Акустическое выпрямление и генерация второй гиперзвуковой гармоники в резонансно-параметрическом солитонном режиме

© С.В. Сазонов, Н.В. Устинов*

Российский научный центр „Курчатовский институт“,
Москва, Россия
* Томский государственный университет,
Томск, Россия

E-mail: sazonov.sergey@gmail.com

(Поступила в Редакцию 4 февраля 2008 г.)

Предложен резонансно-параметрический механизм генерации нулевой и второй гармоник акустических импульсов, распространяющихся в кристалле, содержащем резонансные зеемановские переходы. Проведенный анализ позволил определить условия эффективного акустического выпрямления и возбуждения второй гармоники в солитонном резонансно-параметрическом режиме. Рассмотренный механизм генерации акустических гармоник имеет то преимущество по сравнению с традиционным, обусловленным акустическим ангармонизмом, что степень преобразования регулируется изменением величины внешнего магнитного поля и направления распространения входного импульса.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 05-02-16422а).

PACS: 43.25.+y, 62.30.+d, 72.55.+s

1. Введение

Наиболее распространенным механизмом генерации второй акустической гармоники, а также суммарных и разностных частот в твердых телах являются собственная акустическая нелинейность, вызванная ангармонизмом колебаний узлов кристаллической решетки [1]. Что же касается частотных преобразований оптических полей, то в этой области к настоящему времени достигнут значительно бо́льший прогресс. Так, за последнее десятилетие проведены интенсивные исследования особенностей взаимодействия оптических импульсов со средами, содержащими несимметричные квантовые объекты (квантовые ямы, нити, точки или полярные молекулы) [2–8]. Поскольку эти объекты имеют ненулевые постоянные дипольные моменты переходов, оптические импульсы при распространении выполняют одновременно две функции: а) возбуждают резонансные переходы между квантовыми уровнями и б) динамическим образом сдвигают их частоты за счет линейного эффекта Штарка. Как результат, на выходе из таких сред рождаются гармоники входного оптического поля [2,8]. Здесь напрашивается аналогия с возбуждением осциллятора в режиме параметрического резонанса, в результате чего генерируются колебания на кратных гармониках и субгармониках [9].

Эксперименты по акустической самоиндуцированной прозрачности (АСИП) [10,11] показали, что упругие импульсы гиперзвуковых частот ($10^{10}-10^{11}\,\mathrm{s}^{-1}$) способны интенсивно взаимодействовать с резонансными парамагнитными примесями в твердых телах при температурах жидкого гелия. Эти импульсы, порождая внутрикристаллические градиенты электрического поля, вызывают квантовые переходы между зеемановскими подуровнями и одновременно сдвигают динамически частоты данных переходов. При этом имеет место аналогия с распространением оптических импульсов в системе несимметричных квантовых объектов, что позволило изучить некоторые особенности разонансного взаимодействия акустических импульсов с низкотемпературными парамагнитными кристаллами [12,13]. Настоящая работа посвящена исследованию возможности генерации акустических гармоник за счет описанного выше резонансно-параметрического механизма.

2. Основные уравнения

Известно, что наиболее сильное взаимодействие с колебаниями кристаллической решетки (спин-фононное взаимодействие) испытывают парамагнитные ионы, обладающие эффективным спином $S = 1$ [10]. В соответствии с этим рассмотрим кубический кристалл, содержащий такие парамагнитные ионы и помещенный во внешнее магнитное поле $\mathbf{B}$. Пусть данное поле направлено вдоль одной из осей кристаллической симметрии четвертого порядка (вдоль оси z'). Оси x' и y' декартовой системы направим вдоль двух других осей четвертого порядка. Кроме того, будем считать, что вдоль оси z' кристалл подвержен статической деформации $\mathscr{E}^{(0)}$. Последняя необходима для создания неэквидистантного расщепления спиновых подуровней парамагнитных примесей. В результате можно выделить один квантовый переход, резонансно взаимодействующий с полем акустического импульса.

Пусть в положительном направлении оси z, образующей с z' угол φ в плоскости (x', z'), распространяется продольный акустический импульс, характеризуемый компонентой $\mathscr{E} \equiv \mathscr{E}_{zz} = \partial u/\partial z$ тензора деформации, где u — поле локальных смещений кристалла вдоль оси z. Заметим, что в кристаллах в общем случае не существует сугубо продольных или сугубо поперечных упругих волн. Однако, при условии близости направлений вектора смещений и волновой нормали говорят о квазипродольной волне. Будем предполагать, что это условие выполнено, и ограничим рассмотрение случаем распространения квазипродольного звука. Влияние поперечного звука за счет взаимодействия с парамагнитными примесями мало́ из-за существенной разницы линейных скоростей продольной и поперечной акустических волн [1]. Кроме того, мы считаем импульсные волновые фронты плоскими: $u = u(z, t)$.

В указанных выше условиях гамильтониан парамагнитного иона с эффективным спином $S = 1$ можно записать следующим образом [10]:

$$\hat{H} = \hbar\omega_0\hat{S}_{z'} + G_{\|}\mathscr{E}^{(0)}\hat{S}^2_{z'} + G_{\|}\mathscr{E}\hat{S}^2_z. \tag{1}$$

Здесь $\hbar$ — постоянная Планка; $\omega_0 = g_{\|}\mu_{\mathrm{B}}B/\hbar$ — частота расщеплений внутри зеемановского триплета в отсутствие статической деформации; $g_{\|}$ — продольная компонента тензора Ланде; μ_{B} — электронный магнетон Бора; $B = |\mathbf{B}|$; $G_{\|}$ — компонента тензора спин-фононного взаимодействия, связывающая парамагнитные ионы с продольной деформацией кристалла;

$$\hat{S}_z = \hat{S}_{z'}\cos\varphi + \hat{S}_{x'}\sin\varphi; \tag{2}$$

$\hat{S}_j$ $(j = x', z')$ — базисные спиновые матрицы, имеющие в представлении собственных функций $\hat{S}_{z'}$ вид [10]

$$\hat{S}_{x'} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_{z'} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Первое слагаемое в правой части уравнения (1) описывает зеемановскую энергию спина в магнитном поле, снимающем вырождение по его проекциям $S_{z'} = 0, \pm 1$. Второе слагаемое соответствует квадрупольному Штарк-эффекту, при котором вырождение снимается по модулю спина: $|S_{z'}| = 0, 1$ [14]. Градиенты внутрикристаллического электрического поля создаются здесь статической деформацией $\mathscr{E}^{(0)}$ (механизм Ван-Флека [10,11]). Если $\mathscr{E}^{(0)} = 0$, то частоты переходов внутри спинового триплета удовлетворяют условию эквидистантности: $\omega_{21} = \omega_{32} = \omega_0$. При наличии же статической деформации данное условие нарушается. Спин-фононное взаимодействие, описываемое последним слагаемым в правой части (1), также осуществляется за счет механизма Ван-Флека, но в отличие от второго слагаемого деформация $\mathscr{E}$ является динамической.

Для самосогласованности задачи введем гамильтониан акустического поля

$$H_a = \frac{1}{2}\int\left[\frac{p^2}{\rho} + \rho a^2\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2\right]d\mathbf{r}, \tag{4}$$

где p — поле плотности импульса, соответствующее локальным смещениям; ρ — средняя плотность кристалла; a — скорость продольного звука в направлении оси z. Интегрирование проводится по всему кристаллическому объему.

При выводе уравнений движения для эффективных спинов и поля деформации используем полуклассический подход [15]. В соответствии с ним спиновая динамика описывается квантово-механическим уравнением фон Неймана для матрицы плотности $\hat{\rho}$:

$$i\hbar\frac{\partial\hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}].$$

В то же время акустическое поле описывается классическими уравнениями Гамильтона для сплошной среды

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\delta}{\delta u}\left[H_a + \int n\langle\hat{H}\rangle d\mathbf{r}\right],$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\delta}{\delta p}\left[H_a + \int n\langle\hat{H}\rangle d\mathbf{r}\right], \tag{6}$$

где n — концентрация парамагнитных ионов; $\langle\hat{H}\rangle = Sp(\hat{\rho}\hat{H})$ — квантовое среднее оператора $\hat{H}$.

Далее будем считать, что основная несущая частота ω исходного акустического импульса близка к частоте $\omega_{21} = \omega_0 - G_{\|}\mathscr{E}^{(0)}/\hbar$ перехода $1 \leftrightarrow 2$. По этой причине третий уровень не вовлекается во взаимодействие с импульсом и, следовательно, $\rho_{31} = \rho_{32} = \rho_{33} = 0$. Учитывая данное обстоятельство, а также (1)–(3), запишем

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{22} & \rho_{21} \\ \rho_{12} & \rho_{11} \end{pmatrix},$$

$$\hat{H} = \hbar\begin{pmatrix} \omega_{21} & -\frac{G_{\|}\sin 2\varphi}{2\sqrt{2}\hbar}\mathscr{E} \\ -\frac{G_{\|}\sin 2\varphi}{2\sqrt{2}\hbar}\mathscr{E} & \frac{G_{\|}}{\hbar}\left(1 - \frac{3}{2}\sin^2\varphi\right)\mathscr{E} \end{pmatrix},$$

Определены новые материальные переменные

$$W = \frac{\rho_{22} - \rho_{11}}{2}, \quad \sigma = \rho_{12}.$$

Для них уравнение (5) дает следующую систему:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = id\mathscr{E}(\sigma - \sigma^*), \tag{7}$$

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t} = i(\omega_{21} + D\mathscr{E})\sigma + 2id\mathscr{E}W, \tag{8}$$

где

$$D = \frac{G_{\|}}{2\hbar}(3\sin^2\varphi - 2), \quad d = \frac{G_{\|}\sin 2\varphi}{2\sqrt{2}\hbar}.$$

При этом из (4), (6) находим неоднородное волновое уравнение для поля деформации

$$\frac{\partial^2\mathscr{E}}{\partial t^2} - a^2\frac{\partial^2\mathscr{E}}{\partial z^2} = \frac{n\hbar}{\rho}\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}, \tag{9}$$

где

$$F = DW - d(\sigma + \sigma^*).$$

Используя (7) и (8), получим

$$\frac{\partial F}{\partial t} = i\omega_{21} d(\sigma^* - \sigma).$$

Заметим, что в (7), (8) отсутствуют релаксационные слагаемые. Характерное время необратимой фазовой релаксации $T_2 \sim 10^{-5}$–10^{-6} s [10,11], а время энергетической релаксации T_1 гораздо больше T_2. Поэтому данные уравнения хорошо описывают взаимодействие эффективных спинов с упругими импульсами длительностей $\tau_p < 10^{-6}$ s. Кроме того, в волновом уравнении (9) не учтены слагаемые, ответственные за собственное затухание акустических волн. Этим затуханием при температурах жидкого гелия можно с хорошей точностью пренебречь [10].

Из уравнений (7) и (8) видно, что акустический импульс, распространяясь в системе парамагнитных ионов, выполняет сразу две функции: возбуждает квантовый переход и динамическим образом сдвигает его частоту. В работах [8] и [13] было показано, что спектр формирующихся в таких условиях оптических и акустических импульсов, основная несущая частота которых близка на входе в среду к резонансной, содержит нечетные и четные гармоники. При этом в случае, когда частота квантового перехода не испытывает сдвига, четные гармоники порождаться не будут. Таким образом, сдвиг частоты создает условия для резонансно-параметрического механизма генерации акустических гармоник. Здесь в отличие от [8,13] мы будем использовать приближение медленно меняющихся огибающих (ММО) и сосредоточим внимание на нулевой и второй гармониках. Первая из них соответствует акустическому выпрямлению — генерации упругого импульса без несущей частоты (видеоимпульса). Учитывая это замечание и равенство (10), представим поле импульса и матриальные переменные в виде

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_1 \exp\big[i\omega(t - z/a)\big] + \mathscr{E}_0 + \mathscr{E}_2 \exp\big[2i\omega(t - z/a)\big] + c.c.,$$

$$\sigma = \sigma_1 \exp\big[i\omega(t - z/a)\big] + \sigma_0 + \sigma_2 \exp\big[2i\omega(t - z/a)\big],$$

$$W = W_0 + W_1 \exp\big[i\omega(t - z/a)\big] + c.c., \tag{11}$$

где $\mathscr{E}_j, \sigma_j$ и W_j — огибающие j-й гармоники ($j = 0, 1, 2$).

Предположим, что выполняются неравенства

$$\left|\frac{\partial \mathscr{E}_{0,1,2}}{\partial t}\right| \ll \omega\, |\mathscr{E}_{0,1,2}|, \quad \left|\frac{\partial \mathscr{E}_{0,1,2}}{\partial z}\right| \ll \frac{\omega}{a}\, |\mathscr{E}_{0,1,2}|$$

вместе с соответствующими неравенствами для огибающих $\sigma_{0,1,2}$ и $W_{0,1}$. Также будем считать, что

$$|d\mathscr{E}| \ll \omega_{21}, \quad |\Delta| \ll \omega_{21},$$

где $\Delta = \omega_{21} - \omega$ — отстройка от резонанса первой гармоники. Тогда, подставив (11) в (7)–(9) и применив приближение ММО, после усреднения получим следующие уравнения:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial W_0}{\partial t} = id(\mathscr{E}_1^* \sigma_1 - \mathscr{E}_1 \sigma_1^*), \\ \dfrac{\partial \sigma_1}{\partial t} = i(\Delta + \Delta\mathscr{E}_0)\sigma_1 + 2id\mathscr{E}_1 W_0, \\ \dfrac{\partial \mathscr{E}_1}{\partial t} + a\,\dfrac{\partial \mathscr{E}_1}{\partial z} = -i\,\dfrac{nd\hbar\omega_{21}}{2\rho a^2}\,\sigma_1, \end{cases} \tag{12}$$

$$\begin{cases} \sigma_0 = -\dfrac{D}{\omega_{21}}\,\mathscr{E}_1^* \sigma_1, \quad \sigma_2 = \dfrac{D}{\omega_{21}}\,\mathscr{E}_1 \sigma_1, \\ W_1 = \dfrac{d}{\omega_{21}}\,(\mathscr{E}_0 \sigma_1 - \mathscr{E}_2 \sigma_1^*), \end{cases} \tag{13}$$

$$\frac{\partial \mathscr{E}_2}{\partial t} + a\,\frac{\partial \mathscr{E}_2}{\partial z} = -i\,\frac{n\hbar Dd}{2\rho a^2}\,\mathscr{E}_1 \sigma_1. \tag{14}$$

При этом уравнение для $\mathscr{E}_0$ имеет вид

$$\frac{\partial^2 \mathscr{E}_0}{\partial t^2} - a^2\,\frac{\partial^2 \mathscr{E}_0}{\partial z^2} = \frac{n\hbar D}{\rho}\,\frac{\partial^2 W_0}{\partial z^2}. \tag{15}$$

С целью упрощения уравнения (15) введем безразмерный параметр $\mu = nG_{\parallel}^2/(4\hbar\omega_{21}\rho a^2)$, характеризующий вклад его правой части. Взяв для ионов Fe^{2+} в кристаллической матрице MgO $G_{\parallel} \sim 10^{-13}$ erg, $\omega_{21} \sim 10^{10}\ \mathrm{s}^{-1}$, $n \sim 10^{17}\ \mathrm{cm}^{-3}$, $\rho = 2\ \mathrm{g/cm}^3$, $a \approx 5 \cdot 10^5$ cm/s [10,11], найдем $\mu \sim 10^{-4} \ll 1$. Таким образом, плотность парамагнитных примесей мала́ настолько, что правая часть в (15) много меньше каждого из двух слагаемых в левой части. В этих условиях к данному уравнению применимо приближение однонаправленного распространения [16]. Введем новые независимые переменные $\eta = \mu z$, $\tau = t - z/a$. Тогда

$$\frac{\partial}{\partial z} = -\frac{1}{a}\,\frac{\partial}{\partial \tau} + \mu\,\frac{\partial}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \tau},$$

и в первом порядке по параметру μ имеем

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \approx \frac{1}{a^2}\,\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - 2\,\frac{\mu}{a}\,\frac{\partial^2}{\partial \tau\, \partial \eta},$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \approx \frac{1}{a^2}\,\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}$$

для левой и правой частей (15) соответственно. Проинтегрировав по τ возникшее при этом уравнение и приняв во внимание нулевые значения поля и его производных на бесконечности, после возвращения к исходным переменным z и t получим

$$\frac{\partial \mathscr{E}_0}{\partial t} + a\,\frac{\partial \mathscr{E}_0}{\partial z} = \frac{n\hbar D}{2\rho a^2}\,\frac{\partial W_0}{\partial t}. \tag{16}$$

Используя (12), находим решения уравнений (16) и (14)

$$\mathscr{E}_0 = -\frac{D}{\omega_{21}}|\mathscr{E}_1|^2 + f_0, \tag{17}$$

$$\mathscr{E}_2 = \frac{D}{2\omega_{21}}\mathscr{E}_1^2 + f_1, \tag{18}$$

где $f_0 = f_0(t - z/a)$ и $f_1 = f_1(t - z/a)$ — функции, определяемые условиями на входе импульса в среду. Соотношения (17) и (18) показывают, что амплитуда нулевой гармоники у акустических импульсов, формирующихся в рассматриваемой среде (т.е. при $f_0 = f_1 = 0$), в 2 раза превосходит амплитуду второй гармоники. Это полностью подтверждает результаты, полученные в [8,13] без использования приближения ММО. Кроме того, в соответствии с работами [8,13] знак пулевой гармоники таков, что частота квантового перехода динамически понижается при прохождении импульса.

Из уравнений, полученных выше, следует, что динамику акустических импульсов, основная несущая частота которых близка к резонансной, и парамагнитных примесей описывает система (12) с полем $\mathscr{E}_0$, определяемым равенством (17). Эта система отличается только обозначениями от системы синхронизма длинных и коротких волн (СДКВ), интегрируемой методом обратной задачи рассеяния [17,18] и подробно изученной в [6,12]. Анализ солитонных решений системы СДКВ позволил выделить в этих работах несколько режимов оптической и акустической прозрачности, различающихся по скорости распространения имульсов и по степени возбуждения среды. Также на основе решений системы СДКВ в следующем разделе будет исследована генерация акустических гармоник. Важным обстоятельством является то, что импульсы, рассмотренные в [6,12], состояли из двух компонент, функции которых строго различались: коротковолновая составляющая возбуждала резонансный переход, а длинноволновая — сдвигала уровни энергии. Здесь же обе эти функции выполняет единственная компонента поля импульса.

Подставив (17), (18) в (13), видим, что амплитуда W_0 много больше, чем амплитуда W_1. По этой причине перменная W_0 с хорошей точностью описывает состояние парамагнитных ионов.

3. Генерация гармоник в солитонном режиме

Используя солитонное решение системы СДКВ, построенное в [6], находим следующее выражение для огибающей основной гармоники поля деформации:

$$\mathscr{E}_1 = \frac{4\hbar\exp(i\Phi)}{G_{\parallel}(3\sin^2\varphi - 2)}\sqrt{\frac{\omega_{21}/\tau_p}{g - \alpha + \sqrt{1 + (g-\alpha)^2}\,\mathrm{ch}\,2\xi}}, \tag{19}$$

где τ_p — положительная постоянная,

$$\Phi = \frac{nG_{\parallel}^2\omega_{21}\sin^2 2\varphi}{8\hbar\rho a^3}\,\frac{W_\infty\alpha\tau_p}{1+\alpha^2}\,z - \mathrm{arctg}\,\frac{\mathrm{th}\,\xi}{s}, \tag{20}$$

$$g = \frac{\omega_{21}\tau_p\sin^2 2\varphi}{(3\sin^2\varphi - 2)^2},$$

$$\alpha = \Delta\tau_p, \quad \xi = \frac{t - z/v}{\tau_p},$$

$$s = g - \alpha + \sqrt{1 + (g-\alpha)^2},$$

$$v = a\left(1 - \frac{nG_{\parallel}^2\omega_{21}\sin^2 2\varphi}{8\hbar\rho a^2}\,\frac{W_\infty\tau_p^2}{1+\alpha^2}\right)^{-1}.$$

При этом переменная W_0 меняется согласно формуле

$$W_0 = W_\infty - \frac{4W_\infty g}{(1+\alpha^2)\left(g - \alpha + \sqrt{1+(g-\alpha)^2}\,\mathrm{ch}\,\xi\right)}. \tag{21}$$

Видно, что постоянная W_∞ задается начальной населенностью уровней парамагнитных примесей.

Приняв за длительность T_p акустического импульса удвоенное отклонение от нуля величины $t - z/v$, при котором $|\mathscr{E}_1|$ в 2 раза меньше своего амплитудного значения, из (19) получим

$$T_p = \tau_p\,\mathrm{arch}\left(4 + \frac{3(g-\alpha)}{\sqrt{1+(g-\alpha)^2}}\right). \tag{22}$$

В силу приближения ММО длительность импульса должна удовлетворять условию $\omega_{21}T_p \gg 1$. Нетрудно показать, что это неравенство имеет место, если $\omega_{21}\tau_p \gg 1$.

Из (19) и (17) следует, что отношение амплитуд нулевой и первой гармоник равно

$$\left|\frac{\mathscr{E}_0(\xi = 0)}{\mathscr{E}_1(\xi = 0)}\right| = \frac{2}{\sqrt{\omega_{21}\tau_p s}}. \tag{23}$$

Это отношение увеличивается при $g \to 0$ (т.е. при соответствующем изменении направления распространения входного импульса). Амплитуда $\mathscr{E}_1$ тоже растет в этом случае, а длительность импульса, наоборот, уменьшается. В пределе $g \to \infty$ сдвиг частоты отсутствует, и, как следствие, четные гармоники не порождаются.

Если основная несущая частота акустического импульса больше резонансной частоты ($\Delta < 0$), то правая часть (23) мала. С увеличением отстройки Δ отношение амплитуды нулевой и первой гармоник растет. Так, в пределе $\alpha - g \to \infty$ получим

$$\left|\frac{\mathscr{E}_0(\xi = 0)}{\mathscr{E}_1(\xi = 0)}\right| = 2\sqrt{2}\sqrt{\frac{\Delta}{\omega_{21}} - \frac{\sin^2 2\varphi}{(3\sin^2\varphi - 2)^2}}. \tag{24}$$

Здесь отстройка положительная, а угол φ таков, что подкоренное выражение больше нуля. Отметим, что в данном пределе импульс (19) становится рационально убывающим [19] с длительностью равной

$$T_p = \frac{\sqrt{3}}{\Delta - \frac{\omega_{21} \sin^2 2\varphi}{(3 \sin^2 \varphi - 2)^2}}.$$

Из (24) следует, что эффективность преобразования частоты в нулевую гармонику (акустическое выпрямление) может достигать нескольких процентов по амплитуде (и даже десятка процентов), если отстройка Δ первой гармоники достаточно велика. При этом, как было установлено ранее, амплитуда второй гармоники в 2 раза меньше амплитуды акустического видеоимпульса. Отметим, что изменение величины магнитного поля или статической деформации позволяет менять отстройку.

Таким образом, при генерации акустических гармоник имеет место асимметрия по знаку отстройки: сильнее порождать нулевую и вторую гармоники будут импульсы, у которых основная несущая частота меньше резонансной частоты ($\Delta > 0$). Это полностью согласуется с тем обстоятельством, что именно такие импульсы сильнее возбуждают квантовые переходы [6,12]. В частности, полную инверсию среды (т. е. $W_0(\xi = 0) = -W_\infty$) вызывают импульсы, параметры которых удовлетворяют условию

$$2g = \alpha + \alpha^{-1},$$

которое может выполняться лишь при положительных значениях отстройки.

Как следует из равенств (19) и (20), основная гармоника импульса испытывает фазовую модуляцию. Вместе с динамическим сдвигом частоты квантового перехода, который создается нулевой гармоникой, эта модуляция (можно показать, что она пропорциональна сдвигу частоты [19]) может втягивать акустический импульс в резонанс с парамагнитным кристаллом либо, наоборот, уводить из резонанса. В результате импульсы могут распространяться в различных режимах. Поскольку уравнения (12), (17) эквивалентны системе СДКВ, режимы самоиндуцированной прозрачности, выделенные на основе анализа ее решений в [6,12] для импульсов, состоящих из двух компонент, функции которых строго различны, существует также в рассматриваемом здесь однокомпонентном случае. Обсудим характеристики этих режимов распространения.

Обычный режим АСИП сопровождается сильным возбуждением парамагнитных примесей ($g \gg 1$) и значительным уменьшением скорости распространения импульсов относительно линейной скорости. Отстройка здесь мала: $|\alpha| \ll 1$. Режим акустической самоиндуцированной сверхпрозрачности (АСИСП) [12] имеет место при $\alpha \gg 1$ и $g \gg 1$. Он отличается от АСИП большей отстройкой (при этом основная несущая частота всегда меньше резонансной), сильной фазовой модуляцией, малым замедлением скорости распространения, но среда в этом случае тоже испытывает сильное возбуждение. Импульсы АСИСП превосходят по амплитуде импульсы АСИП и являются более короткими.

Кроме того, существуют режимы, в которых изменение населенности квантовых уровней мало́ ($g \ll 1$). У импульсов, распространяющихся в режиме акустической необыкновенной прозрачности [15], отстройка от резонанса мала́ ($\alpha \ll 1$). Скорость меняется существенно и может быть такой же, как у импульсов, вызывающих сильное возбуждение среды. В режимах акустической положительной и отрицательной нерезонансной прозрачности (АПНП и АОНП соответственно) [12] скорость, импульсов меняется слабо, а отстройка велика по абсолютной величине ($|\alpha| \gg 1$). Ключевое различие этих режимов связано с поведением эффективной (т. е. с учетом фазовой модуляции и динамического сдвига частоты) отстройки от резонанса. Она практически не меняется в режиме АОНП. Если же импульс распространяется в режиме АПНП, то эффективная отстройка меняет знак, проходя через резонанс, из-за чего парамагнитные примеси возбуждаются чуть сильнее. При этом сами импульсы имеют заостренную форму, как в режиме АСИСП. Заметим, что, как следует из (23) и (24), именно в этих двух режимах относительный вклад нулевой и второй гармоник наиболее велик.

4. Заключение

Проведенное в настоящей работе рассмотрение позволило определить условия эффективной генерации второй гармоники и акустического выпрямления в солитонном резонансно-параметрическом режиме. Оказалось, что сильнее порождать нулевую и вторую гармоники будут импульсы, основная несущая частота которых меньше резонансной. При этом в полном соответствии с работами [8,13] знак нулевой гармоники таков, что частота квантового перехода динамически понижается при прохождении импульса, а амплитуда второй гармоники в 2 раза меньше амплитуды акустического видеоимпульса. Также показано, что продольные акустические импульсы могут распространяться в режимах самоиндуцированной прозрачности, введенных ранее в случае двухкомпонентных импульсов [6,12].

Изученный механизм генерации акустических гармоник имеет то преимущество по сравнению с традиционным, обусловленным акустическим ангармонизмом, что степень преобразования может регулироваться изменинем величины магнитного поля и направления распространения входного импульса. Кроме того, развитый здесь подход может в дальнейшем оказаться полезным при учете высших гармоник и рассмотрении процессов генерации суммарных и разностных частот при многочастотных резонансных воздействиях на парамагнитные кристаллы.

Список литературы

[1] В.А. Красильников, В.В. Крылов. Введение в физическую акустику. Наука, М. (1984).
[2] S. Kočinac, Z. Ikonić, V. Milanović. Opt. Commun. **140**, 89 (1997).
[3] L.W. Casperson. Phys. Rev. A. **57**, *1*, 609 (1998).
[4] A. Brown, W.J. Meath, P. Tran. Phys. Rev. A. **63**, 013 403 (2000).
[5] С.В. Сазонов. ЖЭТФ **124**, *4* (10), 803 (2003).
[6] С.В. Сазонов, Н.В. Устинов. ЖЭТФ **127**, *2*, 289 (2005).
[7] С.О. Елютин. ЖЭТФ **128**, *1* (7), 17 (2005).
[8] С.В. Сазонов, Н.В. Устинов. Квантовая электрон. **35**, *8*, 701 (2005).
[9] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Краткий курс теоретической физики. Кн. 1: Механика. Электродинамика. Наука, М. (1969).
[10] Дж. Такер, Р. Рэмптон. Гиперзвук в физике твердого тела. Мир, М. (1975).
[11] В.А. Голенищев-Кутузов, В.В. Самарцев, Н.К. Соловаров, Б.М. Хабибулин. Магнитная квантовая акустика. Наука, М. (1977).
[12] S.V. Sazonov, N.V. Ustinov. Phys. Rev. E **73**, *5*, 056 614 (2006).
[13] С.В. Сазонов, Н.В. Устинов. ЖЭТФ **129**, *5*, 849 (2006).
[14] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Т. 3: Квантовая механика. Наука. М. (1976).
[15] С.В. Воронков, С.В. Сазонов. ЖЭТФ **120**, *2*, 269 (2001).
[16] J.C. Eibeck. J. Phys. A: Gen. Phys. **5**, 1355 (1972); J.C. Eilbeck, J.D. Gibbon, P.J. Candrey, R.K. Bullough. J. Phys. A: Math., Nucl. Gen. **6**, 1337 (1973).
[17] В.Е. Захаров, С.В. Манаков, С.П. Новиков, Л.П. Питаевский. Теория солитонов: метод обратной задачи. Наука, М. (1980).
[18] Дж.Л. Лэм. Введение в теорию солитонов. Мир, М. (1983).
[19] С.В. Сазонов, Н.В. Устинов. Изв. РАН. Сер. физ. **69**, *8*, 1132 (2005); S.V. Sazonov, N.V. Ustinov. Proc. SPIE **6259**, 625 912 (2006).