

Стационарная структура доменной стенки мягкого ЦМД

© Д.Г. Скачков, А.М. Салецкий

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Москва, Россия

E-mail: sff@genphys.phys.msu.ru

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 2 июня 2008 г.)

Разработан простой метод вычисления „бочкообразности“ цилиндрического магнитного домена. Полученные результаты сравниваются с результатами теории Тилля.

PACS: 75.40.Cx, 75.40.Mg, 75.70.Kw

1. Введение

При построении теории статики цилиндрического магнитного домена (ЦМД) [1] предполагалось, что диаметр ЦМД не меняется по толщине пленки. Однако дальнейшие расчеты на основе микромагнитного подхода [2] показали, что ЦМД имеет слегка бочкообразную форму, вызванную полями размагничивания, действующими на доменную стенку ЦМД. В работе [3] была вычислена бочкообразная форма ЦМД на основе трехмерных уравнений Слончевского.

В настоящей работе предлагается простой способ вычисления бочкообразной формы мягкого ЦМД на основе полевого подхода [4]. Проводится анализ формы ЦМД в зависимости от величины магнитного поля.

Разработанные методы могут быть использованы для дальнейшего развития теории цилиндрических магнитных образований: в электронных устройствах, использующих ЦМД [5,6], при изучении свойств ЦМД [7–9], при взаимодействии ЦМД с магнитным потоком сверхпроводящей пленки в двухслойных структурах сверхпроводник–ферромагнетик [10], при исследовании свойств жидких ферромагнитных образований в жидкометаллических магнитогидродинамических генераторах [11].

2. Исходные уравнения

В симметричном („мягком“) ЦМД структура доменной стенки (ДС) не зависит от полярного угла θ (рис. 1). Предполагается, что распределение намагниченности в ДС задается формулой Ландау–Лифшица

$$m_z = \text{th} \left(\frac{r - R}{\Delta} \right), \quad (1)$$

где R — радиус ЦМД, \mathbf{m} — единичный вектор намагниченности, $\Delta = \sqrt{A/K}$ — параметр ДС, A — константа неоднородного обменного взаимодействия, K — константа одноосной анизотропии, ось z направлена перпендикулярно поверхности пленки и совпадает с осью легкого намагничивания ЦМД-пленки.

При вычислении формы поверхности ЦМД, находящегося в статическом равновесии, необходимо учесть

внешнее магнитное поле, размагничивающее поле и обменное поле, которое возникает из-за кривизны стенки ЦМД

$$\mathbf{H}^0 + \mathbf{H}^m + \mathbf{H}^{ex} = 0,$$

где $\mathbf{H}^{ex} = (2A/M_S)\nabla^2\mathbf{m}$ — обменное поле, M_S — намагниченность насыщения, \mathbf{H}^0 — внешнее магнитное поле, \mathbf{H}^m — размагничивающее поле. Поле анизотропии учитывать не надо, т. к. среднее его значение по толщине ДС равно нулю.

Для вычисления формы ЦМД потребуются только z -компоненты этих полей. z -компонента обменного поля в цилиндрических полярных координатах

$$H_z^{ex} = \frac{2A}{M_S} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial m_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 m_z}{\partial z^2} \right\} \Big|_{r=R},$$

с учетом (1)

$$H_z^{ex} = \frac{2A}{M_S \Delta} \left\{ \frac{1}{R(z)} + R_{zz}(z) \right\}. \quad (2)$$

Для вычисления размагничивающего поля ЦМД предположим, что ширина ДС не зависит от z , что вполне справедливо для пленок с $Q \gg 3$ ($Q = K/2\pi M_S^2$ — фактор качества материала), и заменим распределение (1) для m_z более простым

$$m_z = \begin{cases} 0 & \text{— внутри ДС, т. е. } R - \pi\Delta/2 \leq r \leq R + \pi\Delta/2; \\ \pm 1 & \text{— вне ДС.} \end{cases}$$

Тогда, согласно О’Деллу [4], поле размагничивания эквивалентно магнитному полю, создаваемому двумя соленоидами (рис. 1) с радиусами $R_1 = R + \pi\Delta/2$ и $R_2 = R - \pi\Delta/2$, с поверхностными токами, пропорциональными намагниченности и толщине пленки. Оценка погрешности данной модели проводилась в работе [12].

Поле, создаваемое одним витком радиуса R , параллельным плоскости (xy) и с центром в начале координат,

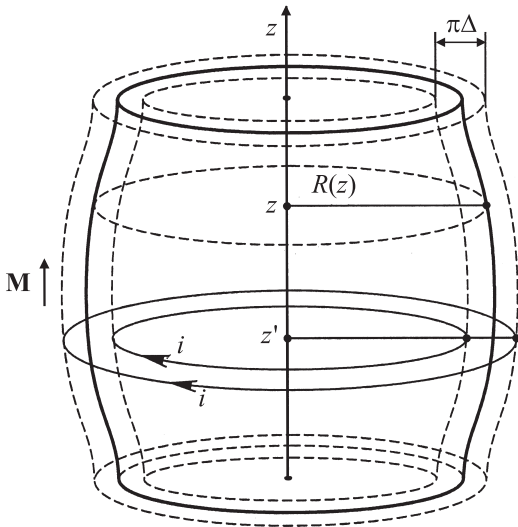


Рис. 1. Цилиндрические полярные координаты для симметричного ЦМД. В сечении $z = \text{const}$ стенка представляет собой круг радиуса $R(z)$. $z = 0$ — середина пленки, $z = \pm h/2$ — верхняя и нижняя поверхности пленки. Вне ЦМД намагниченность направлена вверх, внутри ЦМД — вниз.

представляется в следующем виде [13]:

$$dH_z^1(z, r, R) = \frac{2di}{10R} \left[\frac{1}{[(1 - (r/R))^2 + (z/R)^2]} \right] \times \left\{ K(k) + \frac{1 - (r/R)^2 - (z/R)^2}{[(1 - (r/R))^2 + (z/R)^2]} E(k) \right\}, \quad (3)$$

где (z, r) — точка наблюдения, $k = [4(r/R)/[(1 - (r/R))^2 + (z/R)^2]]^{1/2}$, di — ток, протекающий по витку, $K(k)$, $E(k)$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода.

Размагничивающее поле в середине ДС ЦМД ($r = R(z)$) можно вычислить, суммируя по толщине пленки (h) поля от всех витков двух соленоидов (рис. 1),

$$H_z^m(z) = \int_{-h/2}^{h/2} \left\{ dH_z^1(z - z', R(z), R(z') + \pi\Delta/2) + dH_z^1(z - z', R(z), R(z') - \pi\Delta/2) \right\}, \quad (4)$$

причем в качестве di в (3) нужно взять $di = -M_S dz'$ [4]. При выводе формулы (4) учтено, что при суммировании поля от распределения токов в ферромагнитной среде мы получим поле \mathbf{B}^m , но так как в середине ДС $m_z = 0$, то $H_z^m = B_z^m$ (см., например, [14]).

С учетом (2) и (4) уравнение для радиуса $R(z)$ покоящегося симметричного ЦМД примет вид интегро-дифференциального уравнения

$$2\pi l \{ 1/R(z) + R_{zz}(z) \} + H_z^0/M_S + H_z^m(z)/M_S = 0, \quad (5)$$

где $l = \sqrt{AK}/4\pi M_S^2$ — характеристическая длина материала.

Свободные граничные условия на поверхности пленки соответствуют

$$\left. \frac{\partial R}{\partial z} \right|_{z=\pm h/2} = 0. \quad (6)$$

3. Численный метод

Запишем уравнение (5) в виде

$$R_{zz}(z) = g(z, R(z)) + \int_{-h/2}^{h/2} G(z, R(z), z', R(z')) dz'. \quad (7)$$

Разобьем отрезок $[-h/2, h/2]$ равномерно N точками z_i и введем обозначения: $R_i = R(z_i)$. Вторые производные по z представим конечными разностями

$$R_{zz}^i = \frac{R_{i+1} - 2R_i + R_{i-1}}{(\Delta z)^2}, \quad (8)$$

а интеграл в (7) заменим интегральной суммой по формуле Симпсона

$$\int_a^b G(z, R(z), z', R(z')) dz' = \frac{\Delta z}{3} \sum_{j=1}^N m_j G_{ij}, \quad (9)$$

где $G_{ij} = G(z_i, R(z_i), z_j, R(z_j))$,

$$m_j = \begin{cases} 1, & \text{для } j = 1 \text{ или } N, \\ 2, & \text{если } j \text{ нечетно,} \\ 4, & \text{если } j \text{ четно.} \end{cases}$$

С помощью (8) и (9) исходное интегро-дифференциальное уравнение (7) сводится к системе алгебраических уравнений, которую можно решить с помощью метода Ньютона-Рафсона. Для этого задается начальное приближение к решению

$$R_i = R_i^0, \quad i = \overline{1, N},$$

и решение ищется в виде

$$R_i^1 = R_i^0 + y_i, \quad (10)$$

где y_i — небольшая добавка к исходному приближению.

Функции g и G в точке (z_i, R_i^0) разлагаются по малому параметру y_i

$$g(z_i, R_i) = g(z_i, R_i^0) + \frac{\partial g(z_i, R_i)}{\partial R_i} y_i,$$

$$G(z_i, R_i, z_j, R_j) = G(z_i, R_i^0, z_j, R_j^0) + \frac{\partial G_{ij}}{\partial R_i} y_i + \frac{\partial G_{ij}}{\partial R_j} y_j.$$

Окончательно получается система $N \times N$ линейных уравнений относительно y_i

$$y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1} - \frac{(\Delta z)^3}{3} m_j \frac{\partial G_{ij}^0}{\partial R_j} y_j - m_i \frac{\partial G_{ij}^0}{\partial R_i} y_i - \frac{\partial g_i^0}{\partial R_i} y_i = -R_{i+1}^0 + 2R_i^0 - R_{i-1}^0 + \frac{(\Delta z)^3}{3} m_j G_{ij}^0 + g_i^0, \quad i, j = \overline{2, N-1}, \quad (11)$$

с учетом граничных условий (6)

$$y_1 = y_2, \quad y_N = y_{N-1}.$$

Решив систему (11), получим первое приближение к решению R_i^1 , которое на следующей итерации будем использовать в качестве начального R_i^0 (см. (10)), и так до тех пор, пока не будет достигнута нужная точность решения: $|y_i| < \varepsilon$.

Система $N \times N$ линейных уравнений (11) с полностью заполненной матрицей решается с помощью стандартной подпрограммы. В качестве начального приближения R_0 берется соответствующее значение радиуса ЦМД по теории Тилиа [1]

$$H_z^0/M_S + 2\pi l/R_0 - (2\pi h/R_0)F(2R_0/h) = 0, \quad (12)$$

где $F(x) = (1/\pi)x^2\sqrt{1+x^{-2}}E((1+x^{-2})^{-1})$ — силовая функция Тилиа.

4. Результаты и обсуждение

На рис. 2, *a* изображено решение уравнения (5) для пленки с параметрами $Q = 5.4$, $h/l = 7$, внешнее магнитное поле $H_z^0/M_S = 5.8$, количество точек разбиения оси z взято $N = 101$. На рис. 2, *b* представлено каждое слагаемое из уравнений (5) и (12) в отдельности. Прямая 1 показывает величину внешнего магнитного поля H_z^0 , не меняющегося по толщине пленки. Вертикальный жирный отрезок показывает возможный диапазон изменения величины внешнего магнитного поля — от поля эллиптической неустойчивости до поля коллапса. В кривой 2'' представлено суммарное обменное поле (сумма кривых 2 и 3), кривая 2 — обменное поле, связанное с кривизной стенки ЦМД в плоскости пленки — $2\pi l/R(z)$ (см.(2)), кривая 3 — обменное поле, возникающее из-за „бочкообразности“ ЦМД — $2\pi l R_{zz}(z)$. Кривая 4 — поле размагничивания $H_z^m(z)$ (см. (4)). Прямые 2' и 4' — соответствующие слагаемые из уравнения Тилиа (12): 2' — слагаемое $2\pi l/R_0$, 4' — слагаемое $(-2\pi h/R_0)F(2R_0/h)$.

Из рисунка видно, что суммарное обменное поле (кривая 2'') вместе с внешним магнитным полем (кривая 1) противодействуют полю размагничивания (кривая 4). На рис. 2, *b* кривая 4'' показывает для сравнения поле размагничивания ЦМД в форме цилиндра с постоянным по

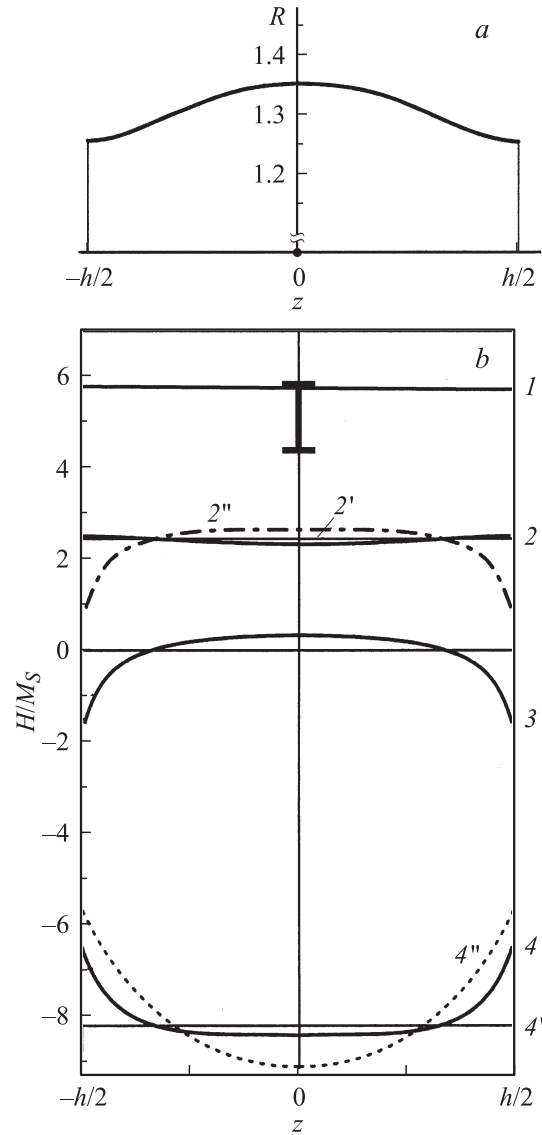


Рис. 2. Радиус ЦМД как функция z (*a*) и распределение полей на поверхности ЦМД (*b*).

толщине пленки радиусом $R = \overline{R(z)}$. Видно, что бочкообразная форма ЦМД делает поле размагничивания в середине ДС более плоским. В середине пленки поле размагничивания максимально (рис. 2) и оказывает давление на ДС, заставляя ЦМД выпячиваться наружу до тех пор, пока это поле не скомпенсируется обменным полем (кривая 3), возникающим из-за бочкообразного искривления ДС ЦМД, при этом величина самого размагничивающего поля на поверхности ЦМД уменьшается.

На рис. 3 представлены результаты расчетов для радиуса ЦМД в зависимости от амплитуды внешнего магнитного поля в сравнении с результатами теории Тилиа [1]. Кривые 1, 2 соответствуют минимальному и максимальному радиусу ЦМД, 3 — радиус ЦМД, вычисленный из уравнения (12). На этом же рисунке кривая 4 представляет величину бочкообразности ЦМД

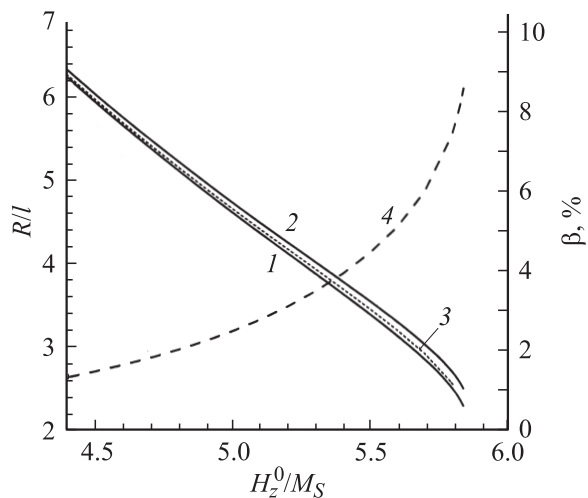


Рис. 3. Минимальный (1) и максимальный (2) радиусы ЦМД как функции внешнего магнитного поля. 3 — результат расчета по теории Тилля. 4 — величина бочкообразности ЦМД $\beta = (R_{\max} - R_{\min})/\bar{R}$.

$\beta = (R_{\max} - R_{\min})/\bar{R}$. В полях, близких к полю эллиптической неустойчивости, эффект бочкообразности составляет около 1% и достигает 10% при приближении к полю коллапса.

На всем диапазоне внешнего магнитного поля среднее по z размагничивающее поле на поверхности ЦМД слабо отличается от формулы, предложенной Бобеком [15],

$$\bar{H}_z^m = 8M_S \left(\sqrt{1 + (D/h)^2} E \left(\frac{D/h}{\sqrt{1 + (D/h)^2}} \right) - D/h \right), \quad (13)$$

где D — диаметр ЦМД. Различие в несколько процентов наблюдается при $D/h \leq 1$; чем больше фактор качества, тем сильнее различие. Данное обстоятельство объясняется тем, что в этой области параметров наблюдается наиболее сильный эффект бочкообразности, который не учитывался при выводе (13).

При сравнении величины бочкообразности, полученной нашим методом, с величиной β , полученной в 3D-модели [3], данные согласуются в пределах 1%.

Список литературы

- [1] A.A. Thiele. The bell system technical journal **50**, 725 (1971).
- [2] T.G.W. Blake, E. Della Torre. J. Appl. Phys. **50**, 2192 (1979).
- [3] E. Fujita, Y. Saegusa, S. Konishi. Jpn. J. Appl. Phys. **25**, 1353 (1986).
- [4] Т. О'Делл. Магнитные домены высокой подвижности. Мир. М. (1978). 197 с.
- [5] G.R. Smith. Masters Abstracts Int. **40**, 7 (2002).
- [6] B.S. Joll. Masters Abstracts Int. **40**, 8 (2002).
- [7] G.X. Guo, X.F. Nie, H.Y. Sun, H.N. Hu, W.Ch. He. J. Magn. Magn. Mater. **265**, 269 (2003).
- [8] А.В. Безус, А.А. Леонов, Ю.А. Мамалуй, Ю.А. Сирюк. ФТТ **46**, 283 (2004).

- [9] V.W. Gutowski, K. Piotrowski, M.U. Gutowska, A. Szewczyk. J. Magn. Magn. Mater. **242–245**, 772 (2002).
- [10] M. Lange, V.V. Moshchalkov, M.J. Van Bael. Modern Phys. Lett. B **17** (10–12), 519 (2003).
- [11] S.M. Shin, I.S. Kang. Int. J. Multiphase Flow **28**, 105 (2002).
- [12] Л.И. Антонов, А.С. Жукарев, П.А. Поляков, Д.Г. Скачков. ЖТФ **74**, 83 (2004).
- [13] W.R. Smythe. Static and dynamic electricity. McGraw-Hill, N.Y. (1950). 616 p.
- [14] Л.И. Антонов, Г.А. Миронова, Е.В. Лукашева, Д.Г. Скачков. Вестн. МГУ Сер. 3 Физика, Астрономия **1**, 32 (2003).
- [15] А.Н. Бобеком. The bell system technical journal **46**, 1901 (1967).