

## ПРОВОДИМОСТЬ НА ПЕРЕМЕННОМ СИГНАЛЕ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ СИСТЕМ В ТОКОВОМ СОСТОЯНИИ

*В. В. Брыксин*

Рассмотрена задача о проводимости на переменном токе в неупорядоченных средах при наличии приложенного к образцу постоянного смещающего напряжения. При протекании по неупорядоченной системе постоянного тока в ней образуются области с повышенной концентрацией носителей. Эти области дают основной вклад в проводимость на переменном токе. Показано, что существует характерная частота, зависящая от температуры и величины смещающего напряжения, ниже которой проводимость растет с частотой быстрее, чем в отсутствие смещения. При частотах же выше граничной проводимость перестает зависеть от величины смещения. По температурной зависимости граничной частоты можно судить о величине электрон-фононной связи.

Неупорядоченным системам свойственна сильная частотная дисперсия проводимости в области сравнительно малых частот  $\omega$ . Это явление связано с уменьшением размера характерного кластера узлов решетки, по которым движется электрон, с ростом  $\omega$  [1, 2]. Мощным инструментом исследования частотной зависимости проводимости является метод эффективной среды [3, 4] для решеток случайных сопротивлений и конденсаторов [5].

Основной целью настоящей статьи является изучение поведения частотной зависимости электропроводности  $\sigma(\omega)$  в неупорядоченных средах в условиях, далеких от термодинамического равновесия, когда через образец протекает постоянный электрический ток. Этот ток предполагается достаточно сильным, так что вольт-амперная характеристика (ВАХ) уже имеет нелинейный характер. В этих условиях полный ток под воздействием суммарного сильного постоянного и слабого переменного полей не является простой аддитивной величиной этих двух сигналов.

В упорядоченных системах в прыжковом режиме, описываемом марковским уравнением баланса электронной плотности на узлах, эта задача тривиальна, так как в этих материалах частотная дисперсия отсутствует, в результате чего искомая проводимость на переменном токе совпадает с дифференциальной проводимостью стационарной ВАХ. Основной отличительной особенностью неупорядоченных сред является тот факт, что под воздействием протекающего по ним постоянного тока плотность электронов перераспределяется неоднородно в пространстве, образуя «электронные капли» на мертвых концах проводящего бесконечного кластера [6, 7]. Подчеркнем, что неоднородное перераспределение носителей по узлам возникает и в том случае, если в термодинамическом равновесии электроны были распределены в пространстве однородно, т. е. в модели без диагонального беспорядка,  $\bar{R}$ -протекание. Наличие обогащенных носителями областей приводит к тому, что эти области вносят основной вклад в проводимость на переменном сигнале уже при сравнительно низких частотах. Таким образом, по мере роста частоты сначала электроперенос формируется за счет доли электронов на путях направленного протекания. Здесь электропроводность близка к дифференциальной стационарной ВАХ и может быть даже отрицательной. По мере роста  $\omega$  в формиро-

вание переменной составляющей тока постепенно включаются электроны, захваченные на мертвых концах, вследствие чего рост зависимости  $\sigma$  в токовом состоянии может происходить быстрее, чем в условиях, близких к термодинамическому равновесию, т. е. быстрее, чем  $\omega^s$  с  $s < 1$ .

Ниже получено общее выражение для проводимости на переменном токе через функцию условной вероятности в условиях протекания через систему постоянного тока. На основе этих общих соотношений найдено точное решение для простейшей одномерной неупорядоченной системы типа разрезанной сетки. Использование этого решения с помощью кластерного подхода [1] для анализа частотной зависимости  $\sigma$  в реалистических неупорядоченных системах показало, что существует характерная частота  $\omega_0$ , выше которой наличие постоянного тока слабо отражается на зависимости  $\sigma(\omega)$ . При  $\omega < \omega_0$  постоянный ток радикально отражается на зависимости  $\sigma(\omega)$ , так что в этой частотной области эта функция оказывается более резкой, чем  $\omega^s$  с  $s < 1$ . Характерная частота  $\omega_0$  экспоненциально возрастает с ростом постоянной составляющей поля и зависит от температуры по-разному при слабой и сильной связи с колебаниями решетки.

## 1. Общие соотношения

Пусть к системе, содержащей локализованные на узлах носители тока, в момент времени  $t=0$  скачком приложено электрическое поле  $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 + \mathcal{E} \exp(i\omega t)$ . Здесь  $\mathbf{E}_0$  — постоянная составляющая поля, вообще говоря, не малая, а  $\mathcal{E} \exp(i\omega t)$  — слабая переменная добавка, по которой ниже производится линеаризация. При  $t < 0$  система находилась в термодинамическом равновесии. При  $t > 0$  эволюция системы описывается временной зависимостью вероятности заполнения узла  $m$ ,  $\rho_m(t)$ , которая в области не слишком больших  $\omega$  удовлетворяет марковскому уравнению баланса во внешнем поле [8]

$$d\rho_m(t)/dt = \sum_{m'} \{ \rho_{m'}(t) W_{m'm}(t) - \rho_m(t) W_{mm'}(t) \}, \quad (1)$$

где  $W_{m'm}(t)$  есть вероятность прыжка с узла  $m'$  на узел  $m$  в поле  $\mathbf{E}(t)$ , которая зависит от  $t$  только через временную зависимость поля  $W(t) = W(\mathbf{E}(t))$ . Напомним, что в отсутствие диагонального беспорядка (разброса уровней энергии на узлах) во внешнем поле имеет место соотношение детального равновесия

$$W_{mm'}(t)/W_{m'm}(t) = \exp\{e\mathbf{E}(t) \mathbf{R}_{m'm}/kT\}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{R}_{m'm} = \mathbf{R}_{m'} - \mathbf{R}_m$ ,  $\mathbf{R}_m$  — радиус-вектор для узла  $m$ . Плотность тока в системе  $\mathbf{j}(t)$  связана с  $\rho_m(t)$  соотношением [8]

$$\mathbf{j}(t) = \frac{e}{V} \sum_m \mathbf{R}_m \frac{d\rho_m(t)}{dt}, \quad (3)$$

где  $V$  — объем системы. В дальнейшем нас не интересует переходный процесс, поэтому в (3) можно рассматривать предел  $t \rightarrow \infty$ , когда  $\mathbf{j}(t) = \mathbf{j}(t + 2\pi/\omega)$ .

Приступим теперь к линеаризации выписанных выражений по переменной составляющей поля  $\mathcal{E}$ . Для этого представим  $\rho_m(t)$  в виде

$$\rho_m(t) = F_m(t) + \varphi_m(t) \exp(i\omega t), \quad (4)$$

где  $F_m(t)$  — заполнение узла при  $\mathcal{E}=0$ . Эта величина после перехода от временного представления к представлению Лапласа ( $t \rightarrow s$ ), согласно (1), описывается уравнением

$$sF_m(s) = f_0 + \sum_{m'} \{ F_{m'}(s) W_{m'm} - F_m(s) W_{mm'} \}, \quad (5)$$

где  $W_{m'm}$  — вероятность прыжка в постоянном поле  $E_0$ , не зависит от времени;  $f_0$  — вероятность заполнения узла в термодинамическом равновесии;  $f_0 = \nu/N$ ;  $\nu$ ,  $N$  — число электронов и число узлов в системе соответственно. В (5) учтено, что  $F_m(t) = f_0$  при  $t=0$ .

В дальнейшем удобно ввести функцию Грина уравнения (5)  $P_{m'm}(s)$ , удовлетворяющую уравнению

$$sP_{m'm} = \delta_{m'm} + \sum_{m_1} \{P_{m'm_1}W_{m_1m} - P_{m'm}W_{mm_1}\}. \quad (6)$$

Функция  $P_{m'm}(t)$  имеет смысл вероятности найти частицу в момент времени  $t$  на узле  $m$ , если при  $t=0$  она была помещена на узел  $m'$ . Сравнивая (5) и (6), видим, что

$$F_m(s) = f_0 \sum_{m'} P_{m'm}(s). \quad (7)$$

В соответствии с (3) и (7), ток  $j_0(s)$  в постоянном поле  $E_0$  при  $\mathcal{E}=0$  выражается через  $P$  следующим образом:

$$j_0(s) = s \frac{e}{V} \sum_m R_m F_m(s) = s \frac{e}{V} \sum_{m, m'} R_{m'm} f_0 P_{m'm}(s) = s \frac{en}{N} \sum_{mm'} R_{m'm} P_{m'm}(s), \quad (8)$$

где  $n = \nu/N$  — концентрация электронов. Решение проблемы стационарной ВАХ в неупорядоченных системах соответствует нахождению предела (8) при  $s \rightarrow \pm 0$ . Эта задача изучалась в предшествующих работах [8] и в настоящей статье не рассматривается.

Перейдем теперь к исследованию уравнения (1) в линейном по  $\mathcal{E}$  приближении. Для этого разложим вероятности  $W_{m'm}(t)$  в ряд по  $\mathcal{E}$  и учтем линейный член этого разложения

$$W_{m'm}(t) = W_{m'm} + W'_{m'm} \mathcal{E} \exp(i\omega t), \quad (9)$$

где  $W' = dW/dE_0$ . Подставляя теперь разложения (4) и (9) в уравнение (1), получаем следующее уравнение для  $\varphi_m(s)$ :

$$(s + i\omega) \varphi_m = \mathcal{E} \sum_{m'} \{F_{m'} W'_{m'm} - F_m W'_{mm'}\} + \sum_{m'} \{\varphi_{m'} W_{m'm} - \varphi_m W_{mm'}\}. \quad (10)$$

Здесь принято во внимание, что  $\varphi_m(t) = 0$  при  $t=0$ . Сравнивая (10) и (6), видим, что искомая функция  $\varphi_m(s)$  может быть выражена через функцию Грина  $P$

$$\varphi_m(s) = \mathcal{E} \sum_{m_1, m_2} \{F_{m_2}(s) W'_{m_2 m_1} - F_{m_1}(s) W'_{m_1 m_2}\} P_{m_1 m}(s + i\omega). \quad (11)$$

Вклад в ток, линейный по переменному полю  $\mathcal{E}$

$$\delta j(s, \omega) = \frac{e(s + i\omega)}{V} \sum_m R_m \varphi_m(s, \omega), \quad (12)$$

можно с помощью (11) выразить через  $P$ . Преобразуем это выражение, проинтегрировав уравнение (5) по  $E_0$

$$\sum_{m'} \{F_{m'} W'_{m'm} - F_m W'_{mm'}\} = sF'_m - \sum_{m'} \{F'_{m'} W_{m'm} - F'_m W_{mm'}\},$$

где  $F' = dF/dE_0$ . Подставляя (11) в (12) с учетом этого равенства и используя правило сумм  $\sum_{m'} P_{mm'} = 1/s$ , получаем

$$\delta j(s, \omega) = \frac{es}{V} \sum_m R_m (\mathcal{E} F'_m(s)) - \frac{i\omega e}{V} (s + i\omega) \sum_{m, m'} R_{m'm'} (\mathcal{E} F'_{m'}(s)) P_{m'm}(s + i\omega). \quad (13)$$

Первый член правой части (13) с учетом (8) сводится к величине  $d(j_0(E_0)\mathcal{E})/dE_0$ , т. е. к статической дифференциальной проводимости (при  $\omega=0$ )

$\sigma_{\mu\nu}(E_0, 0) = \partial j_{0\mu} / \partial E_0$ . Здесь греческие индексы означают проекции  $x, y, z$ . Это соотношение позволяет перейти к пределу  $s \rightarrow +0$  (т. е.  $t \rightarrow \infty$ , переходный процесс исключается)

$$\sigma_{\mu\nu}(E_0, \omega) = \sigma_{\mu\nu}(E_0, 0) + e\omega^2 n \sum_{m, m'} (R_{mm'})_{\mu} f'_{m'} P_{m'm}(\omega). \quad (14)$$

Здесь  $f' = df/dE_0$ , а  $f_m(E_0)$  представляет собой стационарное распределение носителей тока по узлам решетки во внешнем поле  $E_0$ , удовлетворяющее уравнению баланса и нормировке

$$\sum_{m'} \{f_{m'} W_{m'm} - f_m W_{mm'}\} = 0, \quad \sum_m f_m = 1. \quad (15)$$

Функцию  $f_m$  можно также выразить через  $P$  с помощью (7)

$$f_m = s \sum_{m'} P_{m'm}(s) |_{s \rightarrow +0}. \quad (15a)$$

Важно заметить, что в упорядоченных средах при приложении внешнего поля  $E_0$  и протекании при этом тока через образец не происходит перераспределения носителей тока по узлам. В таких системах при любом  $E_0$   $f_m = 1/N$  и  $f'_m = 0$ , поэтому, согласно (14), частотная дисперсия в упорядоченных системах отсутствует. Наличие частотной дисперсии проводимости в неупорядоченных средах тесно связано с перераспределением носителей в пространстве при протекании по ним тока. Согласно (14), при  $\omega \neq 0$  наибольший вклад в проводимость дают те области, в которых велико значение  $f'_m$ , т. е. области «электронных капель», образующихся при протекании тока вследствие захвата носителей мертвыми концами бесконечного проводящего кластера [6, 7].

Найти аналитическое решение уравнения для функции Грина  $P_{m'm}$  в реалистических трехмерных моделях неупорядоченных систем крайне затруднительно. Поэтому для выяснения качественного характера зависимости  $\sigma(E_0, \omega)$  дадим ниже точное решение этого уравнения для простейшей одномерной неупорядоченной цепочки случайно разорванных связей.

## 2. Одномерная цепочка со случайно разорванными связями

Рассмотрим одномерную цепочку, в которой прыжки между ближайшими соседями осуществляются с вероятностью  $w e^\lambda$  по полю (слева направо) и с вероятностью  $w e^{-\lambda}$  против поля (справа налево), где  $\lambda = eE_0 a / 2kT$ . Здесь  $a$  — постоянная решетки, предполагаемая ниже нефлуктуирующей. Неупорядоченность моделируем случайным характером разрыва связей:  $w = 0$  с вероятностью  $\varepsilon$  и  $w \neq 0$  с вероятностью  $1 - \varepsilon$ . Функция Грина  $P_{m'm}(s)$  для такой модели была найдена в [9, 10]

$$P_{m'm}(s) = \frac{\exp\{\lambda(m' - m)\}}{4w \operatorname{sh} \chi \operatorname{sh} \chi(l+1)} \left\{ 2 \operatorname{ch} \chi(l+1 - |m' - m|) + e^{\chi(m+m'-l)} \operatorname{sh} \frac{\chi + \lambda}{2} \operatorname{sh} \frac{\chi - \lambda}{2} + e^{-\chi(m+m'-l)} \operatorname{sh} \frac{\chi - \lambda}{2} \operatorname{sh} \frac{\chi + \lambda}{2} \right\}. \quad (16)$$

Функция  $P_{m'm}$  в (16) представляет собой диффузионную функцию для кластера с  $l$  неразорванными связями ( $m, m' = 0, 1, 2 \dots l$ ). Величина  $\chi$  определена соотношением

$$\operatorname{ch} \chi = \operatorname{ch} \lambda + s/2w. \quad (17)$$

Отметим, что в [10] приведена величина  $P_{0m}(s, m_+)$  — вероятность найти электрон на узле  $m$ , если в начальный момент времени он был помещен на узел  $m = 0$ . При этом кластер был произвольно ориентирован относительно начала координат ( $m = m_+ - l, m_+ - l + 1 \dots m_+$ ). Рассматриваемая

в настоящей работе величина  $P_{m'm}(s)$  (16), предполагающая размещение электрона в начальный момент времени на произвольном узле  $m'$ , получается из  $P_{0m}(s, m_+)$  [10] заменой переменных  $m \rightarrow m-m'$ ,  $m_+ \rightarrow l-m$ .

Формула (16) с помощью (15а) позволяет прямо найти выражение для стационарной функции заполнения узла  $f_m$ . При этом предельный переход  $s \rightarrow 0$  в (16) соответствует  $\chi \rightarrow \lambda$ . В результате имеем

$$f_m = \exp\{\lambda(2m-l)\} \operatorname{sh} \lambda / \operatorname{sh} \lambda (l+1) \quad (18)$$

с нормировкой  $\sum_{m=0}^l f_m = 1$ , т. е. электрон с вероятностью 1 в начальный момент времени помещен в рассматриваемый кластер. Зависимость (18) в барометрической форме тесно связана с тем, что в рассматриваемой модели ток в постоянном поле отсутствует.

Выражение для  $\sigma$  (14) для изучаемой модели перепишем в виде

$$\sigma(E_0, \omega) = \frac{e^2 a^2 s^2 n}{2kT} \left\langle \sum_{m, m'} (m' - m) f'_{m'} P_{m'm}(s) \right\rangle \Big|_{s=i\omega}. \quad (19)$$

Здесь суммирование по  $m$  и  $m'$  ведется внутри кластера ( $m, m' = 0 \leq 1 \dots l$ ),  $f'_m = (d/a\lambda) f_m$  (см. (18)),  $\langle \dots \rangle$  означает усреднение по кластерам различной длины  $l$ . Вероятность реализации кластера длиной  $l$  равна  $\epsilon^2 (1-\epsilon)^l$  ( $l=0, 1 \dots \infty$ ). Эту вероятность нужно умножить на  $(l+1)/N$  — вероятность того, что электрон в начальный момент времени оказался в рассматриваемом кластере длиной  $l$ . В результате имеем

$$\sigma = \frac{e^2 a^2 s^2 n}{2kT} \sum_{l=0}^{\infty} \epsilon^2 (1-\epsilon)^l (l+1) p_l(s) \Big|_{s=i\omega},$$

$$p_l(s) = \sum_{m, m'=0}^l (m - m') f'_{m'} P_{m'm}(s). \quad (20)$$

Подставляя в (20) выражение для  $P_{m'm}$  (16) и производя двойное суммирование по  $m$  и  $m'$ , после несложных преобразований получим следующее выражение для электропроводности:

$$\sigma = \frac{e^2 a^2 \omega n}{kT} \sum_{l=0}^{\infty} \epsilon^2 (1-\epsilon)^l (l+1) \frac{\operatorname{sh} \lambda}{\operatorname{sh} \lambda (l+1)} \left\{ \frac{\operatorname{sh} \lambda l}{\operatorname{sh} \lambda} - \frac{\operatorname{ch} \lambda l \operatorname{sh} \chi (l+1) - \operatorname{ch} \lambda (l+1) \operatorname{sh} \chi l - \operatorname{sh} \chi}{2 \operatorname{sh} \chi (l+1) \operatorname{sh} (\chi + \lambda)/2 \cdot \operatorname{sh} (\chi - \lambda)/2} \right\}. \quad (21)$$

В наиболее интересном предельном случае не слишком больших полей и частот ( $\lambda \ll 1$ ,  $\chi \ll 1$ ), но характерных кластеров больших размеров  $\epsilon \ll 1$ , так что параметры  $\lambda/\epsilon$  и  $s/\omega\epsilon^2$  произвольны, сумму в (21) можно заменить интегралом и

$$\sigma = \frac{e^2 a^2 \omega^2 n}{skT} \int_0^{\infty} dx x e^{-x} \left\{ \chi^2 + \lambda^2 - 2\chi\lambda \frac{\operatorname{ch}(\lambda x/\epsilon) \operatorname{ch}(\chi x/\epsilon) - 1}{\operatorname{sh}(\lambda x/\epsilon) \operatorname{sh}(\chi x/\epsilon)} \right\}. \quad (22)$$

Одновременно в этом пределе выражение для  $\chi$  (17) принимает вид

$$\chi = (\lambda^2 + s/\omega)^{1/2}. \quad (23)$$

В отсутствие постоянного смещения ( $\lambda=0$ ) (22) переходит в найденное в [1] выражение для проводимости на переменном токе для модели одномерных случайно разорванных связей.

Теперь, используя сформулированный в [1] кластерный подход, с помощью (22) можно оценить величину  $\sigma(E_0, \omega)$  для более реалистичной одномерной модели прыжков между ближайшими соседями при случайном расположении узлов вдоль одномерной оси.

### 3. Качественное обсуждение зависимости электропроводности от частоты

Основная идея кластерного метода заключается в следующем. Если вероятности межузельных перескоков  $w$  имеют широкий разброс, то оценку  $\sigma$  в такой системе можно произвести сведением задачи к модели случайно разорванных связей. Начнем мысленно разрывать межузельные связи, начиная с самых малых  $w$  вплоть некоторого  $w = w_{\text{opt}}$ . После этой операции все оставшиеся неразорванными связи с  $w > w_{\text{opt}}$  заменим на  $w_{\text{opt}}$ . Тогда задача сведена к модели, описанной в предыдущем параграфе. При этом вероятность прыжка для неразорванной связи  $w = w_{\text{opt}}$ , а  $\epsilon$  оказывается зависящей от  $w_{\text{opt}}$ . Найдем эту связь. Для одномерной системы  $w = w_0 e^{-2\alpha R}$  ( $\alpha^{-1}$  — радиус локализованного состояния,  $R$  — расстояние между ближайшими соседями). Тогда, используя распределение Пуассона, находим связь между  $w_{\text{opt}}$  и  $\epsilon$  (подробнее см. в [1])

$$w_{\text{opt}} = w_0 e^{2\alpha a}. \quad (24)$$

Здесь  $a$  — среднее расстояние между узлами решетки, соответствующее постоянной решетки в модели разрезанных связей. И наконец, проводимость в системе со случайно расположенными узлами определяется как проводимость разрезанной сетки с такой  $\epsilon$ , которая дает наибольшую  $\sigma$ .

Для реализации этой программы подставим в (22)  $w = w_{\text{opt}}$  в форме (24) и приведем это выражение к виду:

$$\sigma(p) = \frac{e^2 a^2 w_0 n}{kT} \left(\frac{s}{w_0}\right)^{\alpha a / (\alpha a + 1)} g(p, \bar{\lambda} p^{-\alpha a / (\alpha a + 1)}), \quad (25)$$

где

$$g(p, u) = p^{-\frac{2\alpha a}{\alpha a + 1}} \int_0^\infty dx x e^{-x} \left\{ 1 + 2u^2 - 2u \sqrt{1+u^2} \frac{\text{ch}(pux) \text{ch}(px \sqrt{1+u^2}) - 1}{\text{sh}(pux) \text{sh}(px \sqrt{1+u^2})} \right\},$$

$$p = \sqrt{\frac{s}{w_0}} \epsilon^{\alpha a + 1}, \quad \bar{\lambda} = \lambda \left(\frac{s}{w_0}\right)^{-1/2(\alpha a + 1)}. \quad (26)$$

Следующим шагом в предлагаемой схеме расчета является нахождение величины  $\epsilon_{\text{opt}}$  (или  $p_{\text{opt}}$ ) из уравнения

$$dg/dp|_{p=p_{\text{opt}}} = 0.$$

Согласно (25) и (26),  $p_{\text{opt}}$  есть функция параметра  $\bar{\lambda}$ . Подставляя найденное таким образом значение  $p_{\text{opt}}(\bar{\lambda})$  в (25), получаем искомое выражение для  $\sigma(E_0, \omega)$  в модели случайно расположенных центров

$$\sigma(E_0, \omega) = \frac{e^2 a^2 w_0 n}{kT} \left(\frac{s}{w_0}\right)^{\alpha a / (\alpha a + 1)} g(\bar{\lambda}) \Big|_{s=i\omega} \equiv \sigma_0(\omega) \frac{g(\bar{\lambda})}{g(0)}, \quad (27)$$

где  $g(\bar{\lambda}) = g(p, \bar{\lambda})$  при  $p = p_{\text{opt}}(\bar{\lambda})$ . Величина  $\sigma_0(\omega)$  есть электропроводность в отсутствие смещающего напряжения ( $\lambda = 0$ ) [1].

Выясним теперь физический смысл величины  $\bar{\lambda}(\omega)$ . Как показано в [1], длина  $a(s/w_0)^{-1/2(\alpha a + 1)}$  имеет смысл размера характерного кластера, по которому происходит движение электрона в переменном поле с частотой  $\omega$ . Обозначим эту длину через  $\mathcal{L}$ , причем она является функцией  $\omega$ . С учетом этих замечаний (27) можно представить в виде

$$\sigma(E_0, \omega) = \sigma_0(\omega) g(eE_0 \mathcal{L} / kT) / g(0). \quad (28)$$

Формула (28) является центральным конкретным результатом настоящей работы и имеет прозрачный физический смысл. Действительно, величина  $E_0 \mathcal{L} / kT$  есть падение напряжения на характерном кластере. Очевидно, что при  $eE_0 \mathcal{L} / kT < 1$  неоднородность распределения носителей по узлам внутри этого кластера несущественна, а поэтому проводимость

на переменном токе со смещающим напряжением слабо отличается от случая  $E_0=0$ . Наоборот, при  $eE_0\mathcal{L} > kT$  распределение электронов внутри кластера сугубо неоднородно, вследствие чего  $\sigma(E_0, \omega)$  здесь сильно зависит от  $E_0$ . Таким образом, смещающее напряжение оказывает существенное влияние на частотную зависимость  $\sigma$  в интервале частот  $0 < \omega < \omega_0$ , а граничная частота  $\omega_0$  определяется соотношением

$$eE_0\mathcal{L}(\omega_0) = kT. \quad (29)$$

В настоящей работе мы не будем детально исследовать ход зависимости  $\sigma(E_0, \omega)$  в этом частотном интервале. Для выяснения качественного характера этой зависимости в реалистических неупорядоченных системах важны два предельных значения. При  $\omega=0$  на нижней границе промежутка  $\sigma(E_0, \omega)$  совпадает с дифференциальной статической электропроводностью  $dj_0/dE$ , при  $E=E_0$  в трехмерных системах в отличие от одномерных эта величина не равна нулю. На верхней же границе промежутка, как показано выше,  $\sigma(E_0, \omega_0) \sim \sigma(0, \omega_0)$ .

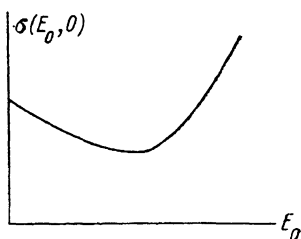


Рис. 1. Зависимость статической дифференциальной проводимости неупорядоченных систем от величины электрического поля.

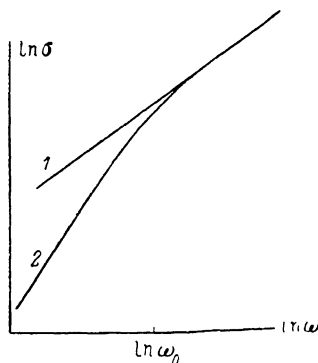


Рис. 2. Частотная зависимость электропроводности неупорядоченных систем в отсутствие смещающего напряжения (1) и при наличии смещения (2).

Величина смещения  $E_0$  выбрана в области падения статической дифференциальной проводимости с ростом  $E_0$  на рис. 1.

Предположим, что соотношение (28), выведенное для одномерных систем, применимо и к трехмерным системам. При этом следует оговориться, что в трехмерных системах (28) может иметь смысл лишь в частотной области мультиплетных перескоков по кластерам больших, но конечных размеров [1, 8]. В этой области частотная зависимость  $\sigma$  в отсутствие смещающего напряжения имеет вид

$$\sigma_0(\omega) \sim i\omega \{\ln(i\omega/W_c)\}^{-l}, \quad (30)$$

$W_c$  — вероятность критического прыжка. В приближении эффективной среды  $l=1$  [3]. В скейлинговой области показатель  $l$  связан с понятием предельного (при  $t \rightarrow \infty$ ) квадрата смещения  $R_\infty^2$  носителя при случайном блуждании по решетке в области ниже порога протекания [11]. Согласно [12],  $R_\infty^2 = a^2 h (\epsilon - \epsilon_c)$ , где  $\epsilon_c$  — пороговое значение доли разорванных связей. Вблизи порога  $h \sim (\epsilon - \epsilon_c)^{-1}$ ,  $l \simeq 2\nu$  [12]. В [13] получено  $2\nu - \beta$ . Здесь  $\nu$ ,  $\beta$  — критические индексы корреляционной длины и бесконечного кластера соответственно. Численные расчеты в [14] показали, что  $l$  лучше согласуется с [13], чем с [12].

Очевидно, что введенная выше длина характерного кластера  $\mathcal{L}$  и  $\sqrt{R_\infty^2}$  суть одинаковые величины. Отсюда следует, что в трехмерных системах

$$\mathcal{L}(\omega) \simeq N^{-1/3} \{\epsilon_{\text{opt}}(\omega) - \epsilon_c\}^{-1/2},$$

где  $N$  — концентрация узлов (среднее расстояние между узлами  $N^{-1/3}$ ),  $\varepsilon_{\text{opt}}(\omega)$  — величина  $\varepsilon$  для оптимального кластера. Согласно [1],

$$\varepsilon_{\text{opt}}(\omega) - \varepsilon_c \simeq \ln(\omega/W_c)/\alpha N^{-1/3}.$$

Подставляя это выражение в скейлинговое соотношение, получаем

$$\mathcal{L}(\omega) \simeq N^{-1/3} \{ \ln(\omega/W_c)/\alpha N^{-1/3} \}^{-l/l}. \quad (31)$$

Используя найденное выражение для  $\mathcal{L}(\omega)$  (31), из условия (29) получаем значение граничной частоты  $\omega_0$

$$\omega_0 \simeq W_c \exp \{ \alpha N^{-1/3} (eE_0 N^{-1/3}/kT)^{2/l} \}. \quad (32)$$

Это соотношение справедливо, когда  $eE_0 N^{-1/3} < kT$ , но  $\alpha N^{-1/3} \times \times (eE_0 N^{-1/3}/kT)^{2/l} > 1$ , так что  $\omega_0 \gg W_c$ . При этом частота  $\omega_0$  попадает в область мультиплетной проводимости на переменном токе.

Теперь можно качественно обсудить частотную зависимость  $\sigma$  при наличии смещающего напряжения. Прежде всего напомним, что статическая ВАХ в неупорядоченных средах при  $R$ -протекании имеет характерную зависимость (рис. 1). Такую зависимость экспериментально наблюдали, например, в легированных полупроводниках [15, 16] и аморфных окислах [17]. Рассмотрим теперь частотную зависимость  $\sigma$ , если смещающее напряжение выбрано в области уменьшения статической проводимости с ростом поля, т. е. в области, когда  $\sigma(E_0, 0) < \sigma(0, 0)$ . Ход такой частотной зависимости приведен на рис. 2. В области  $\omega < \omega_0$  имеем  $\sigma(E_0, \omega) < \sigma(0, \omega)$ , электропроводность со смещением возрастает с частотой более резко, чем в отсутствие смещения (т. е. быстрее, чем  $\omega^s$  с  $s < 1$ ). В районе  $\omega \sim \omega_0$  обе кривые сближаются, и при  $\omega > \omega_0$  величина  $\sigma(E_0, \omega)$  уже практически совпадает с зависимостью  $\sigma(0, \omega)$ .

Характерная частота  $\omega_0$  (32) зависит от величины смещения  $E_0$  и температуры. Частота  $\omega_0$  быстро экспоненциально возрастает с ростом  $E_0$ ,  $\omega_0 \sim \exp(E_0^2/l)$ . Показатель  $l=1$  в методе эффективной среды и  $l \simeq 1.4$  в скейлинговой области ( $l=2\nu-\beta$ ,  $\nu=0.9$ ,  $\beta=0.4$ ).

Любопытен характер температурной зависимости  $\omega_0$ . При слабой связи с фононами, когда вероятность критического прыжка  $W_c$  от температуры зависит слабо, частота  $\omega_0$  падает с ростом температуры по закону  $\omega_0 \sim \exp(T^{-2/l})$ . Ситуация резко меняется для веществ с сильной электрон-фононной связью, в которых носителями тока являются поляроны малого радиуса. В таких материалах  $W_c$  имеет активационный характер  $W_c \sim \exp(-E_a/kT)$ , где  $E_a$  — энергия активации для надбарьерного поляронного перескока. В таких условиях активационный температурный рост  $W_c$  становится доминирующим фактором для температурной зависимости  $\omega_0$ . Итак, при слабой связи с фононами  $\omega_0$  падает с ростом температуры, а при сильной — растет. В силу этого характер температурной зависимости  $\omega_0$  может сигнализировать о силе электрон-фононной связи и о наличии в системе поляронных состояний.

В заключение частотную зависимость проводимости в области сверхсильных полей смещения, когда  $eE_0 N^{-1/3} \geq kT$ , а статическая проводимость на рис. 1 начинает экспоненциально возрастать с  $E_0$ . В этой области в (21)  $\lambda > 1$ , а следовательно, и  $\chi > 1$ . Полагая в (21)  $\lambda > 1$ ,  $\chi > 1$ , но  $\chi-\lambda$  произвольная (т. е. произвольна частота), получаем для одномерной цепочки в сильных полях

$$\sigma = (e^2 a^2 \omega n / kT) (1 - \varepsilon^2) s e^{-\lambda} / (s + \omega e^\lambda). \quad (33)$$

Эта зависимость совпадает с результатом решения двухузельной модели. Этот факт тесно связан с образованием электронных капель на правых краях кластеров. Основной вклад в проводимость дают переходы парой крайне правых узлов кластера независимо от его размера. Что касается трехмерных систем в сверхсильных полях, то здесь имеют место тенденции к «пробую» мертвых концов проводящего кластера и стремление



к образованию более равномерного распределения носителей в пространстве. Вследствие этого эффекта следует ожидать ослабления частотной зависимости проводимости в области сверхсильных полей смещения.

#### Список литературы

- [1] Böttger H., Bryksin V. V., Yashin G. Yu. // J. Phys. C. 1979. V. 12. N 19. P. 3951—3965.
- [2] Zvjagin I. P. // Phys. St. Sol. (b). 1980. V. 97. N 1. P. 143—149.
- [3] Брыксин В. В. // ФТТ. 1980. Т. 22. № 8. С. 2441—2444.
- [4] Movaghar B., Pohlmann B., Sauer G. W. // Phys. St. Sol. (b). 1980. V. 97. N 2. P. 533—540.
- [5] Kirkpatrick S. // Rev. Mod. Phys. 1973. V. 45. N 4. P. 574—588.
- [6] Böttger H., Bryksin V. V. // Phil. Mag. B. 1980. V. 42. N 2. P. 297—310.
- [7] Nguen van Lien, Shklovskij B. I. // Sol. St. Comm. 1981. V. 38. N 2. P. 99—102.
- [8] Böttger H., Bryksin V. V. Hopping conduction in solids. Berlin, 1985. 398 p.
- [9] Khanta M., Balakrishnan Y. // Phys. Rev. B. 1984. V. 29. N 8. P. 4679—4690.
- [10] Брыксин В. В. // ФТТ. 1985. Т. 27. № 6. С. 1807—1817.
- [11] Брыксин В. В. // ФТТ. 1985. Т. 27. № 8. С. 2457—2467.
- [12] de Gennes P. G. // J. Phys. (Paris) Lett. 1976. V. 37. N 1. P. L1—L2.
- [13] Stauffer D. // Phys. Rep. 1979. V. 54. N 1. P. 1—41.
- [14] Viszek I. // Z. Phys. B. 1981. V. 45. N 2. P. 153—157.
- [15] Redfield D. // Adv. Phys. 1975. V. 24. N 4. P. 463—487.
- [16] Забродский А. Г., Шлимак И. С. // ФТП. 1977. Т. 11. № 4. С. 736—740.
- [17] Брыксин В. В., Дьяконов М. Н., Ханин С. Д. // ФТТ. 1980. Т. 22. № 5. С. 1403—1410.

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе  
АН СССР  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
1 февраля 1990 г.