ВЫНУЖДЕННОЕ КОМБИНАЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ НА ДЫРКАХ ОДНООСНО СЖАТОГО ПОЛУПРОВОДНИКА

Ф. Т. Васько

Проведен расчет порога вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР), обусловленного флуктуациями квадрупольного момента дырок при их переходах между расщепленными одноосным сжатием зонами Γ_8. Учтена квазиэнергетическая перенормировка спектра дырок в интенсивном лазерном поле и рассмотрено ее влияние на спектральные и поляризационные зависимости сечения рассеяния. Приведены оценки порога ВКР для Ge и InAs при накачке CO_2-лазером.

1. Комбинационное рассеяние (КР) ИК излучения на флуктуациях квадрупольного момента дырок, обсуждавшееся в отсутствие деформации в [1], недавно рассмотрено для одноосно деформированного полупроводника [2], когда переходы идут между расщепленными одноосным сжатием зонами Γ_8. Сечение такого механизма КР оказывается заметно бо́льшим томпсоновского, причем флуктуации квадрупольного момента не экранируются при высоких концентрациях дырок. Смещение частоты рассеянного излучения ω_s по сравнению с зондирующей частотой ω_i определяется энергией расщепления экстремума Γ_8 $\Delta\varepsilon$, которая может (в зависимости от ориентации деформации) достигать 50—64 мэВ в Ge, сжатом до 10 кбар. Поэтому в [2] отмечена возможность реализации источника далекого ИК излучения на ВКР, спектральный диапазон перестройки которого шире, чем в случае лазера на ВКР при переходах с переворотом спина в квантующем магнитном поле [3]. Оценки порога ВКР для рассматриваемого механизма при накачке CO_2-лазером дают значения интенсивности 10^5—10^6 Вт/см^2, так что при расчетах оптических переходов уже необходимо учитывать квазиэнергетическую перенормировку спектра дырок, рассматривавшуюся в работах [4, 5].

Здесь проведен расчет порога ВКР для случая

$$\hbar\omega_{i,s} \gg \Delta\varepsilon \gg \bar{\varepsilon}, \tag{1}$$

когда дырки ($\bar{\varepsilon}$ — их средняя энергия) заполняют окрестность нижнего экстремума квазиэнергетического спектра и процесс КР является нерезонансным. В разделе 2 с использованием дипольного приближения рассмотрен отклик дырок на интенсивное зондирующее E_i и рассеянное E_s электрические поля, учитывающий квазиэнергетическую перенормировку спектра; записано также условие перехода системы в режим ВКР. Эти общие формулы применяются (с использованием приведенного в разделе 3 квазиэнергетического спектра) для рассмотрения спектральных и поляризационных зависимостей сечения КР в интенсивном поле зондирующего излучения (раздел 4) и для вычисления порога ВКР (раздел 5). Численные оценки проведены для Ge и InAs при накачке CO_2-лазером.

2. При описании дырок одноосносжатого полупроводника в интенсивном зондирующем поле $[E_i \exp(-i\omega_i t) + \text{к. с.}]$ удобно выделить стационарную $\hat{h}$ и осциллирующие на частотах ω_i и $2\omega_i$ части гамильтониана

$$\hat{h} + (\hat{h}_1 e^{-i\omega_i t} + \hat{h}_2 e^{-i2\omega_i t} + \text{э. с.}),$$

$$\bar{h}=\frac{\tilde{\gamma}}{2m}(p^2+2p_E^2)-\frac{\gamma}{m}(\mathbf{p}\mathcal{J})^2-\frac{2\gamma}{m}(\mathbf{p}_E\mathcal{J})^2+\frac{\varepsilon_0}{2}\left(\mathcal{J}_z^2-\frac{5}{4}\right),\quad \mathbf{p}_E=\frac{e}{\omega_i}\mathbf{E}_i,$$

$$h_1=-i\mathbf{v}(\mathbf{p})\mathbf{p}_E,\quad h_2=-\frac{\tilde{\gamma}}{2m}\mathbf{p}_E^2+\frac{\gamma}{m}(\mathbf{p}_E\mathcal{J})^2,$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{p})=\frac{\tilde{\gamma}}{m}\mathbf{p}-\frac{\gamma}{m}[(\mathbf{p}\mathcal{J})\mathcal{J}+\mathcal{J}(\mathbf{p}\mathcal{J})], \tag{2}$$

который записан для изотропной модели Латтинжера и является комбинацией выражений, использованных в [4, 5] и [6]. Выше $\tilde{\gamma}=\gamma_1+(5/2)\gamma_2$; $\gamma\simeq\gamma_{2,3}$ — параметр Латтинжера; e, m — заряд и масса свободного электрона, $\mathcal{J}$ — матрица момента 3/2; энергия ε_0 (см. [6], причем здесь $\varepsilon_0>0$ для случая сжатия) определяет величину расщепления экстремумов в отсутствие зондирующего излучения. В статистическом операторе дырок также удобно выделить стационарную часть $\bar{\rho}$, удовлетворяющую стационарному кинетическому уравнению [7], а также осциллирующую добавку, которую удобно разложить в ряд Фурье

$$\bar{\rho}+\sum_{n=-\infty}^{\infty}{}'\rho_n e^{-in\omega_i t}. \tag{3}$$

В нерезонансном приближении (когда $|n\hbar\omega_i-\Delta\varepsilon|\gg h_{1,2}$) коэффициенты этого разложения получаются при итерационном решении квантового кинетического уравнения для статистического оператора. Для $n=1$, 2 получаем $(\lambda\to+0)$

$$\rho_n=\frac{1}{i\hbar}\int_{-\infty}^{0}dt\,e^{\lambda t-in\omega_i t}\left[\bar{e}^{\frac{i}{\hbar}\bar{h}t}h_n\bar{e}^{-\frac{i}{\hbar}\bar{h}t},\ \bar{\rho}\right], \tag{4}$$

а в качестве стационарной части $\bar{\rho}$ ниже используется фермиевское распределение дырок с эффективной температурой T_h.

Отклик дырок на рассеяное электрическое поле $[\mathbf{E}_s\exp(-i\omega_s t)+\text{к. с.}]$ определяется добавкой к статистическому оператору (3), (4) $\delta\rho_t$, вычисляемой в приближении линейной реакции. Для пропорционального $\exp(-i\omega_s t)$ вклада в ток $\delta\mathbf{j}_s$ получим $(T\to\infty)$

$$\delta\mathbf{j}_s=i\frac{e^2}{\omega_s V}\operatorname{sp}(\hat{D}\mathbf{E}_s+\mathbf{E}_s\hat{D})\bar{\rho}-$$

$$-\frac{e}{V}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}dt\operatorname{sp}e^{-i\omega_s t}\mathbf{v}\left(\mathbf{p}-\frac{e}{\omega_i}\mathbf{E}_i\,2\sin\omega_i t\right)\delta\rho_t, \tag{5}$$

где V — нормировочный объем, а в первом слагаемом тензор обратных эффективных масс вводится соотношением

$$D_{ij}=\frac{\tilde{\gamma}}{2m}\delta_{ij}-\frac{\gamma}{m}\mathcal{J}_i\mathcal{J}_j. \tag{6}$$

Поглощаемая на частоте ω_s мощность дается стандартным выражением

$$U(\omega_s)={}^1/_2\operatorname{Re}\mathbf{E}_s\delta\mathbf{j}_s, \tag{7}$$

а переход в режим ВКР определяется неравенством $U(\omega_s)<0$, соответствующим началу неустойчивости рассеяного поля $\mathbf{E}_s$. Вычисление (7) проведем с точностью до $E_i^2E_s$, используя явный вид $\delta\rho_t$, и в результате условие ВКР $U(\omega_s)<0$ преобразуется к виду

$$\operatorname{Re}\mathbf{e}_s\hat{\sigma}(\omega_s)\mathbf{e}_s<\frac{e^4E_i^2}{\omega_s\omega_i^2}\frac{4\pi}{V}\sum_{\lambda\nu}f_\lambda|(\lambda|\mathbf{e}_s\hat{D}\mathbf{e}_i+\mathbf{e}_i\hat{D}\mathbf{e}_s|\nu)|^2\delta(\varepsilon_\lambda-\varepsilon_\nu+\hbar\Delta\omega). \tag{8}$$

Здесь $\Delta\omega=\omega_i-\omega_s$; $\mathbf{e}_i$, $\mathbf{e}_s$ — орты поляризации зондирующего и рассеянного излучения; f_λ — распределение дырок по квазиэнергетическим состояниям $|\lambda)$, содержащая тензор комплексной проводимости $\hat{\sigma}(\omega_s)$; левая часть (8) определяет коэффициент поглощения дырок, а правая часть выражается через дифференциальное сечение рассеяния (см. раздел 4).

3. При вычислении сечения рассеяния (а также входящей в левую часть (8) $\hat{\sigma}(\omega_s)$) используем квазиэнергетический спектр, определяемый решением задачи на собственные значения $\bar{h}\,|\lambda)=\varepsilon_\lambda\,|\lambda)$. Рассматривая энергетический спектр при комбинированном воздействии одноосного сжатия и мощного зондирующего излучения, ограничимся случаями параллельной $||$ и перпендикулярной $\perp$ оси деформации поляризации излучения. В первом случае гамильтониан $\bar{h}$ отличается от случая деформированного материала лишь перенормировкой энергии расщепления экстремумов (несущественный сдвиг начала отсчета энергии опускаем), так что вместо ε_0 в результатах возникнет

$$\varepsilon_{\parallel}=\varepsilon_0-4\gamma p_E^2/m, \tag{9}$$

уменьшающаяся с ростом интенсивности зондирующего излучения.

Если орт поляризации $\mathbf{e}_i$ перпендикулярен оси деформации (для определенности примем $\mathbf{e}_i=(1/\sqrt{2},\,1/\sqrt{2},\,0)$), в гамильтониане $\bar{h}$ добавится пропорциональный $(\mathcal{J}_x\mathcal{J}_y+\mathcal{J}_y\mathcal{J}_x)$ вклад. Волновые функции и законы дисперсии для этого случая записываются аналогично [4–6]. Ниже необходим лишь спектр при малых импульсах, определяемый соотношением

$$\varepsilon_{\pm\mathbf{p}}=\varepsilon_\pm+(\mathbf{p}\hat{d}^{(\pm)}\mathbf{p})/2,$$
$$\varepsilon_\pm=\pm\sqrt{(\varepsilon_\perp/2)^2+3\,(\gamma p_E^2/m)^2},\quad \varepsilon_\perp=\varepsilon_0+2\gamma p_E^2/m, \tag{10}$$

причем тензор обратных эффективных масс $\hat{d}^{(\pm)}$ имеет ненулевые компоненты $d_{xx}^{(\pm)}=d_{yy}^{(\pm)}$, $d_{zz}^{(\pm)}$ и $d_{xy}^{(\pm)}=d_{yx}^{(\pm)}$. Переход к главным осям осуществляется при линейном преобразовании $p_x\to(p_x'-p_y')/\sqrt{2}$, $p_y\to(p_x'+p_y')/\sqrt{2}$, $p_z\to p_z'$, в результате которого получим

$$\varepsilon_{\pm p'}=\varepsilon_\pm+\frac{\gamma_1 p'^2}{2m}\pm\frac{\gamma}{2m}\left[p_x'^2+p_y'^2-2p_z'^2-6\chi\,(p_x'^2-p_y'^2)\right]/\sqrt{1+3\chi^2/4}, \tag{11}$$

т. е. возникли двухосные изоэнергетические эллипсоиды, в которых $\chi=4\gamma p_E^2/m\varepsilon_\perp$ определяет степень анизотропии законов дисперсии в плоскости XOY через отношение масштабов квазиэнергетической и деформационной перенормировки спектров.

4. В правой части критерия ВКР (8) удобно выделить дифференциальное сечение рассеяния для единицы объема

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega_s d\Omega}=\frac{\omega_s}{\omega_i}r_0^2\frac{h}{V}\sum_{\mathbf{p}}f_{-\mathbf{p}}\delta\left(\varepsilon_{+\mathbf{p}}-\varepsilon_{-\mathbf{p}}+\hbar\Delta\omega\right)m^2\sum_{\sigma_i\sigma_f}|\,(+\mathbf{p}\sigma_i\,|\,\mathbf{e}_s\hat{D}\mathbf{e}_i+$$
$$+\,\mathbf{e}_i\hat{D}\mathbf{e}_s\,|-\mathbf{p}\sigma_f)\,|^2, \tag{12}$$

в котором r_0 — классический радиус электрона, а просуммированный по спину σ квадрат матричного элемента перехода при выполнении правого неравенства (1) можно вычислять в точке $\mathbf{p}=0$. При этом спектральная и поляризационная зависимости в (12) разделяются

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega_s d\Omega}=nr_0^2\frac{\omega_s}{\omega_i}\frac{\hbar}{\bar{\varepsilon}}\,\Phi\left(\frac{\hbar\Delta\omega-\Delta\varepsilon}{\bar{\varepsilon}}\right)\Psi\,(e_i,\,e_s). \tag{13}$$

Явное выражение для поляризационного фактора получается в случае поляризации параллельной оси деформации при упрощении результата, приведенного в [2]. В случае перпендикулярной поляризации при $\chi\ll 1$ анизотропия этого фактора окажется малой

$$\Psi\,(\mathbf{e}_i,\,\mathbf{e}_s)=6\gamma^2\begin{cases}1-(\mathbf{e}_i\mathbf{e}_s)^2 & (||),\\ 1-(\mathbf{e}_i\mathbf{e}_s)^2\,\chi\,(1+\chi/4)/(2+6\chi) & (\perp).\end{cases} \tag{14}$$

Спектральные зависимости обсудим для случаев невырожденных (B) и сильно вырожденных (F) дырок. Для параллельной поляризации зондирующего излучения функции $\Phi_{B,F}$ отличаются[1] от приведенных в [2] лишь заменой величины расщепления экстремумов ε_0 согласно (9), т. е. в аргумент функций $\Phi_{B,F}$ входит $\Delta\varepsilon=\varepsilon_{\parallel}$ и квазиэнергетическая перенормировка приводит лишь к сдвигу пика рассеянного излучения с интенсивностью накачки. Для поперечной поляризации при расчете функций $\Phi_{B,F}$ используем законы дисперсии (11). При этом имеет место не только сдвиг пика рассеянного излучения с интенсивностью, определяемый $\Delta\varepsilon=\varepsilon_+-\varepsilon_-$, но и изменение его амплитуды при росте параметра χ (ширина пика определяется средней энергией $\bar{\varepsilon}$ и растет при разогреве дырок). Значения спектральных функций в максимуме $\bar{\Phi}_{B,F}$ (при $\hbar\Delta\omega=\Delta\varepsilon$) получаются с использованием (12), (13). Интегрирование при этом удобно выполнять, переходя к сферической системе координат в $\mathbf{p}'$-пространстве, когда интегралы по $|\mathbf{p}'|$ и θ' берутся с использованием закона сохранения, а оставшийся одномерный интеграл определяет зависимость от параметра χ и обусловлен анизотропией спектра (11) в плоскости XOY. В результате изменение амплитуды пика при малых χ определяется асимптотикой

$$\bar{\Phi}_{B,F}=\Phi^{(0)}_{B,F}(1+A\chi)^2. \tag{15}$$

Явные выражения для $\Phi^{(0)}_B=2\Phi^{(0)}_F/3$, определяющие амплитуду пиков в отсутствие излучения, приведены в [2], а численные значения этого фактора для Ge и InAs (для них параметры $\gamma_1/2\gamma\simeq 1.34$ и 1.11) равны 0.52 и 0.36 соответственно. Коэффициент A в (15) равен для этих материалов 2.01 (Ge) и 2.27 (InAs).

Масштаб квазиэнергетической перестройки спектра определяется энергией $4\gamma p_E^2/m$, которая при накачке CO_2-лазером интенсивности 10 Мвт/см^2 близка к 0.5 мэВ для Ge и 0.87 мэВ для InAs. Поскольку линейно изменяющаяся с давлением P энергия расщепления зон ε_0 определяется коэффициентами $\varepsilon_0/p\simeq 5.9$ мэВ/кбар для Ge и 9.5 мэВ/кбар для InAs, то при деформациях, больших 1 кбар, зависимость $\varepsilon_{\parallel,\perp}$ (14) и (15) от интенсивности мала даже в мегаваттном диапазоне накачки CO_2-лазером. Но при $P\leqslant 0.5$ кбар по линейно изменяющимся с χ поляризационной зависимости $\Psi_\perp$ в (14) и $\varepsilon_{\parallel,\perp}$ (определяющим сдвиг пика КР) можно, видимо, наблюдать обсуждавшуюся в [4, 5] перенормировку квазиэнергетического спектра дырок.

5. Перейдем к рассмотрению неравенства (8), определяющего порог ВКР. Используя (12) и выразив правую часть этого неравенства через сечение поглощения σ_s, получим

$$n\sigma_s<\frac{8\pi^2c^3}{\sqrt{\varkappa}\,\hbar\omega_i\omega_s^2}\,E_i^2\,\frac{d^2\sigma}{d\omega_s d\Omega}, \tag{16}$$

причем диэлектрическую проницаемость $\varkappa$ считаем изотропной. Отсюда для интенсивности излучения в кристалле, при которой реализуется режим ВКР, получим

$$S_i>\frac{\sigma_s\omega_s\chi\bar{\varepsilon}}{4\pi(\lambda_i r_0)^2}\left[\Psi(\mathbf{e}_i,\ \mathbf{e}_s)\,\bar{\Phi}_{B,F}\right]^{-1}, \tag{17}$$

λ_i — длина волны зондирующего излучения. Оценку пороговой интенсивности проведем, используя слабо анизотропный поляризационный фактор (14) и максимальные значения $\Phi^{(0)}_F$, приведенные после формулы (15). Примем также $\sigma_s\simeq 10^{-16}$ см$^{-2}$, $\bar{\varepsilon}\simeq 50$ К (что соответствует концентрациям вырожденных дырок 3.6 или $7.4\cdot 10^{16}$ см$^{-3}$ для Ge или InAs при низких температурах или меньшим концентрациям при 70 К), а длины зондирующей и рассеянной волн 10 и 12 мкм. В результате правая часть (17) дает для порогов ВКР интенсивности 950 кВт/см^2 для Ge, 440 кВт/см^2 для InAs. Понизить порог ВКР можно, уменьшая $\bar{\varepsilon}$; для InSb или $Cd_{0.2}Hg_{0.8}Te$ (17) также заметно уменьшается, но наряду с КР теперь идет двухфотонное поглощение.

---

[1] Отметим неточность записи Φ_B в формуле (5) из [2], где надо опустить множитель $\pi^{3/2}$; при этом $\Phi_F/\Phi_B=1.5$.

Приведенная оценка демонстрирует возможность[2] реализации ВКР источника ИК излучения, перестраиваемого одноосной деформацией в широком спектральном диапазоне. Порядковые оценки разогрева дырок при пороговых интенсивностях (использовано время энергетической релаксации $5 \cdot 10^{-13}$ с) показывают, что условие $\bar{\varepsilon} \ll \Delta\varepsilon$ хорошо выполняется. Учет кристаллической анизотропии (изменяющей форму линии КР и ее поляризационную зависимость) мало влияет на оценку порога ВКР. В принципе возможна реализация аналогичной ситуации и на одноосно растянутом полупроводнике, когда изменяются эффективные массы у экстремумов, определяющие форму пика КР, но порядок величины сдвига частоты и сечения не изменяются. Существенное ограничение проведенного выше расчета связано с одночастичным подходом, не учитывающим процессы КР на плазмонах, а также КР с участием оптических фононов. Случаи, когда энергии плазмона или оптического фонона порядка $\Delta\varepsilon$, требуют специального рассмотрения.

Список литературы

[1] Аронов А. Г., Ивченко Е. Л. // ЖЭТФ. 1969. Т. 57. № 1. С. 247—250; Войтенко В. А., Ипатова И. П., Субашиев А. В. // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 37. № 7. С. 334—337; Изв. АН СССР, сер. физ. 1984. Т. 48. № 4. С. 749—756.
[2] Васько Ф. Т. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. № 5. С. 450—453.
[3] Шен И. Р. // Рассеяние света в твердых телах. М., 1979. 392 с.
[4] Ребане Ю. Т. // ФТТ. 1985. Т. 27. № 5. С. 1364—1368.
[5] Васько Ф. Т. // ФТП. 1986. Т. 20. № 5. С. 967—970.
[6] Бир Г. Л., Пикус Г. Е. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. М., 1972. 548 с.
[7] Васько Ф. Т. // ФТП. 1984. Т. 18. № 1. С. 86—92.
[8] Trebin H. R. e. a. // Phys. Rev. B. 1988. V. 37. N 17. P. 10249—68.

Институт полупроводников АН УССР
Киев

Поступило в Редакцию
26 января 1990 г.
В окончательной редакции
27 марта 1990 г.

---

[2] В работе [8] сообщается о понижении при одноосной деформации порога ВКР в InSb для случая переходов с переворотом спина (по механизму [3]).