

# Отражение электрозвуковых волн системой движущихся доменных границ в сегнетоэлектрике

© Е.А. Вилков

Ульяновский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук, Ульяновск, Россия

E-mail: e-vilkov@yandex.ru

(Поступила в Редакцию 6 марта 2008 г.)

В квазистатическом приближении рассмотрено взаимодействие электрозвуковых волн с периодической доменной структурой тетрагонального сегнетоэлектрика, образованной конечным числом равномерно движущихся 180 градусных доменных границ. Установлено, что учет движения доменных границ приводит к значительной модификации спектров отражения электрозвуковой волны как по числу и высоте, так и местоположению брэгговских пиков коэффициента отражения.

PACS: 77.80.Dj, 77.84.-s

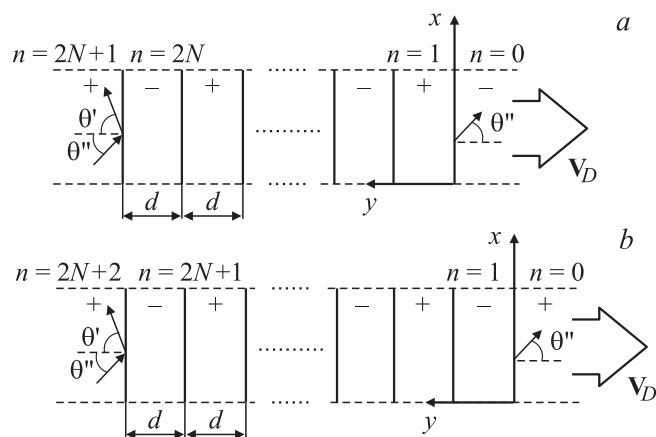
## 1. Введение

Как явление, дифракция упругих волн на доменных границах (ДГ) сегнетоэлектриков изучается с целью спектроскопии исследуемых материалов и обработки сигнальной информации [1,2]. В последнее время пристальное внимание привлекают особенности распространения электрозвуковых волн в сегнетоэлектриках с периодической доменной структурой [3], которые входят в класс так называемых фононных кристаллов. Материалы исследований показывают, что надлежащая вариация периода решетки доменов, параметров кристалла и условий распространения волны позволяет управлять высотой, количеством и местоположением брэгговских пиков отражения [4,5], открывая перспективы для разнообразных приложений. До сих пор, однако, все результаты относились к статическому случаю, т.е. получены для доменных решеток с неподвижными ДГ. Между тем известно, что ДГ сегнетоэлектриков обладают высокой подвижностью и при определенных внешних воздействиях способны к перемещению с большими скоростями.

Взаимодействие объемной электрозвуковой волны (ЭВ) с одиночной движущейся ДГ при заметном изменении амплитудных коэффициентов (область немалых углов падения) сопровождается доплеровским преобразованием частоты [1]. Аналогично статическому случаю [4] для системы движущихся ДГ следует ожидать существенного увеличения отражения в направлении брэгговских углов. При этом скорость движения ДГ выступит в качестве нового параметра, более удобного для манипулирования отражения и прохождением волн в комплексе с их частотными сдвигами. Косвенным подтверждением важной управляющей роли скорости движения ДГ являются результаты работы [6], которые показывают, что вследствие движения границ сверхрешетки сегнетоэлектрика возможны существенные изменения спектра мод сдвиговых волн. В настоящей работе впервые выявлен ряд особенностей рефракции объемных электрозвуковых волн регулярной системой равномерно движущихся ДГ.

## 2. Основные уравнения

Схема задачи изображена на рис. 1. Мы рассматриваем периодическую структуру, образованную 180 градусными доменами сегнетоэлектрика класса симметрии 4mm. Вектор спонтанной поляризации направлен вдоль главной оси симметрии z и имеет антипараллельную ориентацию в соседних доменах. Ось y лабораторной системы отсчета  $xOyz$  направим ортогонально плоскостям ДГ и примем, что в этом направлении решетка ДГ из  $2N$  доменов для структуры „+-“ (рис. 1, a) или из  $2N + 1$  доменов для структуры „++“ (рис. 1, b) имеет период  $2d$ , где  $d \gg \Delta$  ( $d$  — расстояние между соседними ДГ,  $\Delta$  — толщина ДГ). С обеих сторон решетки, движущаяся равномерно со скоростью  $\mathbf{V}_D \parallel y \parallel [010]$ , окружена полубесконечными участками кристалла в монокристаллическом состоянии (внешние по отношению к



**Рис. 1.** Схема задачи: движущаяся доменная решетка окружена полубесконечными участками кристалла в монокристаллическом состоянии с противоположным — структура „+-“ (a) — и одинаковым — структура „++“ (b) — направлением поляризации. Наклонными векторами показано направление распространения ЭВ. Стрелкой показано направление движения решетки.

решетке номера доменов  $n = 0, 2N + 1$  для структуры „+–“ и  $n = 0, 2N + 2$  для структуры „++“).

Во избежание заметной структурной чувствительности ДГ к режиму движения ограничимся скоростями  $V_D$ , не очень близкими к звуковому пределу  $c_{10}$  — скорости сдвиговых волн в монокристалле [7,8]. В оговоренных условиях движение доменных стенок можно полагать заданным ( $V_D = \text{const}$ ) с текущими координатами  $y_m = V_D t + md$ , где  $t$  — время,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Соответственно этому доменные границы полагаем геометрически тонкими и бесструктурными ( $k\Delta \ll 1$ ,  $k$  — волновое число ЭВ).

Антипараллельная ориентация полярных направлений в соседних доменах выразится изменением знака пьезомодуля [3]

$$e^{(j)} = (-1)^{j+1} e_{15}, \quad e_{15} > 0, \quad (1)$$

где  $j = 1$  для домена типа „+“ с положительным знаком пьезомодуля,  $j = 2$  для домена типа „–“ с отрицательным знаком пьезомодуля. В остальном различия между доменами отсутствуют. Будем также считать, что домен с номером  $n = 0$  является доменом типа „–“ для структуры „+–“ или типа „+“ для структуры „++“, а домен с номером  $n = 2N + 1$  или с номером  $n = 2N + 2$  — доменом типа „+“ (рис. 1).

Далее условимся, что ЭВ с волновым вектором  $\mathbf{k}'' = (k'' \sin \theta'', k'' \cos \theta'', 0)$  распространяется в плоскости  $xOy$  и падает на доменную решетку под углом  $\theta''$  ( $\theta'' \neq 0$ ). Отраженным волнам припишем по причине ожидаемого доплеровского сдвига частоты [1] другой волновой вектор  $\mathbf{k}' = (k' \sin \theta', k' \cos \theta', 0)$  (рис. 1).

Для данной симметрии кристалла и для выбранной нами геометрии распространения акустических волн перпендикулярно оси симметрии высшего порядка исходное уравнение движения кристалла распадается на две независимые системы уравнений [6], описывающие не взаимодействующие между собой волны соответственно горизонтальной и вертикальной поляризации. Упругие смещения в волнах вертикальной поляризации не сопровождаются электрическим полем, и кристалл по отношению к ним ведет себя как обычная упругая среда без пьезоэффекта. Из-за отсутствия акустодоменного взаимодействия волны вертикальной поляризации не представляют интереса и в дальнейшем не рассматриваются.

Волны горизонтальной поляризации со смещениями частиц по оси  $z$  пьезоактивны, их сопровождает электрическое поле в плоскости распространения. Система уравнений для этих волн в соседних доменах с номерами  $j = 1, 2$  имеет следующий вид:

$$\rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} = c_{44} \nabla^2 u_j \pm e_{15} \nabla^2 \varphi_j, \quad (2)$$

$$4\pi e_{15} \nabla^2 u_j = \varepsilon_1 \nabla^2 \varphi_j,$$

где  $\nabla^2 = (\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2)$  — оператор Лапласа,  $u_j$  — величина сдвиговых смещений,  $\varphi_j$  — магнитный потенциал,  $c_{44}$  и  $\varepsilon_1$  — действующие модуль упругости и диэлектрическая проницаемость монокристалла соответственно,  $\rho$  — плотность кристалла.

Следствием фазового сопряжения полей на движущихся ДГ решетки между волновыми характеристиками отраженных и прошедших ЭВ являются соотношения [1]

$$\cos \theta' = \frac{\cos \theta'' (1 + V_D^2/v^2) + 2V_D/v}{1 + 2(V_D/v) \cos \theta'' + V_D^2/v^2},$$

$$k'_y = -k''_y + \frac{2k''_y + 2(V_D/v)k''}{1 - V_D^2/v^2}. \quad (3)$$

Здесь  $v$  — фазовая скорость ЭВ в монокристалле. В случае статичной решетки ( $V_D = 0$ ) волновые характеристики собственных волн противоположной направленности, естественно, совпадают:  $\theta = \theta'' = \theta'$ ,  $k_y = k''_y = k'_y$ . Для того чтобы избежать рассмотрения дополнительной схемы рефракции, когда отраженная волна становится подстраиваемой к падающей, нужно ввести ограничение на угол падения  $\theta'' < \theta^*$  [1], где

$$\theta^* = \arccos[-2(V_D/v)/(1 + (V_D/v)^2)]. \quad (4)$$

Кроме этого, будем полагать, что длина электроволновых волн много меньше характерного размера кристалла. В таком случае граничные эффекты на внешних границах сегнетоэлектрика и его форма не влияют существенно на поведение волн и могут не приниматься во внимание.

Для окончательного построения решения перейдем из лабораторной системы отсчета в систему покоя ДГ  $\tilde{x}O\tilde{y}\tilde{z}$ . Поскольку  $V_D \ll c$  ( $c$  — скорость света), свяжем координаты преобразованием Галилея

$$\tilde{x} = x, \quad \tilde{y} = y - V_D t, \quad \tilde{t} = t. \quad (5)$$

Соответственно располагая заменой дифференциальных операторов по схеме

$$\frac{\partial}{\partial y} \leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \tilde{y}}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \tilde{x}}, \quad \frac{\partial}{\partial t} \leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} - V_D \frac{\partial}{\partial \tilde{y}}, \quad (6)$$

уравнениям (2), согласно (5), (6), после несложных преобразований можно придать вид

$$\left[ \frac{1}{c_{44}^2} \left( \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} - V_D \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \right)^2 - \tilde{\nabla}^2 \right] u_j = 0, \quad \tilde{\nabla}^2 \Phi_j = 0. \quad (7)$$

В уравнениях (7)  $\tilde{\nabla}^2 = \partial^2/\partial \tilde{x}^2 + \partial^2/\partial \tilde{y}^2$ ,  $\Phi_j$  — часть полного потенциала  $\varphi_j$  в домене номера  $j$

$$\varphi_j = -\frac{4\pi e^{(j)}}{\varepsilon_1} u_j + \Phi_j, \quad (8)$$

описывающая электрическое поле, индуцируемое с границ  $\tilde{y}_n = y_n - V_D t$  пьезополяризационными зарядами.

### 3. Методика расчета коэффициентов прохождения и отражения ЭВ

В домене с номером  $n = 2N + 1$  для структуры „+–“ или с номером  $n = 2N + 2$  для структуры „++“ имеем падающую и отраженную электроволновую вол-

ну, а также локализованную на границе  $\tilde{y} = 2Nd$  или  $\tilde{y} = 2Nd + d$  волну электрического поля (рис. 1). Сдвиговые смещения и потенциалы этих волн как решения уравнений (7) для обеих структур можно записать в виде

$$\begin{aligned} u_{2N+1,2N+2}(\tilde{y}) &= [\exp(ik_y''(\tilde{y} - 2Nd)) \\ &+ R \exp(-ik_y'(\tilde{y} - 2Nd))] \exp(i(k_x \tilde{x} - \Omega \tilde{t})), \\ \Phi_{2N+1,2N+2}(\tilde{y}) &= \left( C \exp(-k_x(\tilde{y} - 2Nd)) \right. \\ &\quad \left. \times \exp(i(k_x \tilde{x} - \Omega \tilde{t})) \right), \end{aligned} \quad (9)$$

где амплитуда падающей волны принята за единицу,  $R$  — коэффициент отражения,  $C$  — амплитуда потенциала электрической волны. Соответственно для домена с номером  $n = 0$  для обеих структур запишем

$$\begin{aligned} u_0(\tilde{y}) &= (W \exp(ik_y''\tilde{y})) \exp(i(k_x \tilde{x} - \Omega \tilde{t})), \\ \Phi_0(\tilde{y}) &= (D \exp(k_x \tilde{y})) \exp(i(k_x \tilde{x} - \Omega \tilde{t})). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $W$  — коэффициент прохождения электрoзвуковой волны,  $D$  — амплитуда локализованной волны электрического поля. Решения уравнений (7) в области внутри решетки для домена типа „+“ ищем в следующем виде:

$$\begin{aligned} u_1(\tilde{y}) &= (A_1 \exp(ik_y''\tilde{y}) + A_2 \exp(-ik_y'\tilde{y})) \\ &\quad \times \exp(i(k_x \tilde{x} - \Omega \tilde{t})), \end{aligned}$$

$$\Phi_1(\tilde{y}) = (C_1 \exp(k_x \tilde{y}) + C_2 \exp(-k_x \tilde{y})) \exp(i(k_x \tilde{x} - \Omega \tilde{t})). \quad (11)$$

В области домена типа „–“ решение запишем аналогичным образом

$$\begin{aligned} u_2(\tilde{y}) &= (B_1 \exp(ik_y''\tilde{y}) + B_2 \exp(-ik_y'\tilde{y})) \\ &\quad \times \exp(i(k_x \tilde{x} - \Omega \tilde{t})), \end{aligned}$$

$$\Phi_2(\tilde{y}) = (D_1 \exp(k_x \tilde{y}) + D_2 \exp(-k_x \tilde{y})) \exp(i(k_x \tilde{x} - \Omega \tilde{t})). \quad (12)$$

Чтобы сшить поля доменов в системе покоя ДГ на доменных границах, в нерелятивистском квазистатическом приближении применим стандартные требования непрерывности сдвиговых смещений, потенциалов, сдвиговых компонент тензора напряжений и  $u$  — компонент электрических индукций

$$u_1 = u_2, \quad \varphi_1 = \varphi_2,$$

$$c_{44}^* \frac{\partial u_1}{\partial \tilde{y}} + e_{15} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \tilde{y}} = c_{44}^* \frac{\partial u_2}{\partial \tilde{y}} - e_{15} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \tilde{y}}, \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial \tilde{y}} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial \tilde{y}}, \quad (13)$$

где  $c_{44}^* = c_{44} + 4\pi e_{15}^2/\epsilon_1$ . Для удобства дальнейших преобразований обозначим

$$\sigma_{1,2}(\tilde{y}) = \frac{\partial \Phi_{1,2}}{\partial \tilde{y}}, \quad \alpha_{1,2}(\tilde{y}) = c_{44}^* \frac{\partial u_{1,2}}{\partial \tilde{y}} \pm e_{15} \frac{\partial \Phi_{1,2}}{\partial \tilde{y}}. \quad (14)$$

Рассмотрим структуру „+–“ (рис. 1, а). Выразим в соотношениях для  $u_{1,2}$ ,  $\alpha_{1,2}$ ,  $\varphi_{1,2}$ ,  $\sigma_{1,2}$  произвольные постоянные  $A_{1,2}$ ,  $B_{1,2}$ ,  $C_{1,2}$ ,  $D_{1,2}$  через их значения на границе  $\tilde{y} = 0$  (для доменного слоя с индексом  $j = 1$ ) и на границе  $\tilde{y} = d$  (для доменного слоя с индексом  $j = 2$ ) и подставим в соотношения (8), (11), (12) и (14). Результат запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} u_{1,2}(\tilde{y}) &= mu_{1,2} + \frac{m_1}{c_{44}^*(k_y'' + k_y')} \alpha_{1,2} \\ &\quad + 0 \cdot \varphi_{1,2} \pm \frac{e_{15} m_1}{c_{44}^*(k_y'' + k_y')} \sigma_{1,2}, \\ \alpha_{1,2}(\tilde{y}) &= - \left( \frac{c_{44}^* k_y'' k_y' m_1}{(k_y'' + k_y')} + c_{44}^* K^2 k_x \operatorname{sh}(k_x \tilde{y}) \right) u_{1,2} \\ &\quad + m' \alpha_{1,2} \pm e_{15} k_x \operatorname{sh}(k_x \tilde{y}) \varphi_{1,2} \pm e_{15} (\operatorname{ch}(k_x \tilde{y}) - m') \sigma_{1,2}, \\ \varphi_{1,2}(\tilde{y}) &= \pm \frac{c_{44}^* K^2 (m - \operatorname{ch}(k_x \tilde{y}))}{e_{15}} u_{1,2} \pm \frac{K^2 m_1}{e_{15} (k_y'' + k_y')} \alpha_{1,2} \\ &\quad + \operatorname{ch}(k_x \tilde{y}) \varphi_{1,2} + \left( -\frac{K^2 m_1}{(k_y'' + k_y')} + \frac{\operatorname{sh}(k_x \tilde{y})}{k_x} \right) \sigma_{1,2}, \quad (15) \\ \sigma_{1,2}(\tilde{y}) &= \pm \left( -\frac{c_{44}^* K^2 k_x}{e_{15}} \right) \operatorname{sh}(k_x \tilde{y}) u_{1,2} \\ &\quad + 0 \cdot \alpha_{1,2} + k_x \operatorname{sh}(k_x \tilde{y}) \varphi_{1,2} + \operatorname{ch}(k_x \tilde{y}) \sigma_{1,2}, \end{aligned}$$

где значение полей  $u_{1,2}$ ,  $\alpha_{1,2}$ ,  $\varphi_{1,2}$ ,  $\sigma_{1,2}$  в правой части равенств для индекса  $j = 1$  берем при  $\tilde{y} = 0$  и выбираем верхний знак „+“. Соответственно для индекса  $j = 2$  значение полей берем при  $\tilde{y} = d$  и выбираем нижний знак „–“. В выражениях (15)  $K^2 = 4\pi e_{15}^2/\epsilon_1 c_{44}^*$  — квадрат коэффициента электромеханической связи кристалла для сдвиговых волн, распространяющихся в базисной плоскости (001), и для сокращения записи в выражениях обозначено

$$\begin{aligned} m &= 2 \frac{(k_y'' k_y')^{1/2}}{(k_y'' + k_y')} \cos \left[ \frac{(k_y'' + k_y') \tilde{y}}{2} + i \ln \left( \frac{k_y'}{k_y''} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \\ &\quad \times \exp \left[ i \frac{(k_y' - k_y'') \tilde{y}}{2} \right], \\ m' &= 2 \frac{(k_y'' k_y')^{1/2}}{(k_y'' + k_y')} \cos \left[ \frac{(k_y'' + k_y') \tilde{y}}{2} + i \ln \left( \frac{k_y''}{k_y'} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \\ &\quad \times \exp \left[ i \frac{(k_y' - k_y'') \tilde{y}}{2} \right], \\ m_1 &= 2 \sin \left[ \frac{(k_y'' + k_y') \tilde{y}}{2} \right] \exp \left[ i \frac{(k_y' - k_y'') \tilde{y}}{2} \right]. \end{aligned}$$

Отсюда, в частности, при  $V_D = 0$  с учетом (3) имеем  $m = m' = \cos(k_y \tilde{y})$ ,  $m_1 = 2 \sin(k_y \tilde{y})$ .

Выразим поля в домене с индексом  $j = 1$  на ДГ  $\tilde{y} = 0$  и в домене с индексом  $j = 2$  на ДГ  $\tilde{y} = d$  через их значения в произвольной точке  $\tilde{y}$  выбранного слоя. Для этого найдем матрицы, обратные квадратным матрицам размером  $4 \times 4$  из коэффициентов перед  $u_{1,2}$ ,  $\alpha_{1,2}$ ,  $\varphi_{1,2}$ ,  $\sigma_{1,2}$  в (15). Эти обратные матрицы, взятые при  $\tilde{y} = d$ ,

имеют вид

$$\mathbf{M}_j(d) = \begin{pmatrix} \frac{m}{\delta} & -\frac{m_1}{c_{44}^*(k_y''+k_y')\delta} & 0 & \frac{e_j m_1}{c_{44}^*(k_y''+k_y')\delta} \\ \frac{c_{44}^* k_y'' k_y'}{(k_y''+k_y')\delta} m_1 + K^2 c_{44}^* k_x \operatorname{sh}(k_x d) & \frac{m}{\delta} & -e_j \operatorname{sh}(k_x d) & e_j \left( -\frac{m'}{\delta} + \operatorname{ch}(k_x d) \right) \\ \frac{c_{44}^* K^2}{e_j} \left( \frac{m}{\delta} - \operatorname{ch}(k_x d) \right) & \frac{-K^2 m_1}{e_j (k_y''+k_y')\delta} & \operatorname{ch}(k_x d) & \frac{-K^2 m_1}{e_j (k_y''+k_y')\delta} - \frac{\operatorname{sh}(k_x d)}{k_x} \\ \frac{c_{44}^* K^2 k_x \operatorname{sh}(k_x d)}{e_j} & 0 & -k_x \operatorname{sh}(k_x d) & \operatorname{ch}(k_x d) \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Здесь  $\delta = mm' + (k_y' k_y'' m_1^2) / (k_y' + k_y'')$ .

В работе [6] матрица (16) приведена с опiskой: элементы матрицы с индексами 22 и 24 вместо постоянной  $m'$  содержали постоянную  $m$ . Однако все результаты и выводы работы [6] остаются в силе из-за малой погрешности, вызванной этой ошибкой. Матрицы  $M_1 = M_1(d)$  и  $M_2 = M_2(d)$ , связывающие поля в начале и конце одного доменного слоя, называют матрицами перехода [13]. Их произведение, как известно [9], определяет матрицу перехода на периоде структуры  $M = M_1 M_2$ , элементы которой даже в случае статичной сверхрешетки имеют громоздкий вид и поэтому не приводятся.

Пусть величины в формулах (6), (7), определяющие весь набор волн домена, в домене с номером  $n = 0$  обозначаются как  $u_0, \alpha_0, \varphi_0, \sigma_0$ . Тогда их связь с величинами  $u_{2N}, \alpha_{2N}, \varphi_{2N}, \sigma_{2N}$  для домена с номером  $n = 2N$  и структуры „+–“ можно найти, используя матрицу преобразования на периоде структуры  $M$  размером  $4 \times 4$ , следующим образом:

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ \alpha_0 \\ \varphi_0 \\ \sigma_0 \end{pmatrix} = M^N \begin{pmatrix} u_{2N} \\ \alpha_{2N} \\ \varphi_{2N} \\ \sigma_{2N} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где число  $N$  — степень возведения матрицы  $M$  и одновременно число „целых“ элементарных ячеек решетки, составленных из доменов типа „–“ и „+“. Для структуры „++“ связь полей домена номера  $n = 0$  с полями последнего домена решетки будет несколько иной из-за дополнительного преобразования волн последним доменом

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ \alpha_0 \\ \varphi_0 \\ \sigma_0 \end{pmatrix} = M^N M_2 \begin{pmatrix} u_{2N+1} \\ \alpha_{2N+1} \\ \varphi_{2N+1} \\ \sigma_{2N+1} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Коэффициент отражения для структуры „+–“ (для структуры „++“) может быть найден из граничных условий на ДГ между доменом с номером  $n = 2N$  ( $n = 2N + 1$ ) и доменом с номером  $n = 2N + 1$  ( $n = 2N + 2$ ), т.е. приравниванием соответствующих волновых параметров при  $\tilde{y} = 2Nd$  ( $\tilde{y} = 2Nd + d$ ). Далее умножим слева и справа полученные тождества на  $M^N$  ( $M^N M_2$ ) и, используя уравнения (9), (10), (13), (14), (17), (18), получим систему из четырех уравнений для

определения коэффициентов отражения и прохождения для структуры „+–“

$$\begin{pmatrix} W \\ -(ic_{44}^* k_y'')W - e_{15} k_x D \\ -(4\pi e_{15}/\varepsilon_1)W + D \\ Dk_x \end{pmatrix} = M^N \begin{pmatrix} 1 + R \\ -(ic_{44}^* k_y'') + (ic_{44}^* k_y')R - e_{15} k_x C \\ (4\pi e_{15}/\varepsilon_1)(1 + R) + C \\ -Ck_x \end{pmatrix}, \quad (19)$$

и для структуры „++“

$$\begin{pmatrix} W \\ -(ic_{44}^* k_y'')W + e_{15} k_x D \\ (4\pi e_{15}/\varepsilon_1)W + D \\ Dk_x \end{pmatrix} = M^N M_2 \begin{pmatrix} 1 + R \\ -(ic_{44}^* k_y'') + (ic_{44}^* k_y')R - e_{15} k_x C \\ (4\pi e_{15}/\varepsilon_1)(1 + R) + C \\ -Ck_x \end{pmatrix}, \quad (20)$$

где  $D, C, R, W$  — неизвестные величины. Выражения для коэффициентов отражения и прохождения, получаемые из (19), (20), громоздки и трудны для анализа. Поэтому дальнейший расчет коэффициента отражения производился численно. Аналитические формулы для коэффициента отражения ЭВ от статичной решетки, как показывают результаты работы [4], выводятся в простом виде лишь в коротковолновом приближении. Модуль коэффициента отражения имеет в этом приближении вид [4]

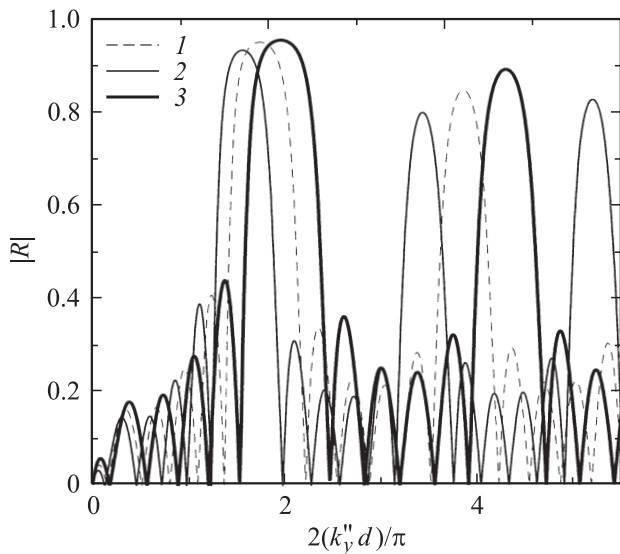
$$|R|^2 = \frac{q_\theta^4}{q_\theta^4 + \sin^2(\kappa d) / \sin^2(2(N+1)\kappa d)}, \quad (21)$$

где  $\cos(2\kappa d) = 2[\cos(k_y d) - q_\theta^2 \sin(k_y d)]^2 - 1$ ,  $q_\theta^2 = K^2 \operatorname{tg}(\theta'')$ ,  $\kappa$  — блоховское волновое число.

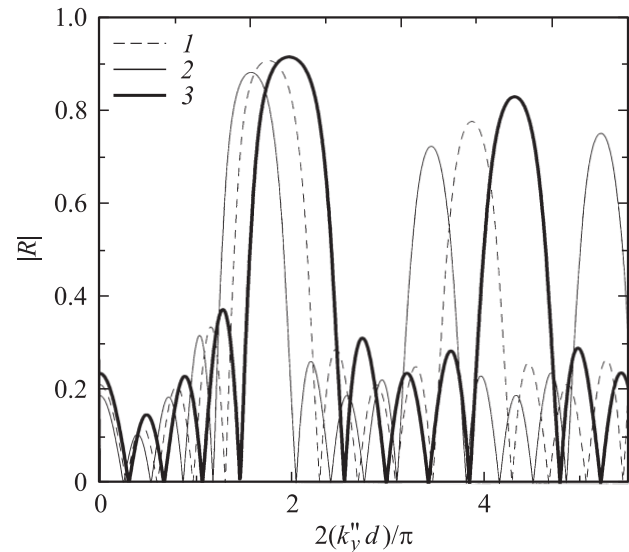
#### 4. Расчет коэффициента отражения ЭВ от движущейся решетки

Прежде чем анализировать влияние движения ДГ на спектр отражения ЭВ, необходимо отметить, что результаты численного расчета коэффициента отражения из системы (20) в случае статичной решетки полностью согласуются с результатами работы (4). В частности, в коротковолновой области значение  $|R|$ , найденное по приближенной формуле (21), хорошо совпадает с точным численным расчетом. Поскольку количество пиков (главный плюс вторичные) в одной запрещенной зоне равно числу доменов в решетке, в настоящей работе для демонстрации модификации спектра движением ДГ брались малые степени  $N$ , чтобы не терялась наглядность результатов.

На рис. 2,3 изображены зависимости модуля коэффициента отражения ЭВ при фиксированном угле падения ( $\theta'' = 30^\circ$ ) от приведенной нормальной составляющей волнового числа для структуры „++“ и структуры „+-“ соответственно. Расчеты этих и последующих рисунков выполнены для эквидистантной решетки доменов с  $d = 10^{-4}$  см в кристалле титаната бария ( $\text{BaTiO}_3$ ) с параметрами: плотность кристалла  $\rho = 5 \text{ gr/cm}^3$ ,  $K^2 \approx 0.37$ , скорость поперечных волн в отсутствие пьезоэффекта  $c_{i0} = (c_{44}/\rho)^{1/2} = 2 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$ ,  $\epsilon_1 = 5 \cdot 10^3$ ,  $e_{15} \approx 3 \cdot 10^6 \text{ C/N}$ . Штриховой кривой на рис. 2,3 показаны зависимости  $|R|(2k_y''d/\pi)$  для статичной решетки, определенные из системы (20). Утолщенная кривая рис. 2,3 соответствует зависимостям  $|R|(2k_y''d/\pi)$  для удаляющейся решетки (движение ДГ противоположно направлению оси  $Y$ ,  $V_D < 0$ ). Видно, что движение ДГ заметно модифицирует спектр отражения ЭВ: все его пики уширяются, увеличиваются по высоте и смещаются в коротковолновую область, при-



**Рис. 2.** Зависимости модуля коэффициента отражения  $|R|$  от  $(k_y'')/\pi d$  для структуры „++“ из пяти доменов ( $N = 2$ ) при  $V_D = 0$  (1),  $0.1v$  (2) и  $-0.1v$  (3).

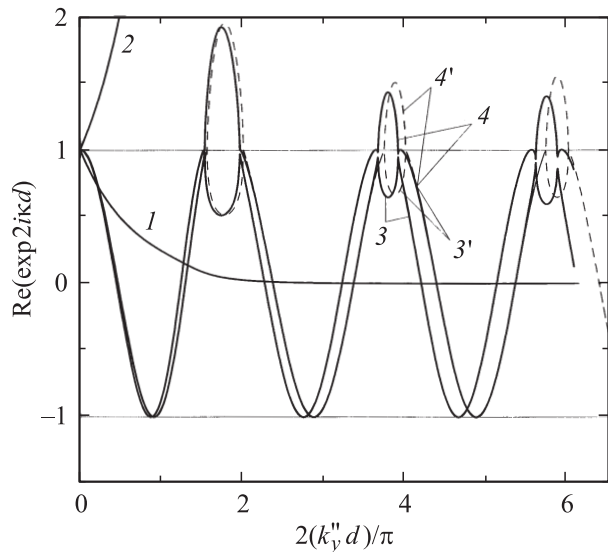


**Рис. 3.** Зависимости модуля коэффициента отражения  $|R|$  от  $(k_y'')/\pi$  для структуры „+-“ из четырех доменов ( $N = 2$ ) при  $V_D = 0$  (1),  $0.1v$  (2) и  $-0.1v$  (3).

чем тем больше, чем больше отношение  $(2k_y''d/\pi)$ . При этом максимум отражения может смениться минимумом модуля коэффициента отражения.

Согласно ходу тонкой сплошной кривой на рис. 2,3 в случае надвигающейся решетки (движение ДГ по направлению оси  $Y$ ,  $V_D > 0$ ) изменения в спектре выражаются тем, что пики спектра отражения сужаются по ширине, уменьшаются по высоте и смещаются в длинноволновую область, причем тем больше, чем больше отношение  $(2k_y''d/\pi)$ . Было также установлено, что чем выше значение скорости  $V_D$ , тем сильнее проявляются указанные изменения спектра. Данный эффект „раздвижки“ спектров для движущейся решетки ( $V_D < 0$ ,  $V_D > 0$ ) относительно спектра статичной решетки объясняется доплеровским смещением частоты ЭВ в результате ее взаимодействия с движущимися ДГ и фактически представляет аналог рассеяния Мандельштама–Бриллюэна [10].

Зависимости реальной части корней дисперсионного уравнения для бесконечной эквидистантной ( $d = 10^{-4}$  см) решетки от приведенного волнового числа показаны на рис. 3 [6]. Номера кривых на рис. 4 соответствуют номерам корней  $\lambda_{1,2,3,4} = \exp(2i\kappa_{1,2,3,4}d)$ , где  $\kappa_{1,2,3,4}$  — блоховское волновое число. Корни  $\lambda_{1,2} = \exp(2i\kappa_{1,2}d)$  являются чисто действительными. Это означает, что блоховские волновые числа  $\kappa_{1,2}$  чисто мнимые для любого волнового числа  $k$  и соответствуют модам, которые запрещены для данной периодической структуры. Корни  $\lambda_{3,4} = \exp(2i\kappa_{3,4}d)$  описывают распространяющиеся волны. Петлеобразный участок, где блоховские волновые числа  $\kappa_{3,4}$  мнимые, является запрещенной зоной. Из рис. 2–4 можно видеть, что при попадании волнового числа в запрещенную зону блоховского спектра [6] модуль коэффициента отражения



**Рис. 4.** Зависимость действительной части корней  $\lambda_1$  (1),  $\lambda_2$  (2),  $\lambda_3$  (3, 3'),  $\lambda_4$  (4, 4') от  $(k_y'' d)/\pi$  в случае  $\theta'' = 30^\circ$  при различных значениях  $V_D = 0$  (1, 2, 3', 4') и  $0.02v$  (3, 4). Штриховые кривые 3' и 4' совпадают, кроме области петлеобразных участков.

достигает максимальной величины, т. е. появляется брэгговский пик, условием которого является согласованное отражение ЭВ от всех доменных границ решетки.

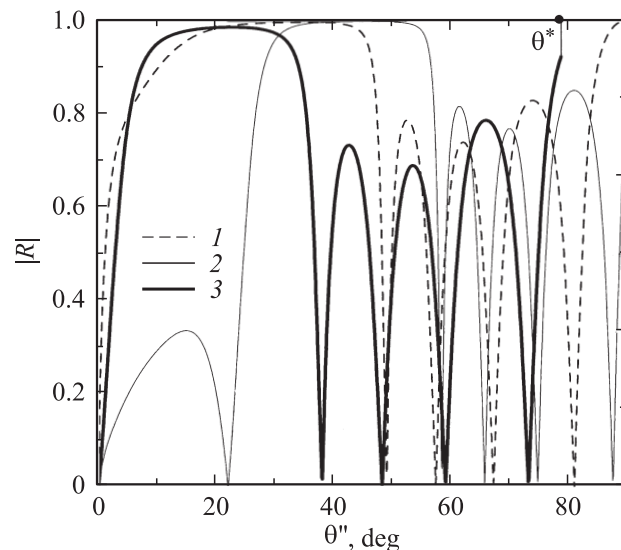
Сравнивая спектры отражения ЭВ для структуры „++“ (рис. 2) и структуры „+-“ (рис. 3), можно обнаружить несколько основных отличий. Первое отличие друг от друга двух спектров отражения проявляется в области волнового числа  $k = 0$ , т. е. для бесконечно длинных волн. При  $k \rightarrow 0$  для структуры „++“ коэффициент отражения стремится к нулю, а для структуры „+-“ к значению коэффициента отражения от одиночной ДГ [1]. Из физических соображений эту разницу в поведении спектров можно объяснить следующим образом. Сдвиговая волна с длиной много большей величины  $2Nd + d$  не будет „чувствовать“ структуру „++“, и ЭВ распространяется в сегнетоэлектрике как в монодоменном образце, в котором отражение отсутствует, т. е.  $|R| \rightarrow 0$  при  $k \rightarrow 0$  (рис. 2). Для ЭВ с длиной волны  $\lambda \rightarrow \infty$  структура „+-“ будет восприниматься как одиночная доменная стенка, что подтверждается численным расчетом (рис. 3).

Второе отличие заключается в том, что в центре разрешенной зоны для структуры „++“ в спектре отражения  $|R| = 0$ , тогда как для структуры „+-“ в спектре отражения всегда присутствует вторичный максимум. Наконец, третье очевидное отличие проявляется в числе пиков (главный плюс вторичные) в одной запрещенной зоне: для „++“ структуры их число всегда нечетное, а для структуры „+-“ всегда четное.

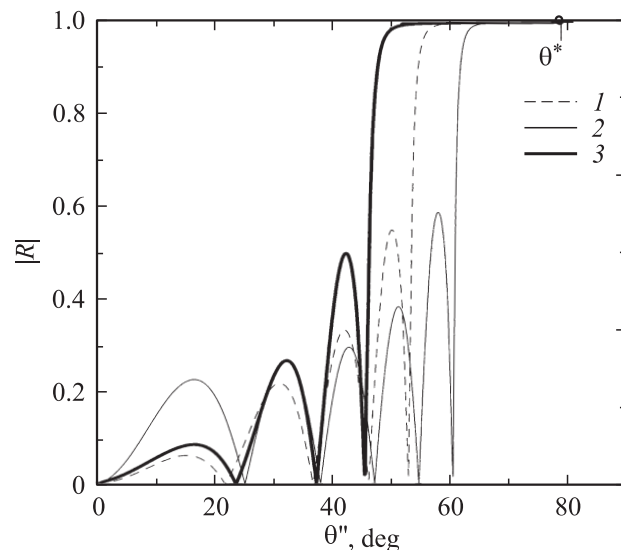
На рис. 5, 6 изображены зависимости модуля коэффициента отражения  $|R|$  ЭВ для структуры „++“ от угла падения ЭВ на решетку  $\theta''$ . Из рис. 5 видно, что при волновом числе, соответствующем середине

первой запрещенной зоны, можно подобрать условия, когда осуществляется почти полное отражение ( $|R| \approx 1$ ) в области малых углов падения. Движение ДГ приводит к тому, что пики отражения смещаются в область меньших (больших) углов падения для удаляющейся (надвигающейся) решетки относительно пиков отражения для статичной решетки. При этом для надвигающейся решетки число брэгговских максимумов становится на один больше. Можно также видеть, что в случае удаляющейся решетки в силу условия (4) ход утолщенной кривой ограничен по углу падения  $\theta'' < \theta^*$ .

При выполнении условия  $k_x d \gg 1$  модуль коэффициента отражения достигает единицы в области уже



**Рис. 5.** Зависимости модуля коэффициента отражения  $|R|$  от  $\theta''$  для структуры „++“ из девяти доменов ( $N = 4$ ) в случае  $k'' = 31941 \text{ cm}^{-1}$  при  $V_D = 0$  (1),  $0.1v$  (2) и  $-0.1v$  (3).



**Рис. 6.** Зависимость модуля коэффициента отражения  $|R|$  от  $\theta''$  для структуры „++“ из пяти доменов ( $N = 2$ ) в случае  $k'' = 55000 \text{ cm}^{-1}$  при  $0.1v$  (2) и  $-0.1v$  (3).

скользящих углов падения, в чем нетрудно убедиться, обратившись к рис. 6. Отметим, что строгое выполнение неравенства  $\exp(-k_x d) \ll 1$  является условием существования моды Марфельда–Турнуа на внешней поверхности решетки ДГ [11].

## 5. Выводы

Проанализирован спектр отражения ЭВ от периодической доменной структуры тетрагонального сегнетоэлектрика, образованной конечным числом равномерно движущихся 180 градусных доменных границ. Установлено, что за счет интерференции отраженных волн при попадании волнового числа в запрещенную зону блоховского спектра модуль коэффициента отражения стремится к единице как в случае статичной, так и движущейся доменной структуры. Учет движения приводит к смещению в длинноволновую (коротковолновую) область спектра брэгговских пиков коэффициента отражения при встречном (попутном) движении доменных границ тем сильнее, чем больше скорость движения доменных границ. При этом высота этих пиков уменьшается (увеличивается) по сравнению с высотой пиков для случая неподвижных доменных границ. Показано, что помимо соответствующего подбора параметров решетки и волновых характеристик ЭВ можно „управлять“ областью полного отражения как при малых, так и близких к скользящему углах падения, задавая нужное значение скорости ДГ. Скорость движения ДГ, как установлено в целом, выступает в качестве нового параметра, удобного для манипулирования отражением и прохождением волн в комплексе с их частотными сдвигами.

## Список литературы

- [1] Н.С. Шевяхов. Акуст. журн. **36**, 1, 160 (1990).
- [2] С.Х. Есаян, В.В. Леманов, Г.А. Смоленский. ДАН СССР **217**, 1, 83 (1974).
- [3] А.В. Голенищев-Кутузов, В.А. Голенищев-Кутузов, Р.И. Каллимуллин. Индуцированные доменные структуры в электро- и магнитоупорядоченных веществах. ФИЗМАТЛИТ М. (2003). 136 с.
- [4] A.L. Shuvalov, A.S. Gorkunova. Phys. Rev. B **59**, 14, 9070 (1999).
- [5] E.L. Shenderov. J. Acoust. Soc. Am. **43**, 101, 1239 (1997).
- [6] Е.А. Вилков. ФТТ **50**, 8 (2008).
- [7] Л.А. Ванштейн. Электромагнитные волны. Наука, М. (1988). 440 с.
- [8] А.С. Соснин, Б.А. Струков. Введение в сегнетоэлектричество. Высш. шк., М. (1970). 271 с.
- [9] Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов. Высоочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. Наука, М. (1989), 288 с.
- [10] И.Л. Фабеленский. Молекулярное рассеяние света. Наука, М. (1965). 511 с.
- [11] C. Marfeld, P. Tournois. Appl. Phys. Lett. **19**, 14, 117 (1971).