409.

[9] Brinkman W. T., Rice T. M. // Phys. Rev. B. 1970. V. 2. N 5. P. 1324—1338.

[10] Baskaran G., Zou Z., Anderson P. W. // Sol. St. Comm. 1987. V. 63. N 11. P. 973—976.

[11] Rice T. M., Zheng F. C. // Phys. Rev. B. 1989. V. 39. N 1. P. 815—818.

[12] Kane C. L., Lee P. A., Read N. // Phys. Rev. B. 1989. V. 39. N 10. P. 6880—6997.

[13] Marston J. B., Afflede I. // Phys. Rev. B. 1989. V. 39. N 16. P. 11538—11558.

Отдел энергетической
кибернетики АН МССР
Кишинев

Поступило в Редакцию
21 сентября 1989 г.
В окончательной редакции
20 декабря 1989 г.