

УДК 539.4.01

© 1990

## НЕИЗОТЕРМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ТЕРМОАКТИВИРОВАННОГО ДВИЖЕНИЯ ТРЕЩИНЫ В ПЛАСТИЧНЫХ МАТЕРИАЛАХ

Е. И. Друинский

Исследовано влияние неизотермических эффектов, сопровождающих движение трещины в пластичных материалах, на кинетику ее распространения в таких условиях, когда разрыв отдельных атомов осуществляется по термоактивационному механизму. В лабораторной системе отсчета найдено квазистационарное решение уравнения теплопроводности, когда выделение тепла обусловлено ростом пластической зоны перед вершиной трещины. На основе этого решения совместно с кинетической зависимостью сформулирована и решена связная система двух алгебраических уравнений, определяющих искомую «перенормированную» с учетом экзотермичности зависимость скорости движения трещины от температуры окружающей среды и размера пластической зоны. Полученные результаты использованы для анализа и обсуждения различных экспериментальных ситуаций.

Среди процессов, определяющих долговечность материалов, находящихся под действием внешних механических напряжений, главными являются зарождение и распространение магистральной трещины. При этом в зависимости от величины приложенного напряжения могут реализоваться две ситуации. В случае высоких напряжений, когда уровень внешней силы достигает предельной величины, равной прочности межатомных связей, осуществляется обычный механический разрыв этих связей. Если величина приложенного напряжения оказывается меньше предела прочности межатомных связей, продвижение фронта становится возможным благодаря тепловым флуктуациям атомов. Учет разрушающей роли термически активированного движения атомов в рамках теории абсолютных скоростей реакций [1] составляет основу кинетической теории течения и разрушения материалов [2].

При формулировке этой теории исходят из температурной зависимости скорости перемещения фронта растущей трещины аррениусового типа, молчаливо предполагая, что нагрев всего образца является однородным. В то же время очевидным является приближенный характер такого описания. Разрыв атомов в органических материалах, приводящий к значительному тепловыделению (обнаруженному, например, при разрыве перенапряженных макромолекул [3]), а также возникновение и распространение зоны пластической деформации в металлах — причина неоднородного нагрева тел, содержащих перемещающуюся трещину. В этих случаях фронт трещины оказывается перегретым относительно окружающей среды. Данное обстоятельство должно быть учтено при формулировке задачи о движении трещины.

Вопрос о связи тепловых эффектов с нестабильным характером движения трещины в пластичном материале рассмотрен в работе [4]. На основе использования соотношений нелинейной термодинамики [5] авторы исследовали условия потери устойчивости ее медленного роста и нашли критические значения параметров (длины и раскрытия трещины), достижение которых приводит к резкому ускоряющемуся росту трещины вплоть до предельной скорости порядка скорости звука. При этом авторы [4]

использовали стационарное, однородное вдоль пластической зоны и не зависящее от скорости перемещающейся трещины распределение температур в окрестности ее вершины. В работе [4] рассмотрен случай идеального теплоотвода, кроме того, задача о потере устойчивости решена в линейном (по величине перегрева фронта трещины) приближении.

Насколько нам известно [6], цитируемая работа является единственной публикацией, в которой рассмотрен вопрос о термической стабильности распространяющихся трещин в пластичных материалах. При низких приложенных напряжениях  $\sigma_{\infty} \ll \sigma_f$ , где  $\sigma_f$  — предел прочности межатомных связей, движение трещины (равно как и пластической зоны), определяемое термофлуктуационным механизмом, ускоряется благодаря тепловыделению на ее фронте. Учет указанного обстоятельства делает возможной такую ситуацию, когда относительно малые начальные перегревы фронта могут создать условия возникновения тепловой нестабильности, приводящей к существенному изменению скорости трещины. Иными словами, учет конечной скорости теплоотвода от вершины трещины должен привести к возникновению положительной обратной связи: движущаяся трещина — тепловыделение в пластической зоне — разогрев вершины трещины — ускорение ее движения, что по существу означает включение нелинейного механизма ускорения разрушения.

Возникновение тепловых нестабильностей «взрывного» типа при распаде замороженных метастабильных состояний (аморфных веществ) благодаря «саморазогреву» фронта кристаллизации за счет тепловыделения при переходе из аморфной в кристаллическую фазу детально изучено [7-9]. В настоящей работе подход, развитый применительно к исследованию термической стабильности аморфных веществ, использован для изучения распространения магистральной трещины в пластичных материалах на основе кинетической теории разрушения [2].

Основной целью данной работы является исследование влияния неизотермических условий на фронте трещины в пластичных материалах на характер ее распространения.

## 1. Т е п л о в а я з а д а ч а

Пусть в пластичном материале с начальной температурой  $T_0$ , однородными теплоемкостью  $C$  и температуропроводностью  $\kappa$  вдоль оси  $x$  распространяется с постоянной скоростью  $U$  магистральная трещина. Отсчитываемое от  $T_0$  температурное поле  $\Theta(x, y, z, t)$ , создаваемое вследствие нагрева за счет работы, которая совершается в зоне пластической деформации, в лабораторной системе отсчета описывается уравнением теплопроводности

$$\partial\Theta/\partial t = \kappa\Delta\Theta + f(\tilde{x}, y, z, t)/\rho C, \quad (1)$$

где  $\tilde{x}$  — расстояние вдоль направления распространения, отсчитываемое от положения фронта трещины (ФТ)  $R=Ut$  ( $t > 0$ ) в системе покоя ФТ;  $f(\tilde{x}, y, z, t) \equiv \sigma_{ik}\dot{\varepsilon}_{ik}^n$  — скорость пластической работы;  $\sigma_{ik}$ ,  $\dot{\varepsilon}_{ik}^n$  — тензоры напряжений и пластической деформации;  $\rho$  — плотность материала.

Уравнение (1) имеет стационарные решения лишь тогда, когда скорость пластической работы  $f$  определяется автомодельной функцией, зависящей от  $\tilde{x} \equiv x - Ut$ , а размеры пластически деформированной области при перемещении трещины остаются неизменными. В этом случае для температурного поля получаем следующее выражение:<sup>1</sup>

<sup>1</sup> В работе [10] была решена тепловая задача для растущей с постоянной скоростью магистральной трещины в системе покоя ФТ. При этом для температурного поля  $\Theta(x, y, z, t)$  было получено общее выражение, отличающееся от формулы (2) настоящей работы заменой  $U \rightarrow -U$  в показателе экспоненты подынтегрального выражения. Однако в дальнейшем при расчете локальных тепловых разогревов в вершине трещины ( $x=z=0$ ) авторы [10] допустили математическую ошибку, приведшую к тому, что результаты [10], неверно описывающие скоростную зависимость локальных тепловых разогревов в си-

$$\Theta = \frac{1}{2\pi\kappa\rho C} \iint_{A_p} d\xi d\eta f(\xi, \eta) e^{-U(\xi-\eta)/2\kappa} K_0 \left( \frac{U[(\tilde{x}-\xi)^2 + (z-\eta)^2]^{1/2}}{2\kappa} \right), \quad (2)$$

где интегрирование производится по объему пластической зоны  $A_p$ ; при записи выражения (2) учтена симметрия задачи по координате, ортогональной направлению движения трещины. Поскольку в дальнейшем нас будет интересовать лишь повышение температуры у вершины движущейся трещины  $\Theta(0, z) \equiv \Theta_\phi$ , положим в (2)  $\tilde{x}=0$ . Тогда, рассматривая для упрощения бесконечно тонкую пластическую зону шириной  $\omega_0$  с однородным тепловыделением в единице объема  $Q$ , иными словами, подставляя в (2)

$$f(x, z) = QU[\eta(x) - \eta(x - \omega_0)]\delta(z), \quad (3)$$

где  $\eta(x)$  — ступенчатая функция Хевисайда, получим для  $\Theta_\phi$  [11]

$$\Theta_\phi = (Q/\pi\rho C)\Psi(m_0), \quad (4)$$

где  $\Psi(t) = t[K_0(t) + K_1(t)]\exp(t) - 1$ ;  $K_0$ ,  $K_1$  — функции Макдональда;  $m_0 \equiv U\omega_0/(2\kappa)$ . В [10] величина  $\Theta_\phi$  была рассчитана с использованием неоднородной функции  $f(x, y)$ , имеющей логарифмическую особенность в вершине трещины. Однако сравнение формулы (4) с результатами работы [10] показывает хорошее количественное согласие, что позволяет в дальнейших расчетах использовать для  $\Theta_\phi$  выражение (4), в котором  $Q \equiv 8(1-\nu^2)\sigma_0^2/(\pi E)$ , где  $\sigma_0$  — предел текучести материала,  $E$  — модуль Юнга,  $\nu$  — коэффициент Пуассона.

Как известно [6], распространение трещины может сопровождаться изменением размера пластической зоны — как с увеличением, так и ее сокращением. Мы рассмотрим рост пластической зоны. В этом случае разогрев в вершине трещины определяется выражением

$$\Theta_\phi = \Theta_\phi^{(0)} + \Theta_\phi^{(1)}, \quad (5)$$

где  $\Theta_\phi^{(0)}$  определяет вклад, создаваемый автомодельной пластической зоной (4), а появление второго слагаемого в формуле (5)

$$\Theta_\phi^{(1)} \equiv \int_0^t dt' \int_0^{\omega(t')} \frac{g(\xi, t') d\xi}{4\pi\rho C(t-t')\kappa} \exp \left\{ -\frac{[\xi - U(t-t')]^2}{4\kappa(t-t')} \right\} \quad (6)$$

связано с изменением ее размеров, причем [10]

$$g(x, t) = \frac{8(1-\nu^2)\sigma_0^2}{\pi E} \left( 1 - \frac{x}{\omega(t)} \right) \dot{\omega}(t), \quad (7)$$

функция  $\omega(t)$  описывает эволюцию пластической зоны со временем, а  $\dot{\omega}(t)$  — ее скорость.

Решение уравнения теплопроводности (1), записанное в виде (5), (6), обладает той особенностью, что в отличие от ранее рассмотренной задачи [10] для автомодельной пластической зоны, в данном случае — с эволюционирующей пластической зоной, отсутствуют строго стационарные тепловые режимы распространения трещины. Аналогичная ситуация ранее была рассмотрена при изучении тепловых режимов, связанных с распространением кругового [8] и сферического [9] фронтов превращения кристаллической в аморфную фазу. Напомним, что это связано с изменением условий теплоотвода от фронта, которые зависят от размеров области, являющейся источником тепловыделения.

Рассмотрим квазистационарные режимы теплоотвода (6), пренебрегая переходными процессами. Им соответствуют решения уравнения (1),

системе покоя ФТ (в частности, отсутствие адиабатического теплового режима), фактически правильно описывают тепловые разогревы в лабораторной системе отсчета ( $\Theta_\phi \sim U^{1/2}$  при  $U \sim \infty$ ) [11].

в котором пренебрегают временной производной. Сделав замену переменных  $\tau = t - t'$  в интеграле (6) и заменяя  $\omega(t - \tau)$  на  $\omega(t)$ , а  $\dot{\omega}(t - \tau)$  на  $\dot{\omega}(t)$ , что справедливо при  $t \rightarrow \infty$ , преобразуем (6) к выражению вида<sup>2</sup>

$$\Theta_{\Phi}^{(1)} = \frac{8(1 - v^2)\sigma_0}{\pi^2 E \rho C} \frac{\dot{\omega}}{U} \int_{m_0}^m dx \sqrt{1 - \frac{x}{m}} K_0(x) \exp(x), \quad (8)$$

где  $m \equiv U \omega / (2v)$ . Уточним пределы применимости выражения (8). Для этого недостаточно произвести указанную выше замену, а следует разложить функции  $\omega(t - \tau)$  и  $\dot{\omega}(t - \tau)$  в ряд по  $\tau$  и вычислить первую поправку к найденному решению (8). Требование ее малости обеспечивается выполнением следующей группы неравенств:

$$\ddot{\omega}/\dot{\omega} \ll t^{-1}, \quad U^2/v; \quad \dot{\omega}/\omega \ll \omega U/xt, \quad \omega U^3/v^2, \quad (9a), (9b)$$

являющихся выражением физически очевидного требования малости скорости  $\dot{\omega}$  и ускорения  $\ddot{\omega}$  пластической зоны.

Полученные неравенства, определяющие выполнение условий квазистационарности теплоотвода, позволяют упростить подынтегральное выражение в формуле (8), которая после пренебрежения членом  $x/m$  в подкоренном выражении приводится к виду<sup>[12]</sup>

$$\Theta_{\Phi}^{(1)} = \frac{8(1 - v^2)\sigma_0^2}{\pi^2 E \rho C} \frac{\dot{\omega}}{U} [\Psi(m) - \Psi(m_0)]. \quad (10)$$

Как известно (см., например, [13]), в пластичных материалах существует связь между внешним приложенным напряжением, длиной статической трещины  $R$  и размером пластической зоны, определяемая соотношением Дагдейла

$$2\omega/R = \sec(\pi\sigma_{\infty}/2\sigma_0) - 1. \quad (11)$$

При низких скоростях трещины, когда реализуется термоактивационный механизм ее распространения и перестройка пластической зоны происходит быстрее, чем ее продвижение, размер трещины приближенно описывается статической формулой (11) и должен быть пропорционален  $R$ . Действительно, разложив (11) в ряд по  $\sigma_{\infty}/\sigma_0$  и ограничившись первым членом, получим, что при низких напряжениях

$$\omega = (\pi/16)^2 (\sigma_{\infty}/\sigma_0)^2 R. \quad (11a)$$

Данное соотношение устанавливает связь между скоростью движения трещины (напомним, что мы приняли ее равной постоянной величине) и скоростью пластической зоны. Подставляя (11а) в (5), (10) и учитывая, что  $\Theta_{\Phi}^{(0)} \ll \Theta_{\Phi}^{(1)}$ , получим окончательно

$$\Theta_{\Phi} = T_q \sqrt{m}, \quad T_q = \sqrt{\pi/2} [(1 - v^2) \sigma_{\infty}^2 / E \rho C]. \quad (12)$$

Формула (12) определяет квазистационарную температуру фронта движущейся трещины в зависимости от ее скорости, внешнего напряжения и размера пластической зоны. Заметим, что помимо неравенств (9а), (9б) формула (12) требует выполнения дополнительного условия

$$t \gg (\omega_0/\dot{\omega}) (\sigma_0/\sigma_{\infty})^4. \quad (13)$$

## 2. Самосогласованная задача о распространении трещины в пластичном материале

Используем полученные разделом 1 результаты решения тепловой задачи для формулировки замкнутой самосогласованной задачи о неизотермическом движении трещины. Предположим, что внешнее приложен-

<sup>2</sup> Автор благодарит А. В. Коропова за полезное обсуждение этого вопроса.

ное напряжение меньше прочности межатомных связей и реализуется термоактивационный механизм разрушения. Иными словами, будем считать, что «собственная» кинетика<sup>3</sup> перемещения трещины задана и описывается аррениусовской зависимостью<sup>[2, 14]</sup>  $U = U_0 \exp [-(E_0 - \gamma\sigma_\infty)/T_\phi]$ , где кинетические параметры  $U_0 \sim 10^7 \div 10^8$  м/с, энергия активации  $E_0$  и активационный объем  $\gamma$  могут быть определены из экспериментов по долговечности материалов<sup>[3]</sup>. В безразмерных переменных  $w = U/U_0$ ,  $\tau = T_\phi/E_0$ , где  $E_0 = E_0 - \gamma\sigma_\infty$ , кинетическое уравнение приобретает особенно простой вид

$$w = \exp(-1/\tau). \quad (14)$$

Для того чтобы учсть влияние неизотермических эффектов на распространение трещины, уравнение (14) должно быть дополнено решением уравнения теплопроводности, которое в переменных  $(w, \tau)$  после обращения выражения (12) приобретает следующий вид:

$$w = A [(\tau - \tau_0)/\tau_Q]^2, \quad (15)$$

где  $A \equiv v/U$ , параметр  $v \equiv 2\kappa/\omega$  характеризует скорость теплоотвода от фронта трещины,  $\tau_0 = T_0/E_0$ ,  $\tau_Q = T_Q/E_0$ . Уравнение (15) при различных значениях параметра  $v$  может быть рассмотрено как уравнение для скорости теплоотвода от фронта трещины. Оно задает на плоскости  $(w, \tau)$  семейство парабол, которые при ухудшении теплоотвода (с ростом  $v$ ) все сильнее отклоняются от изотермы  $\tau = \tau_0$ . Совместное решение системы двух алгебраических уравнений (14), (15), которое получается путем исключения из них переменной  $\tau$ , и определяет самосогласованную «перенормированную» зависимость скорости роста трещины  $\tilde{w}(\tau_0, T_Q, A)$ .

Чтобы исключить возможную неоднозначность функции  $\tilde{w}(T_0, T_Q, A)$ , используем (14), (15) и выпишем явное выражение для заведомо однозначной обратной функции

$$\tau_0(\tilde{w}) = -(\ln \tilde{w})^{-1} - \tau_Q(\tilde{w}/A)^{1/2}. \quad (16)$$

Формула (16) задает решение самосогласованной задачи о распространении трещины, т. е. определяет зависимость «перенормированной» скорости ее движения от температуры окружающей среды  $T_0$  и величины параметра  $v$ . Таким образом, решение задачи, сформулированной в названии настоящего раздела, сведено к обычному исследованию уравнения (16) на отыскание экстремальных значений, определяющих границы области существования взрывных режимов распространения трещины в пластичном материале. Значения, которые мы находим из условия  $d\tau_0/d\tilde{w} = 0$ , определяются решениями квадратного уравнения

$$2\tau^2 - \tau + \tau_0 = 0, \quad (17)$$

указывающими критические точки кривой

$$\tau_{\pm} = (1 \pm \sqrt{1 - 8\tau_0})/4, \quad (18)$$

т. е. точки, в которых появляются и исчезают новые ветви этой зависимости. В общем случае, за исключением особого случая их слияния, при независимом изменении  $\tau_0$  эти точки появляются только парами. Особая же (сингулярная<sup>[9]</sup>) точка слияния критических точек (этот случай реализуется при  $\tau_0 = 1/8$ ; соответствующая ему температура  $\tau_s = 1/4$ ) указывает температурную границу, разделяющую одно- и многозначные режимы движения трещины.

График схематической зависимости самосогласованной скорости ФТ  $\tilde{w}$  от размера пластической зоны  $\omega$  для взрывных режимов разрушения (т. е. при  $\tau_0 \leq 1/8$ ) при фиксированных значениях  $\tau_0$  и  $\tau_Q$  изображен

<sup>3</sup> Т. е. кинетика, определяемая конкретным механизмом ее распространения.

на рис. 1. Критические значения размеров пластической зоны  $\omega$ , определяются выражением

$$\omega_{\pm} = \frac{2\tau}{U_0} \left( \frac{1 - 4\tau_0 \pm \sqrt{1 - 8\tau_0}}{4\tau_0} \right)^2 \exp \left( \frac{4}{1 \pm \sqrt{1 - 8\tau_0}} \right). \quad (19)$$

Значения  $\omega = \omega_{\pm}$  есть значения размеров пластической зоны, достижение которых приводит к тепловому взрыву. На графике  $\tilde{\omega}_0$  — изотермическое значение скорости трещины  $\tilde{\omega}_0 = \exp(-\tau_0^{-1})$ , штриховая часть кривой изображает неустойчивую ветвь зависимости  $\tilde{\omega}$  ( $\omega$ ).

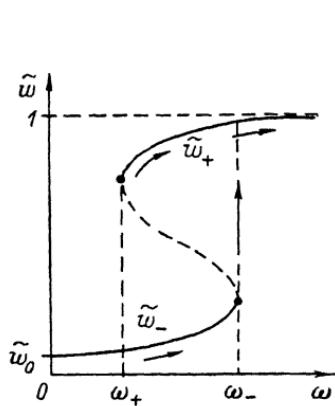


Рис. 1. Схематическая зависимость перенормированной скорости движения трещины для взрывных режимов разрушения от размера пластической зоны  $\omega$ .

$\omega_+$ ,  $\omega_-$  — критические размеры пластической зоны, достижение которых приводит к возникновению тепловых взрывов, приводящих к скачкообразному изменению скорости трещины;  $\tilde{\omega}$  — нижняя ветвь кривой (медленные режимы распространения);  $\tilde{\omega}_+$  — верхняя ветвь (быстрые режимы);  $\tilde{\omega}_0 = \tilde{\omega}(\tau_0) = \exp(-1/\tau_0)$  — изотермическое значение скорости.

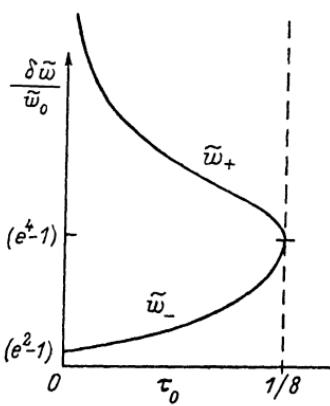


Рис. 2. График схематической зависимости относительной перенормировки скорости движения трещины  $\delta\tilde{\omega}/\tilde{\omega}_0$  от температуры  $\tau_0$  в точках тепловых взрывов  $\omega = \omega_{\pm}$  для быстрых  $\tilde{\omega}_+$  и медленных  $\tilde{\omega}_-$  режимов распространения трещины.

В сингулярном режиме ( $\tau_0 = 1/8$ ) относительная перенормировка скорости достигает величины  $(e^4 - 1)$ .

Используя (18), легко записать относительную перенормировку температуры ФТ за счет конечной скорости теплоотвода в точках  $\omega = \omega_{\pm}$

$$\delta\tau_{\pm}/\tau_0 \equiv (\tau_{\pm} - \tau_0)/\tau_0 = (1 - 4\tau_0 \pm \sqrt{1 - 8\tau_0})/\tau_0. \quad (20)$$

Аналогичная перенормировка скорости  $\tilde{\omega}$  ( $\omega_{\pm}$ ) в этих же точках дает

$$\frac{\delta\tilde{\omega}}{\tilde{\omega}_0} \Big|_{\tau=\tau_{\pm}} = \frac{\tilde{\omega}(\tau_{\pm}) - \tilde{\omega}(\tau_0)}{\tilde{\omega}(\tau_0)} = \exp \left( \frac{1 \pm \sqrt{1 - 8\tau_0}}{2\tau_0} \right) - 1. \quad (21)$$

На рис. 2 изображен график схематической зависимости перенормировки скорости (формула (21)) от температуры для верхней  $\tilde{\omega}_+$  и нижней  $\tilde{\omega}_-$  ветвей (рис. 1), из которого следует, что скорость в критических точках возрастает на порядок (для  $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}_-$ ), а для верхней ветви указанные перенормировки могут быть сколь угодно велики. Заметим, что в точках тепловых взрывов  $\omega = \omega_{\pm}$  неравенства (9а), (9б), определяющие пределы применимости формулы (12), должны нарушаться.

### 3. Обсуждение результатов.

#### Долговечность пластических материалов

Подведем итог проведенного исследования. Учет тепловыделения в зоне пластической деформации, сопровождающей растущую по термоактивационному механизму трещину, приводит к тому, что распространение

нение ФТ оказывается зависящим от скорости теплоотвода. При этом возможны две ситуации.

1. При высоких температурах  $\tau_0 > 1/8$  уравнение (17) не имеет решений в области действительных чисел, а это указывает на тот факт, что в данном случае учет теплоотвода не приводит к качественному изменению характера распространения ФТ по сравнению с исходным изотермическим (14).

2. При «низких» температурах  $\tau_0 < 1/8$  скорость теплоотвода уменьшается настолько, что в этом случае уже необходим учет неизотермических эффектов. Данное обстоятельство обусловлено тем, что при таких температурах перегрев ФТ становится столь высоким, что при некоторых его значениях скорость теплоотвода оказывается сравнимой со скоростью трещины, результатом чего является взрывной характер ее распространения, а это приводит к существенному изменению кинетики разрушения (рис. 1).

Главной особенностью этой зависимости является тот факт, что распространение трещины, которое она описывает, оказывается устойчивым в двух режимах: медленном (нижняя ветвь зависимости  $\tilde{w} = \tilde{w}_-$  при  $\omega < \omega_-$ ) и быстрым (верхняя ветвь  $\tilde{w} = \tilde{w}_+$ ,  $\omega > \omega_+$ ). Границы такого движения  $\omega = \omega_{\pm}$  являются точками тепловых неустойчивостей, причем если реализация значения  $\omega = \omega_-$  возможна в условиях однородного нагрева материала благодаря достижению температурой на ФТ значения, равного  $\tau = \tau_-$ , то движение по верхней ветви  $\tilde{w} = \tilde{w}_+$  в области  $\omega_+ < \omega < \omega_-$  самостоятельно инициировано быть не может и для его возбуждения необходимы дополнительные внешние условия, которые мы обсудим ниже.

Такой характер квазистационарного распространения трещины, когда при одинаковых значениях  $\omega$  ее движение является устойчивым в двух режимах — медленном (при  $\tilde{w} = \tilde{w}_-$ ) и быстрым ( $\tilde{w} = \tilde{w}_+$ ), — мы назовем тепловой бистабильностью разрушения (по аналогии с тепловой бистабильностью кристаллизации аморфных веществ [7]).

Используя формулу (19), рассчитаем долговечность пластичных материалов, аналогичную «времени предвзрывного разогрева» в теории кристаллизации аморфных веществ [9] и «времени индукции» в теории теплового взрыва [15]. В связи с тем что в момент теплового взрыва скорость распространения ФТ в пластичных материалах возрастает на порядки (рис. 2; ветвь  $\tilde{w} = \tilde{w}_-$ ), мы можем время предвзрывного разогрева вершины такой трещины  $t_f$  приближенно идентифицировать как долговечность пластичного материала. Действительно, так как длительность I стадии разрушения (стадия медленного роста) обычно составляет 90 % и более от общей долговечности образца [3, 4] и экспериментально установлено [3], что вклад в долговечность периода, когда трещина растет с предельной скоростью, очень мал, мы можем момент теплового взрыва (по крайней мере на качественном уровне) отождествить с долговечностью материала. Тогда, учитывая, что в квазистационарном приближении  $\omega_- = \omega t_f$ , подставим (11а) в (19) и получим для  $t_f$  следующее выражение:

$$t_f = B (1 - 4\tau_0 + \sqrt{1 + 8\tau_0})^2 \exp [(1 - \sqrt{1 - 8\tau_0})/\tau_0], \quad (22)$$

где  $B \equiv 4\kappa_0^2 (E\rho C)^2 E_0^2 / \pi^3 \sigma_{\infty}^3 U_0^2 (1 - v^2)^2$ . В сингулярной точке  $\tau_0 = 1/8$   $t_f = Be^8/8$ , а в «низкотемпературном» пределе  $\tau_0 \ll 1/8$  формула (22) приобретает вид

$$t_f = 64e^{-4} B \tau_0^4 \exp(2\tau_0^{-1}). \quad (23)$$

Выражения (22), (23) описывают зависимость долговечности пластичных материалов от температуры и внешнего приложенного напряжения. Заметим, что формула (23) напоминает по своей структуре известную эмпирическую формулу Журкова [16] для долговечности материалов, в которой предэкспоненциальный множитель зависит от напряжения  $\sim \sigma_{\infty}^6$ , а от температуры — по закону  $\sim T_0^4$ . Полученные теоретические выра-

жения (22), (23) описывают более сложный, чем обычный экспоненциальный, закон изменения долговечности от обратной температуры и напряжения [16] и могут быть использованы для интерпретации хорошо известного в литературе «эффекта смещения полюса», т. е. аномалий зависимостей долговечности от указанных параметров [3].

В отличие от правой точки тепловой неустойчивости (рис. 1;  $\omega = \omega_-$ ), возникновение которой осуществляется естественным путем в экспериментах с однородным нагревом материала и обязано достижению критического значения перегрева на ФТ, реализация тепловой неустойчивости в левой критической точке  $\omega = \omega_+$  требует создания двух специальных условий: а) наличия трещины определенного размера  $R = R_+$ , б) локального нагрева ее вершины до температуры  $\tau = \tau_+$ . Выполнение этих двух условий обусловливает возникновение самоподдерживающейся тепловой автоволны, сопровождающей распространение ФТ в быстром режиме ( $\tilde{w} = \tilde{w}_+$ ). Определим размер такой трещины. Подставляя (11а) в (19), получаем для  $R_+$  следующее выражение:

$$R_+ = \frac{16e^4}{\pi^3} \frac{x\sigma_0^2(E\rho C)^2 E_0^2}{U_0(1-v^2)^2 \sigma_\infty^6} \exp\left(-\frac{1-\sqrt{1-8\tau_0}}{2\tau_0}\right), \quad (24)$$

из которого в пределе низких температур найдем

$$R_+ \simeq \frac{16e^2}{\pi^3} \frac{x\sigma_0^2(E\rho C)^2 E_0^2}{U_0(1-v^2)^2 \sigma_\infty^6}. \quad (25)$$

Выполним оценки  $R_+$ . Используя характерные значения для высокопрочной легированной стали:  $x = 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $C = 416 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$ ,  $E/\sigma_0 = 10^2$ ,  $\rho = 7.7 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ ,  $E_0 = 10^3 \text{ К}$ , получим при  $\sigma_\infty/\sigma_0 = 1/3 \dots 1/2$  следующую оценку  $R_+$ :  $R_+ = (2 \cdot 10^{-6} \dots 2.3 \cdot 10^{-5}) \text{ м}$ . Аналогичные оценки для титанового сплава, содержащего 6 % Al и 4 % V, дают  $R_+ = (2 \cdot 10^{-5} \dots 2.5 \cdot 10^{-4}) \text{ м}$ .

Таким образом, если в пластичном образце создать прорезь указанной глубины (например, с помощью ювелирной пилы или тонкого абразивного круга) и подвергнуть вершину этой прорези локальному нагреву (лазерным или электронным лучом) до температуры

$$T_+ = (E_0/4)(1 + \sqrt{1 - 8\tau_0}),$$

то в таком образце, находящемся под действием приложенного напряжения  $\sigma_\infty \ll \sigma_0$ , благодаря возбуждению тепловой автоволны будет распространяться самоподдерживающийся ФТ в быстром режиме ( $\tilde{w} = \tilde{w}_+$ ). Физические аналоги предсказываемого эффекта индуцированного разрушения хорошо известны — это распространение самоподдерживающихся тепловых волн горения в химической кинетике [15], возбуждение локальным разрушением самоподдерживающегося фронта криохимических реакций в реакционноспособных стеклах [17], а также тепловых волн кристаллизации в физике неизотермической (взрывной) кристаллизации аморфных веществ [7].

Итак, вышеизложенное позволило сделать следующие выводы.

1. Существуют две области температур, в каждой из которых характер распространения трещины (разрушения) качественно отличается от другой. В области «низких» температур  $T < E_0/8$ , где  $E_0$  — энергия активации разрушения, движение трещины в пластичных материалах имеет взрывной характер, т. е. в этой области перегревы на ФТ достигают критической величины, что приводит к тепловым взрывам, когда скорость движения трещины меняется на несколько порядков. В области высоких температур ( $T > E_0/8$ ) характер разрушения обладает не свойственной «низкотемпературной» области особенностью, проявляющейся в отсутствии указанного выше взрывного характера разрушения.

2. Тепловые взрывы могут быть реализованы при двух значениях длины трещины:  $R_+$  и  $R_-$ . При этом большее значение  $R_-$  может быть реализовано

в обычных экспериментах по разрушению материала в условиях однородного нагрева. Момент достижения трещиной размера  $R = R_+$  интерпретируется как время предвзрывного разогрева или, что то же самое, долговечность пластичных материалов.

3. Установлен бистабильный характер разрушения, т. е. возможность реализации при одних и тех же значениях размеров трещины двух режимов ее распространения — медленного и быстрого (рис. 1; ветвь  $\tilde{w} = \tilde{w}_-$ ,  $\tilde{u} = \tilde{u}_+$ ).

Автор сердечно благодарит В. А. Шкловского за внимание к работе и полезные советы, В. К. Аксенова и В. А. Стрельцова — за обсуждение ее результатов.

### Список литературы

- [1] Глестон С., Лайдер К., Эйринг Г. Теория абсолютных скоростей реакций: вязкость, диффузия и электрохимические явления. М., 1948. 450 с.
- [2] Екобори Т. Научные основы прочности и разрушения материалов / Под ред. Г. С. Писаренко. Киев, 1978. 358 с.
- [3] Регель В. Р., Слуцкер А. И., Томашевский Э. К. Кинетическая природа прочности твердых тел. М., 1974. 560 с.
- [4] Карпинский Д. Н., Владимиров В. И., Орлов А. Н. // ФТТ. 1978. Т. 20. № 10. С. 2979—2984.
- [5] Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М., 1979. 285 с.
- [6] Владимиров В. И. Физическая природа разрушения металлов. М., 1984. 280 с.
- [7] Шкловский В. А. // ЖЭТФ. 1982. Т. 82. № 2. С. 536—557; ДАН СССР. 1981. Т. 261. № 6. С. 1343—1346; Шкловский В. А., Кузьменко В. М. // УФН. 1989. Т. 157. № 2. С. 312—338.
- [8] Коропов А. В., Шкловский В. А. // Препринт ХФТИ АН УССР. Харьков, 1983. 36 с.
- [9] Шкловский В. А., Друинский Е. И. // ЖЭТФ. 1986. Т. 90. № 1. С. 240—247.
- [10] Райс Дж., Леви Н. // Физика прочности и пластичности. Локальный нагрев за счет пластической деформации у вершины трещины. М., 1972. С. 241—258.
- [11] Друинский Е. И. // ФТТ. 1989. Т. 31. № 9. С. 217—219.
- [12] Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. Специальные функции. М., 1983. 752 с.
- [13] Нотт Дж. Ф. Основы механики разрушения. М., 1978. 256 с.
- [14] Владимиров В. И., Карпинский Д. Н., Орлов А. Н. // Механика полимеров. 1974. № 6. С. 963—970.
- [15] Зельдович Я. Б., Барренблatt Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М. Математическая теория горения и взрыва. М., 1980. 263 с.
- [16] Zhurkov S. N. // Proc. I Intern. Conf. of Fracture. Sendai, Jap. 1965. V. 2. P. 1167.
- [17] Барелко В. В., Баркалов И. М., Гольданский В. И., Занин А. М., Кирюхин Д. П. // Препринт ИХФ АН СССР. Черноголовка, 1968.

Харьковский физико-технический институт  
АН УССР

Поступило в Редакцию  
16 ноября 1989 г.