О ЗАТУХАНИИ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ В ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ

М. Е. Чоговадзе

Рассмотрена зависимость декремента затухания поверхностной волны в проводящей среде от неоднородности среды (концентрации и частоты столкновений носителей заряда). Показано, что определяемая этими факторами часть декремента затухания в металлах всегда меньше той, которая определяется столкновениями заряженных частиц. Указывается на возможность определения характера неоднородности проводящей среды по затуханию поверхностной волны.

1. Как известно [1], в условиях, когда $\varepsilon(\omega) \gg 1$, где $\varepsilon(\omega)$ — диэлектрическая проницаемость однородной плазмы. т. е. при $\omega_{Le} \gg \omega;\ \nu_e$, в плазме с резкой границей могут распространяться поверхностные электромагнитные волны, частотный спектр и пространственный декремент которых определяется выражениями

$$\omega = k_z c, \qquad \operatorname{Im} k_z = \delta_1 = \omega^2 \nu_e / 2c\omega_{Le}. \tag{1}$$

Здесь $\omega_{Le} = \sqrt{4\pi^2 n_0/m_e}$ — ленгмюровская частота электронов с концентрацией $n_0 = \mathrm{const}$; m_e — масса электрона; c — скорость света в вакууме; ν_e — частота столкновений электронов. Как было показано в работе [2], при выполнении условия

$$\omega_{Le}(v_0^2/c^2) < \nu_e < \omega_{Le}(v_0/c), \tag{2}$$

где v_0 — скорость хаотического движения электронов, $v_0 = v_{T_e}$ в случае невырожденной плазмы, $v_0 = v_{F_e}$, если плазма носителей вырождена, для поверхностных волн имеется частотная щель, в которой они испытывают дебаевскую экранировку. Ширина частотной щели определяется условием

$$\omega^* = c^2\nu_e^3/v_0^2\omega_{Le}^2 < \omega < \omega_{Le}(v_0/c) \tag{3}$$

и для некоторых металлов (например, для серебра и золота) может быть довольно значительной [2].

Глубина проникновения в среду поверхностной волны Δ зависит от параметров среды

$$\Delta = \frac{c}{\operatorname{Re}\sqrt{k_z^2c^2 - \omega^2\varepsilon(\omega)}} \approx \frac{c}{\omega \operatorname{Re}\sqrt{|\varepsilon(\omega)|}} = \begin{cases} c/\omega_{Le}, & \omega \gg \nu_e, \\ (c/\omega_{Le})\sqrt{\nu_e/\omega}, & \omega \ll \nu_e. \end{cases} \tag{4}$$

Выражения (1), (4) получены в предположении, что плазма однородная, а частота столкновений электронов ν_e постоянная величина. На самом деле частота столкновений изменяется при удалении от поверхности раздела двух сред, т. е. $\nu_e = \nu_e(x)$. Учет этого обстоятельства естественно приведет к изменению выражения для декремента затухания (1). Кроме того, обычно между различными средами имеется переходной слой, в котором концентрация плазмы неоднородна, $n = n(x)$. Поэтому в переходной области всегда найдется точка x_0, в которой ленгмюровская частота электронов $\omega_{Le}(x_0)=\sqrt{4\pi e^2 n(x_0)/m_e}$ оказывается равной частоте поверхностной волны в однородной плазме $\omega \leqslant \omega_{Le}/\sqrt{2}$. Из-за этого обстоятельства часть энергии поверхностной волны будет перекачиваться в энергию локализованной объемной ленгмюровской волны — происходит так называемое резонансное поглощение поверхностной волны [3]. В результате к декременту затухания δ_1 появится поправка, обусловленная таким поглощением.

Представляют интерес определение поправок к декременту затухания δ_1 поверхностной волны, вызванных непостоянством частоты столкновений электронов $\nu_e(x)$ и неоднородностью плазмы $n(x)$, и сравнение их между собой и с величиной δ_1.

2. В начале рассмотрим случай, когда $\nu_e=\nu_e(x)$, считая $n_0=\text{const}$, т. е.

$$\varepsilon(\omega, x)=1-\omega_{Le}^2/\omega[\omega+i\nu_e(x)]. \tag{5}$$

Плазма занимает полупространство $x>0$, а вакуум $x<0$. Считаем, что

$$\mathbf{E}=\mathbf{E}(x)\,e^{-i\omega t+ik_z z}, \quad \mathbf{B}=\mathbf{B}(x)\,e^{-i\omega t+ik_z z}.$$

Учитывая, что $\omega=k_z c$, а $|\varepsilon|\gg 1$, из уравнений Максвелла в среде легко получаем уравнение

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{\varepsilon(\omega, x)}\frac{\partial}{\partial x}D_x\right]+\frac{\omega^2}{c^2}D_x=0, \tag{6}$$

где $D_x=\varepsilon(\omega, x)E_x$. Решение этого уравнения в области вакуума ($x<0$), где $\varepsilon=1$, имеет вид

$$D_{1x}=C_1 e^{\sqrt{k_z^2-\omega^2/c^2}\,x}. \tag{7}$$

В плазменной же среде решение уравнения (6) будем искать в виде экспоненты

$$D_{2x}=Ce^{\Psi(x)}, \tag{8}$$

где $\Psi(x)$ — эйконал. Подставляя (8) в преобразованное уравнение (6), для $\Psi(x)$ получаем

$$\left(\frac{\partial\Psi(x)}{\partial x}\right)^2+\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega, x)+\frac{\partial^2\Psi(x)}{\partial x^2}-\frac{\partial[\ln\varepsilon(\omega, x)]}{\partial x}\frac{\partial\Psi(x)}{\partial x}=0. \tag{9}$$

Так как $|\varepsilon|\gg 1$, решение этого уравнения можно искать в приближении геометрической оптики, разлагая

$$\Psi=\Psi_0+\Psi_1+\dots \tag{10}$$

Ограничиваясь двумя первыми членами разложения Ψ и учитывая, что в уравнении (9) главными являются два первых слагаемых, окончательно для электрической индукции в среде имеем

$$D_{2x}=C_2[\varepsilon(\omega, x)]^{1/4}\exp\left\{-\int_0^x\sqrt{-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega, x)}\,dx.\right. \tag{11}$$

Граничные условия, получаемые интегрированием уравнения (6) по тонкому переходному слою, имеют вид

$$\{D_x\}_{x=0}=\left\{\frac{1}{\varepsilon(\omega, x)}\frac{\partial}{\partial x}D_x\right\}_{x=0}=0. \tag{12}$$

Подставляя в эти граничные условия D_{1x} и D_{2x}, определяемые выражениями (7) и (11), находим дисперсионное уравнение для поверхностных волн

$$\varepsilon_0\sqrt{k_z^2-\frac{\omega^2}{c^2}}+\sqrt{-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0}-\frac{1}{4}\frac{\varepsilon_0'}{\varepsilon_0}=0, \tag{13}$$

где

$$\varepsilon_0 = \varepsilon(\omega, x)|_{x=0}, \qquad \varepsilon_0' = \left[\frac{\partial \varepsilon(\omega, x)}{\partial x}\right]_{x=0},$$

$\varepsilon(\omega, x)$ определяется формулой (5), причем $\varepsilon_0 < 0$.

Уравнение (13) имеет решение, уточняющее (1)

$$\omega \approx k_z c, \qquad \mathrm{Im}\, k_z = \mathrm{Im}\left\{-\frac{\omega}{2c}\frac{1}{\varepsilon_0} - \frac{1}{4}\frac{\varepsilon_0'}{\varepsilon_0}\sqrt{-\varepsilon_0}\right\}. \tag{14}$$

Подставляя сюда явные выражения для ε_0 и ε_0' из (5), окончательно получим

$$Im\, k_z = \delta_1 + \delta_2 = \omega^2 \nu_{e0}/2c\omega_{Le}^2 + \begin{cases} \dfrac{1}{4}\dfrac{\nu_{e0}'\omega^2}{\omega_{Le}^3}, & \omega_{Le} > \omega > \nu_e, \\[2ex] \dfrac{1}{4\sqrt{2}}\dfrac{\omega^2 \nu_{e0}'}{\omega_{Le}^3}\sqrt{\dfrac{\nu_{e0}}{\omega}}, & \omega < \omega^* < \nu_e, \end{cases} \tag{15}$$

где

$$\nu_{e0}' = (\partial \nu_e(x)/\partial x)_{x=0}.$$

Таким образом, при $\nu_e = \mathrm{const}$ поглощение одинаково в области как нормального ($\omega < \omega^*$), так и инерционного ($\omega_{Le}(v_0/c) < \omega < \omega_{Le}/\sqrt{2}$) скин-эффекта. Если же $\nu_e = \nu_e(x)$, то появляется дополнительное поглощение, различное в этих областях. Заметим также, что экспериментальное измерение поглощения поверхностной волны в среде позволяет с помощью формулы (15) определить производную частоты столкновений.

3. Поправка к декременту затухания (1) возникает и при учете неоднородности плотности плазмы. Для определения этой поправки рассмотрим случай размытой границы между плазмой и вакуумом, когда имеется переходной слой, в котором плотность плазмы неоднородна и в котором найдется точка, где $\mathrm{Re}\,\varepsilon(\omega, x_0) = 0$. В этом случае в формуле (5) считаем $\omega_{Le}^2 = 4\pi^2 n(x)/m_e$, а $\nu_e = \mathrm{const}$. В точке $x = x_0$ (при $\nu_e \ll \omega_{Le}(x_0)$) $\omega \approx \omega_{Le}(x_0)$. Из уравнений Максвелла в среде легко получить следующее уравнение для B_y:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{\varepsilon(\omega, x)}\frac{\partial B_y}{\partial x}\right] - \left[\frac{k_z^2 - (\omega^2/c^2)\,\varepsilon(\omega, x)}{\varepsilon(\omega, x)}\right] B_y = 0. \tag{16}$$

Решения уравнения (16) вдали от границы (в области однородности среды) будем искать в виде поверхностных волн

$$\begin{aligned} B_{1y} &= C_1 e^{-\sqrt{k_z^2 - (\omega^2/c^2)\varepsilon}\, x} \quad (x > 0, \text{ плазма}), \\ B_{2y} &= C_2 e^{\sqrt{k_z^2 - (\omega^2/c^2)}\, x} \quad (x < 0, \text{ вакуум}). \end{aligned} \tag{17}$$

Эти решения должны удовлетворять граничным условиям, которые получаются из (16) путем интегрирования этого уравнения по переходному пограничному слою

$$\{B_y\}_{x=0} = 0, \quad \left\{\frac{1}{\varepsilon(\omega, x)}\frac{\partial B_y}{\partial x}\right\}_{x=0} = -i\pi k_z^2 \frac{B_y(x_0)}{|d\varepsilon(\omega, x)/dx|_{x=x_0}}, \tag{18}$$

где символ $\{\quad\}_{x=0}$ означает скачок величины при $x=0$.

Подставляя (17) в граничные условия (18), получим дисперсионное уравнение (ср. с [3])

$$\varepsilon_0\sqrt{k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} + \sqrt{k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0} = i\pi k_z^2 \varepsilon_0 \eta. \tag{19}$$

Здесь $\eta = |d\varepsilon(\omega, x)/dx|_{x=x_0}^{-1}$, ε_0 — диэлектрическая проницаемость (5) в области однородности плазменной среды.

Из уравнения (19) находим искомую поправку к декременту затухания (1), вызванного резонансным поглощением поверхностных волн в точке $x=x_0$

$$\delta_3 = \operatorname{Im} k_z = \frac{\pi\eta\,|\varepsilon_0|\sqrt{k_z^2-(\omega^2/c^2)\,\varepsilon_0}}{\varepsilon_0^2-1}\,k_z. \tag{20}$$

Это поглощение обусловлено резонансной трансформацией поверхностной волны в точке $x=x_0$ в локальную плазменную волну [3].

Легко видеть, что резонансным затуханием поверхностных волн можно пренебречь по сравнению с затуханием, вызванным столкновениями, если

$$\frac{\delta_3}{\delta_1} = \frac{2\pi\eta\,|\varepsilon_0|\sqrt{k_z^2-(\omega^2/c^2)\,\varepsilon_0}\,\omega_{Le}^2}{|\varepsilon_0^2-1|\,\nu_e\omega} < 1. \tag{21}$$

Величину η приближенно можно оценить как $\eta = |d\varepsilon/dx|^{-1}_{x=x_0} \approx x_0/|\varepsilon_0|$. Кроме того, так как в однородной проводящей плазменной среде $|\varepsilon_0| \gg 1$, то $\sqrt{k_z^2-(\omega^2/c^2)\,\varepsilon_0} \approx (\omega/c)\sqrt{|\varepsilon_0|}$, а $|\varepsilon_0| \approx \omega_{Le}^2/\omega^2 \approx \omega_{Le}^2/k_z^2c^2$. Тогда неравенство (21) запишется в виде

$$x_0\,|k_z^3| < \omega_{Le}\nu_e/2\pi c^2. \tag{22}$$

Подставляя значения ω_{Le}, ν_e [4] и допустимые значения волнового вектора k_z [2], можно убедиться, что в условиях существования частотной щели в спектре поверхностной волны, т. е. при выполнении неравенств (2) неравенство (22) выполняется во всей области существования поверхностных волн, т. е. в области частот, соответствующих нормальному и инерционному скин-эффекту. Это означает, что затухание поверхностных волн в металлах, в которых может существовать частотная щель в спектре этих волн, в основном определяется столкновениями заряженных частиц (электронов) при $\nu_e=\mathrm{const}$, а резонансное затухание является малой поправкой. Малой поправкой является также и та часть затухания поверхностных волн, за которую ответственна неоднородность частоты столкновений. Действительно, если в (14) приближенно считать $\varepsilon_0' \approx \varepsilon_0/x_1$, где x_1 размер неоднородности частоты столкновений, который в металлах, как правило, порядка нескольких микрон, то из условия малости второго члена в декременте затухания (14) получим (учитывая, что для металлов $\omega_{Le} \approx 10^{16}$ с$^{-1}$) $x_1 > c/2\omega_{Le} \approx 10^{-6}$ см, т. е. в металлах затухание поверхностных волн в том случае, когда $\nu_e = \nu_e(x)$, $n=\mathrm{const}$, в основном определяется столкновениями электронов. Притом если $\delta_2/\delta_3 < 1$, то поправка декремента затухания (1) определяется резонансным затуханием; если же $\delta_2/\delta_3 > 1$, то вкладом резонансного затухания можно пренебречь по сравнению с вкладом в декремент затухания поверхностной волны, вызванным неоднородностью $\nu_e(x)$.

Используя выражения (15) и (20), а также неравенство (22), получаем, что поправка декремента затухания (1) определяется резонансным затуханием ($\delta_2/\delta_3 < 1$), если выполняется следующее неравенство:

$$\nu_{e0}' < \begin{cases} 2\omega_{Le}\nu_e/c, & \omega_{Le} > \omega \gg \nu_e, \\ 2\sqrt{2}\,\dfrac{\omega_{Le}\nu_e}{c}\sqrt{\dfrac{\omega}{\nu_e}} = 2\sqrt{2}\,\omega_{Le}\sqrt{\dfrac{\nu_e\,|k_z|}{c}}, & \omega < \omega^* < \nu_e. \end{cases} \tag{23}$$

В заключение хочу выразить признательность А. А. Рухадзе за обсуждение и поддержку работы.

Список литературы

[1] Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. М., 1988. 424 с.

[2] Рухадзе А. А., Чоговадзе М. Е. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 5. С. 1488—1493.

[3] Кондратенко А. Н. Поверхностные и объемные волны в ограниченной плазме. М., 1985. 207 с.

[4] Гинзбург В. Л., Мотулевич Г. П. // УФН. 1955. Т. 55. С. 469—509.

Институт общей физики АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
16 января 1990 г.