

ОСОБЕННОСТИ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ ЭФФЕКТА ДЖОЗЕФСОНА В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ

Ю. М. Иванченко, Т. К. Соболева

УДК 530.1, 537.876

© 1990

Рассмотрен эффект Джозефсона в контактах, у которых размер вдоль поля конечен и соизмерим с глубиной проникновения λ_L . Исследованы особенности электродинамики и получено нелокальное уравнение для фазы в случае протяженных контактов. Полученный степенной характер асимптотик магнитного поля и тока вихря должен быть характерен для вихрей, проникающих в ВТСП пленки в области двойниковых границ.

Многочисленные теоретические исследования эффекта Джозефсона, как правило, относятся к случаю, когда туннельный переход образован массивными сверхпроводниками с толщинами $d_{1,2} \gg \lambda_L$ (λ_L — лондоновская глубина проникновения). В случае конечного размера сверхпроводников или сверхпроводящих пленок ($d \sim \lambda_L$) теоретически рассмотренная конфигурация туннельного перехода такова, что размер вдоль поля бесконечен [1, 2]. В сущности это обстоятельство позволяло описывать электродинамику самих сверхпроводников в рамках уравнений Лондонов и обеспечивало локальность уравнения, описывающего пространственно-временную эволюцию разности фаз. В эксперименте же нередко используются контакты, у которых размер вдоль поля конечен и соизмерим с глубиной проникновения λ_L . В частности, такого типа конфигурация реализуется на монокристаллических чешуйках Y—Ba—Cu—O с двойниками. Толщина чешуйки может быть порядка λ_L , а границы двойникова-ния перпендикулярны плоскости чешуйки.

В настоящей работе мы покажем, что для туннельных переходов, образованных тонкими сверхпроводящими пленками (СП) (размер вдоль поля d меньше λ_L), связь тока j с разностью фаз φ носит нелокальный характер. Это обуславливает степенной характер спада магнитного поля и тока джозефсоновского вихря на больших расстояниях от его центра.

Рассмотрим сначала стационарный случай и будем считать, что СП, образующие контакт, одинаковы, а внешнее магнитное поле направлено вдоль оси z (выбранная геометрия изображена на рис. 1). Плотность сверхпроводящего тока в каждой из СП может быть записана как

$$j_{1,2} = \frac{c}{4\pi\lambda_L^2} \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla\varphi_{1,2} - A_{1,2} \right), \quad (1)$$

где φ_i — фазы волновых функций, A_i — вектор-потенциал, Φ_0 — квант потока. Учитывая, что при $d \ll \lambda_L$ величины j и A почти не зависят от z , можно провести усреднение по толщине и заменить задачу о пластинке конечной толщины задачей о плоскости ($z=0$), по которой течет ток с плотностью $j\delta(z)$. Для плоского тока в каждом из сверхпроводников имеем

$$j_{1,2} = (c/4\pi\lambda_s) (\Phi_{1,2} - A),$$

а во всем пространстве справедливо уравнение

$$\frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{1,2} = \text{rot rot } \mathbf{A} = -\Delta \mathbf{A} = \frac{1}{\lambda_3} (\Phi_{1,2} - \mathbf{A}) \delta(z), \quad (2)$$

где $\Phi_{1,2} = (\Phi_0/2\pi) \nabla \varphi_{1,2}$; $\lambda_3 = \lambda^2/d$ — некая эффективная глубина проникновения, которая, вообще говоря, совпадает с глубиной проникновения для пластинки в поле, параллельном ее плоскости [3].

Граничное условие для уравнения (1) на берегах джозефсоновского контакта $y=0$ имеет вид

$$-\lambda A_y|_{y=0} = \frac{4\pi}{c} j_y(x, 0) \delta(z). \quad (3)$$

Входящая в это условие величина тока Джозефсона $j_y(x)$ связана с разностью фаз $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ соотношением

$$j_y(x) = j_c \sin \varphi. \quad (4)$$

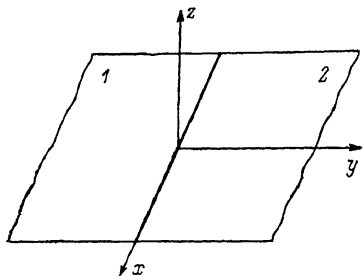


Рис. 1. Схема туннельного перехода.

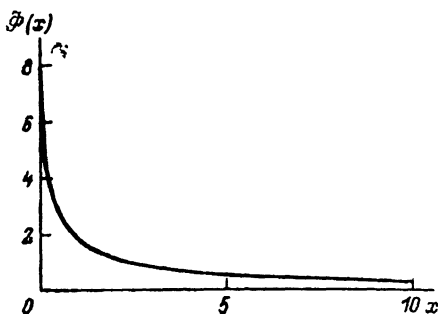


Рис. 2. Поведение ядра $\Phi(x)$ нелокального уравнения для фазы в случае $\gamma=1$.

Вводя трех- и двумерные Фурье-компоненты

$$A_{\mathbf{q}k} = \int \mathbf{A}(x, y, z) e^{i(q_x x + q_y y + k z)} dx dy dz,$$

$$A_{\mathbf{q}} = \frac{1}{2\pi} \int A_{\mathbf{q}k} dk,$$

$$\Phi_{\mathbf{q}} = \int \Phi(x, y) e^{i(q_x x + q_y y)} dx dy,$$

из уравнения (2) находим

$$A_{\mathbf{q}k} = \Phi_{\mathbf{q}} 2q / (1 + 2q\lambda_3) (q^2 + k^2). \quad (5)$$

Двумерная Фурье-компонента $\Phi(q)$ в свою очередь связана с разностью фаз φ

$$\Phi_y(q) = -\frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{q_x^2 \varphi(q_x)}{q^2}, \quad \Phi_x(q) = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{q_x q_y}{q^2} \varphi(q_x). \quad (6)$$

Используя граничное условие (3), из соотношений (5), (6) с учетом (4) окончательно получим

$$\frac{\Phi_0}{\pi^2 \lambda_3} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{-\infty}^{\infty} dq e^{iqx/\lambda_3} \varphi(q) \mathcal{J}(q) = \frac{4\pi}{c} j_c \sin \varphi. \quad (7)$$

В безразмерных переменных $x \rightarrow x/\lambda_j$ уравнение (7), связывающее сверхпроводящий ток через контакт с разностью фаз, приобретает следующий компактный вид:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x') \Phi(x - x') dx' = \sin \varphi, \quad (8)$$

где $\tilde{\lambda}_j = \lambda_j \sqrt{d/\lambda_L} \equiv \lambda_j \sqrt{\lambda_L/\lambda_s}$, λ_j — джозефсоновская глубина проникновения.

$$\Phi(y) = \frac{2}{\gamma\pi^2} \int dpe^{ip_y} \mathcal{J}(p/\gamma),$$

$$\mathcal{J}(p) = \frac{2}{\sqrt{4p^2 - 1}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{4p^2 - 1}}{1 + 2|p|}, \quad \gamma = \tilde{\lambda}_j/\lambda_s.$$

На рис. 2 представлен вид функции $\Phi(y)$ для $y > 0$ (очевидно, $\Phi(-y) = \Phi(y)$).

Для определения решения типа уединенного вихря необходимо найти решение уравнения (8) с условием $\varphi(x \rightarrow \infty) - \varphi(x \rightarrow -\infty) = 2\pi$. Очевидно, что такое решение всегда существует и его асимптотика определяется поведением функции $\Phi(x-x')$ при больших x . Используя уравнение (8) в виде

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi'(x') \Phi(x-x') dx' = \sin \varphi, \quad \varphi' \equiv \partial\varphi/\partial x, \quad (9)$$

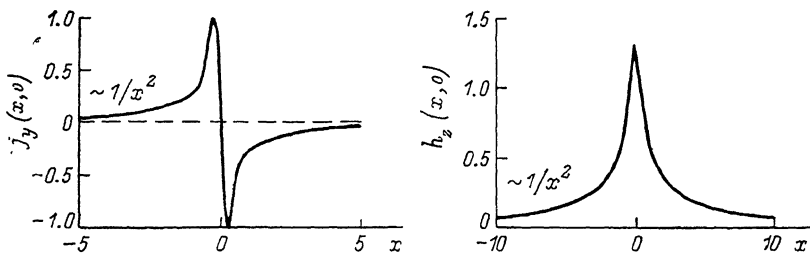


Рис. 3. Распределение сверхпроводящего тока $j_y(x, 0)$ и магнитного поля $h_z(x, 0)$ для джозефсоновского вихря в тонких пленках.

в результате несложного анализа получим, что при $x \rightarrow -\infty$

$$\varphi \simeq 2\pi \frac{\partial}{\partial x} \Phi(x) \simeq 4/\gamma x^2. \quad (10)$$

Соответственно при $x \rightarrow \infty$ $\varphi \simeq 2\pi - 4/\gamma x^2$. Сверхпроводящий джозефсоновский ток вдали от центра вихря также убывает как $1/x^2$. Характер распределения магнитного поля h_z вдоль контакта можно установить из анализа выражений (5), (6), в которых $\varphi(q_x)$ есть решение уравнения (7) (или, что то же самое, (9)). Для двумерной Фурье-компоненты плоского тока \mathbf{j} имеем

$$(4\pi/c) \mathbf{j} = 2\mathbf{q}\Phi(\mathbf{q})/(1 + 2q\lambda_s), \quad (11)$$

где $\Phi(\mathbf{q})$ определено формулами (6). Нетрудно видеть, что асимптотика магнитного поля h_z при больших x определяется компонентой тока \mathbf{j}_x , величина которой по мере удаления от центра вихря убывает обратно пропорционально расстоянию. Таким образом, имеем при больших x $h_z(x, 0) \sim 1/x$. Заметим, что, несмотря на столь медленное убывание поля, соответствующий вихрю поток $\int H_z dx dy$ остается конечным. Это

связано с тем, что при интегрировании по волновым векторам существует ограничение $q < q_0 \sim 1/d$. Приведенные выше асимптотики тока и поля, строго говоря, справедливы в области $\lambda_s \ll \tilde{\lambda}_j x \ll \lambda_s \exp(\lambda_s/d)$. Укажем для сравнения, что для абрикосовских вихрей в тонких пленках сверхпроводящий ток и поле распределены изотропно в плоскости пленки и на больших расстояниях от центра вихря $h(r) \sim 1/r^3$, а $j(r) \sim 1/r^2$ [3, 4].

В центре вихря ток равен нулю, а магнитное поле достигает максимального значения, и на малых расстояниях структура джозефсоновского вихря качественно совпадает с ситуацией в массивных образцах. На рис. 3

представлено полученное в результате численных расчетов распределение напряжения и сверхтока для джозефсоновского вихря в контакте, образованном тонкими сверхпроводящими пленками.

Имея в виду что функция Φ при $|x-x'| \rightarrow 0$ расходится, энергию туннельного контакта удобно записать в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\hbar j_e}{2e} \int_{-\infty}^{\infty} dx \left\{ 1 - \cos \varphi(x) + \frac{\varphi'(x)}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi'(x') \Phi(x-x') dx' \right\} \simeq \\ &\simeq \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} dx \{ 1 - \cos \varphi(x) + C(a) \varphi'^2(x) \} + \\ &+ \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} dx \varphi'(x) \int_a^{\infty} (\varphi'(x-x')' + \varphi'(x+x')) \Phi(x') dx'. \end{aligned} \quad (12)$$

$$C(a) \equiv \frac{1}{2} \int_{-a}^a \Phi(y) dy < \infty.$$

Здесь a — параметр обрезания. Нетрудно видеть, что для рассматриваемого решения с асимптотикой (10) все интегралы в выражении (12) сходятся и, следовательно, энергия, соответствующая статическому, уединенному вихрю, конечна и является убывающей функцией параметра γ . Значение величины ε для вихревого решения может быть найдено численными методами. Так, например, в случае $\lambda_3 = \bar{\lambda}_j$ имеем $\varepsilon \approx 11.5 \varepsilon_0$.

Оценим также энергию двух статических вихрей, находящихся на большом расстоянии друг от друга. Пусть расстояние между вихрями $\Delta x = |x_1 - x_2| \gg 1$, тогда двухвихревое решение асимптотически представимо в виде

$$\varphi(x) \simeq \varphi_1(x - x_1) + \varphi_2(x - x_2). \quad (13)$$

Подставляя решение (13) в выражение для энергии (12), получим

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_{\text{int}},$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — энергии первого и второго вихрей; ε_{int} можно интерпретировать как потенциальную энергию взаимодействия статических вихрей

$$\varepsilon_{\text{int}} \simeq \delta \pi \sigma_1 \sigma_2 / \gamma \Delta x, \quad (14)$$

где $\sigma = 1$ для вихря и $\sigma = -1$ для антивихря. Отметим, что столь медленное убывание взаимодействия вихрей приводит к появлению щели в спектре колебаний вихревой решетки, и в результате корреляционная функция фазы на больших расстояниях будет ограниченной, а не логарифмически расходящейся, как в контактах, образованных массивными сверхпроводниками [5]. Таким образом, нелокальное взаимодействие в уравнении (8), являющееся фактически дальнедействующим магнитным взаимодействием через пустое пространство, окружающее контакт, восстанавливает дальний порядок в вихревой системе.

Учитывая, что взаимное влияние вихрей приводит к некоторому искажению их «формы»,¹ можно найти связанный с этим дополнительный вклад в энергию взаимодействия $\Delta \varepsilon_{\text{int}} \sim \varphi'(\Delta x) \sim (\Delta x)^{-3}$, являющийся, как правило, поправкой к выражению (14).

В заключение сделаем небольшое замечание, касающееся динамики вихря. При наличии отличной от нуля разности потенциалов на барьере уравнение для разности фазы φ в безразмерных переменных будет иметь вид

¹ Имеется в виду некоторое искажение зависимости $\varphi(x)$ и $h(x)$ по сравнению с соответствующими для удлиненного вихря.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x') \Phi(x-x') dx' - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \sin \varphi. \quad (15)$$

В отличие от уравнения, описывающего эффект Джозефсона для стандартной конфигурации, уравнение (15) не имеет «лоренц-инвариантного» вида. Это приводит, в частности, к нарушению пропорциональности скорости движения вихря в контакте напряженности электрического поля и, безусловно, проявится в изменении вида вольт-амперных характеристик по сравнению с соответствующими для контактов, образованных массивными сверхпроводниками. Уравнение (15), как нетрудно видеть, может быть получено из лагранжиана

$$\mathcal{L} = \int dx \left\{ 1 - \cos \varphi(x) + \frac{\dot{\varphi}_i^2}{2} - \frac{\varphi'(x)}{2} \int \varphi'(x') \Phi(x-x') dx' \right\},$$

который в случае $d \rightarrow \infty$ (массивные образцы) принимает вид соответствующего выражения для хорошо изученной системы sine-Gordon.

Мы благодарим А. С. Зельцера и Ю. Е. Кузовлева за помощь в численных расчетах, Ю. С. Кившаря за полезное замечание.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Иванченко Ю. М. // ЖЭТФ. 1966. Т. 51. № 1. С. 337—344.
- [2] Кулик И. О., Янсон И. К. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. М.: Наука. 1970. 272 с.
- [3] Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М.: Мир, 1968. 280 с.
- [4] Pearl J. // Appl. Phys. Lett. 1964. V. 5. N 1. P. 65—69.
- [5] Fetter A. L., Stephen M. S. // Phys. Rev. 1968. V. 168. N 2. P. 475.

Донецкий физико-технический институт
АН УССР

Поступило в Редакцию
13 декабря 1989 г.