УДК 537 311.33

ОБРАЗОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ СТРУКТУР ПРИ ДВУХФОТОННОМ ВОЗБУЖДЕНИИ БИЭКСИТОНОВ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

В. А. Залож, А. Х. Ротару

Изучена оптическая самоорганизация в системе когерентных биэкситонов при их двухфотонном возбуждении из основного состояния кристалла. Показано, что в зависимости от значений параметров возможно образование метастабильных, нелинейных периодических и стохастических временных структур.

В настоящее время уделяется большое внимание изучению возникновения пространственных, временных и пространственно-временных структур в различных областях физики, биологии, химии и др. Особый интерес представляет исследование явлений оптической самоорганизации в полупроводниках в связи с большими значениями нелинейностей и малыми временами релаксации.

Этим явлениям посвящено большое количество как экспериментальных, так и теоретических работ. Хакен и Ораевский [1, 2] показали, что система уравнений Максвелла—Блоха, описывающая взаимодействие электромагнитного поля с системой двухуровневых атомов, гомологична знаменитой системе уравнений Лоренца [3], которая помимо простых аттракторов обладает особыми притягивающими множествами в фазовом пространстве — странными аттракторами, наличие которых свидетельствует о динамической стохастичности в диссипативных системах.

Возникновению хаотических временны́х структур в оптике посвящены работы [4–6]. Периодическая и хаотическая светодинамика в бистабильных оптических устройствах типа нелинейных резонаторов Фабри—Перо и кольцевых резонаторов рассмотрена в [7–10].

Изучение периодических и хаотических временны́х структур в системе экситонов и биэкситонов в конденсированных средах началось сравнительно недавно. В [11–16] нами изучены явление оптической турбулентности при биэкситон-экситонных и экситон-экситонных переходах в полупроводниках, периодическая и стохастическая динамика когерентных экситонов, фотонов и биэкситонов. Совсем недавно [17] показана принципиальная возможность возникновения нового кооперативного эффекта — периодических и стохастических самопульсаций на длинноволновом краю собственного поглощения кристалла при резонансном возбуждении экситонов большой плотности. Двухфотонному возбуждению биэкситонов посвящены работы [18–20].

Цель настоящей работы — изучение нелинейной динамики и самоорганизации временны́х структур в системе когерентных фотонов и биэкситонов при резонансном двухфотонном возбуждении последних.

Двухфотонная временна́я эволюция (нутация) когерентных биэкситонов изучена в [21, 22], когда длительность импульса меньше характерных времен релаксации и система является гамильтоновой. Как известно, в гамильтоновых системах отсутствуют асимптотические устойчивые состояния и устойчивые предельные циклы [23]. Между тем времена релаксации фотонов и биэкситонов в полупроводниках очень малы и роль процессов диссипации существенна. Поэтому анализ динамической эволюции системы когерентных биэкситонов и фотонов требует их учета. Учет процессов рассеяния когерентных квазичастиц приводит к затуханию возникающих в данной системе колебаний, и отличных от нуля стационарных состояний биэкситонов и фотонов не существует.

Ситуация существенно изменяется, если учесть внешнюю накачку. Изученные нами автоколебания существенно отличаются от свободной нутации когерентных биэкситонов и фотонов [21, 22]. Одновременный учет действия внешней накачки и затуханий приводит к возникновению долгоживущих нелинейных колебаний и возникновению сложных аттракторов в фазовом пространстве, что может служить новым способом идентификации биэкситонов в конденсированных средах.

1. Гамильтониан задачи и основные уравнения

Ниже мы рассмотрим теорию образования временны́х структур в случае двухфотонного возбуждения биэкситонов из основного состояния кристалла в условиях действия внешней накачки и учета процесса затухания. Будем предполагать, что как фотонная, так и биэкситонная моды являются когерентными, т. е. имеют одни и те же волновые векторы, поляризации и фазы, а их амплитуды макроскопически велики. Фактически это означает, что фотоны и биэкситоны находятся в состоянии бозе-эйнштейновской конденсации. Такого рода состояния реализованы экспериментально [24]. С помощью двухфотонной методики на встречных и параллельных пучках получена вынужденная бозе-эйнштейновская конденсация биэкситонов в кристаллах CuCl в точках $\mathbf{k}=0$ и $\mathbf{k}=2\,\mathbf{k}_0$ зоны Бриллюэна, где k_0 — волновой вектор фотона с энергией, равной половине энергии образования биэкситона. Благодаря гигантской силе осциллятора такие бозе-конденсированные биэкситоны будут распадаться на два фотона и этот процесс взаимного превращения в присутствии внешней накачки и затухания может продолжаться сколь угодно долго.

Гамильтониан задачи в импульсном представлении для выделенной моды фотонов и биэкситонов, характеризующейся волновым вектором $\mathbf{k}$, имеет вид

$$H=\hbar\omega_M b_{\mathbf{k}}^{+}b_{\mathbf{k}}+\hbar\omega_L c_{\mathbf{q}}^{+}c_{\mathbf{q}}+\left(i\hbar M/\sqrt{V}\right)\left(c_{\mathbf{q}}^{+}c_{\mathbf{q}}^{+}b_{\mathbf{k}}-b_{\mathbf{k}}^{+}c_{\mathbf{q}}c_{\mathbf{q}}\right), \tag{1}$$

где $b_{\mathbf{k}}^{+}$, $c_{\mathbf{k}}^{+}$ — операторы рождения биэкситона и фотона с волновым вектором $\mathbf{k}$; $\hbar\omega_M$ — энергия образования биэкситона; $\hbar\omega_L$ — энергия фотона; M — матричный элемент двухфотонного возбуждения биэкситона из основного состояния кристалла [18, 19]; V — объем кристалла.

Гамильтонианы, обеспечивающие внешнюю накачку и затухание, мы учтем на определенном этапе феноменологически. Отметим, что они могут быть учтены строго в рамках квантовой теории затуханий и флуктуаций с использованием управляющего уравнения Фоккера—Планка, потоковая часть которого определяет динамику классических траекторий [25]. Это приводит к существенному усложнению задачи, однако не меняет конечную систему нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих динамическую эволюцию системы.

Гейзенберговские уравнения движения для операторов c и b имеют вид

$$dc/dt=-i\omega_L c+2Mc^{+}b/\sqrt{V},\quad db/dt=-i\omega_M b-Mcc/\sqrt{V}. \tag{2}$$

Здесь и далее опускаем индексы волновых векторов у операторов c_k и b_k. Решения для макроскопических величин c и b ищем в виде

$$c=\sqrt{V}\,\tilde{c}e^{-i\omega_L t},\quad b=\sqrt{V}\,\tilde{b}e^{-2i\omega_L t}. \tag{3}$$

Подставляя (3) в (2) и вводя феноменологически в уравнения движения члены с константами затухания фотонов γ_L и биэкситонов γ_M, а также когерентную накачку в фотонную моду $\mathcal{P}$, получаем

$$d\bar{c}/dt = -\gamma_L\bar{c} + 2M\bar{c}^*\bar{b} + \mathcal{F}, \quad d\bar{b}/dt = i\,(2\omega_L - \omega_M)\,\bar{b} - \gamma_M\bar{b} - M\bar{c}\bar{c}. \tag{4}$$

В дальнейшем удобно перейти к новым безразмерным переменным

$$y = \bar{c}/c_0, \quad z = \bar{b}/b_0, \quad c_0 = b_0 = \gamma_M/2M, \quad P_0 = (2M/\gamma_M^2)\,\mathcal{F},$$
$$\sigma = \gamma_L/\gamma_M, \quad \delta = (2\omega_L - \omega_M)/\gamma_M, \quad T = \gamma_M t. \tag{5}$$

Тогда система уравнений (4) принимает вид

$$dy/dT = -\sigma y + y^*z + P_0, \quad dz/dT = -{}^1/_2 y^2 + i\delta z - z. \tag{6}$$

Эти уравнения полностью описывают динамическую эволюцию однородно распределенных в кристалле когерентных фотонов и биэкситонов в условиях действия внешней накачки и затуханий. В самом общем случае величины y и z являются комплексными, поэтому система уравнений (6) состоит из четырех независимых обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений. Они относятся к классу нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих открытые динамические системы. Для таких уравнений возможны стационарные решения. Однако в зависимости от соотношения между параметрами не все стационарные решения являются устойчивыми. Поэтому анализ решений уравнения (6) связан с решением вопроса об устойчивости стационарных состояний. Последние определяются из условия $dy/dT = dz/dT = 0$. Из (6) легко получить

$$\omega_S\left[\frac{\omega_S^2}{4\,(1+\delta^2)} + \frac{\sigma}{1+\delta^2}\,\omega_S + \sigma^2\right] = P_0^2, \quad n_S = \frac{\omega_S^2}{4\,(1+\delta^2)}, \tag{7}$$

где $w = y^*y$, $n = z^*z$ — безразмерные плотности фотонов и биэкситонов. Как видно из (7), есть только одно стационарное состояние (ω_S, n_S) для заданного значения внешней накачки P_0. Таким образом, при двухфотонном возбуждении из основного состояния кристалла фотонами одного и того же импульса гистерезисные эффекты не имеют место. Аналогичный результат был получен в [26] при изучении явления оптической бистабильности биэкситонов в резонаторах, где показано, что при увеличении входной амплитуды света имеет место режим ограничения амплитуды выходящего из резонатора сигнала. Там же показано, что оптическая бистабильность возможна, когда в процессе двухквантового возбуждения биэкситона принимают участие фотоны двух различных импульсов света.

Представляя комплексные величины y и z в виде $y = x_1 + ix_2$, $z = z_1 + iz_2$, из (6) получаем

$$dx_1/dT = -\sigma x_1 + x_1x_3 + x_2x_4 + P_0, \quad dx_2/dT = -\sigma x_2 + x_1x_4 - x_2x_3, \quad dx_3/dT =$$
$$= -{}^1/_2\,(x_1^2 - x_2^2) - x_3 - \delta x_4, \quad dx_4/dT = -x_1x_2 + \delta x_3 - x_4. \tag{8}$$

Система нелинейных дифференциальных уравнений (8) является основой для рассмотрения вопроса о возможности возникновения временны́х структур при двухфотонном возбуждении биэкситонов.

2. Временны́е структуры в системе когерентных фотонов и биэкситонов. Качественный анализ и численный эксперимент

Уравнения (8) являются частным случаем изучения эволюции систем вида

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\,(\mathbf{x}),$$

где $\mathbf{x}$ — вектор в пространстве R^n и $n > 1$, каждая из компонент которого описывает одну моду; $\mathbf{F}\,(\mathbf{x})$ является векторным полем системы. Для диссипативных систем имеет место сокращение объема фазового пространства. Рассматривая движение точек в фазовом пространстве (8) как движение жидкости с дивергенцией

$$\partial\dot{x}_1/\partial x_1 + \partial\dot{x}_2/\partial x_2 + \partial\dot{x}_3/\partial x_3 + \partial\dot{x}_4/\partial x_4 = -2\,(\sigma + 1), \tag{9}$$

приходим к выводу, что любой малый объем фазового пространства стремится к нулю при $T \to \infty$ со скоростью, не зависящей от x_i, с характерным временем $(2\sigma+2)^{-1}$. Однако это вовсе не означает, что малый объем фазового пространства стягивается в точку. Он может растекаться по поверхности, причем точки любого элемента фазового пространства притягиваются к некоторому подмножеству, размерность которого меньше, чем у исходного пространства.

Если стационарные решения неустойчивы, то в этом случае аттракторами в фазовом пространстве могут быть либо предельный цикл, либо тор, либо странный аттрактор, что соответствует нелинейным периодическим, квазипериодическим и хаотическим колебаниям в системе. Характерным свойством последних является то, что хаотические движения появляются

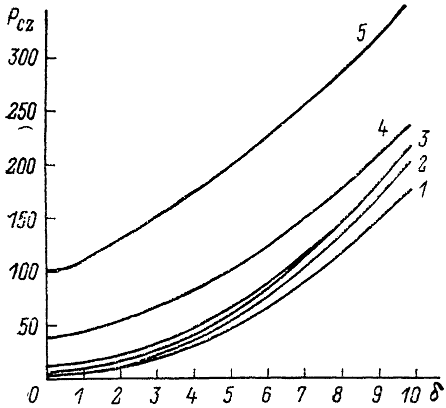

Рис. 1. Зависимость эффективной накачки P_{cr} от расстройки резонанса δ при $\sigma=0$ (*1*), 0.5 (*2*), 1 (*3*), 5 (*4*), 10 (*5*).

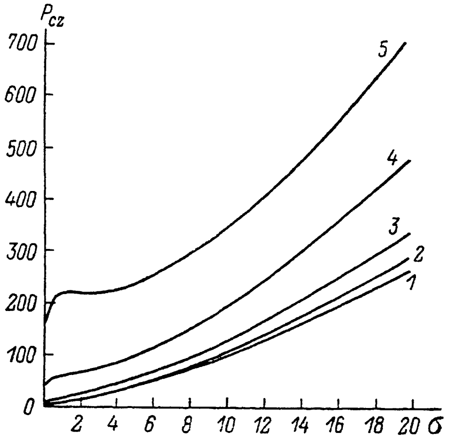

Рис. 2. Зависимость P_{cr} от σ при $\delta=0$ (*1*), 1 (*2*), 2 (*3*), 5 (*4*), 10 (*5*).

не благодаря введению случайных функций в начальные условия или действию случайных сил. Их появление является внутренним свойством системы и связано со сложным движением неустойчивых траекторий в фазовом пространстве.

Исследуем далее на устойчивость стационарные состояния системы. Характеристическое уравнение системы (8) имеет вид

$$\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 = 0, \tag{10}$$

где

$$a_1 = 2(\sigma+1), \quad a_2 = -\omega_S^2/4(1+\delta^2) + 2\omega_S + \sigma^2 + 1 + \delta^2, \quad a_3 = 2\left[-\omega_S^2/4(1+\delta^2) + \right.$$
$$\left. + (\sigma+1)\omega_S + \sigma^2 + \sigma(1+\delta^2)\right], \quad a_4 = {}^3/_4\,\omega_S^2 + 2\sigma\omega_S + \sigma^2(1+\delta^2),$$

ω_S — стационарное значение плотности фотонов, определяемое уравнением (7).

Стационарное состояние устойчиво, если определители диагональных миноров матрицы Гурвица положительны, т. е.

$$a_1 > 0, \quad a_1a_2 - a_3 > 0, \quad a_3(a_1a_2 - a_3) - a_1^2a_4 > 0, \quad a_4 > 0. \tag{11}$$

Первое и четвертое условия (11) выполняются всегда при любых параметрах системы. Второе условие выполняется при выполнении неравенства $0 < \omega_S < \omega_2(\sigma, \delta)$, где

$$\omega_2(\sigma, \delta) = \left(R_2 + \sqrt{R_2^2 + 4R_1R_2}\right)/(2R_1), \quad R_1 = \sigma/4(1+\delta^2), \quad R_2 = (\sigma+1),$$
$$R_3 = \sigma(\sigma+2)^2 + 1 + \delta^2. \tag{12}$$

Наконец, третье условие представляет собой неравенство четвертой степени относительно ω_S, которое можно решить численно. Качественный анализ показывает, что оно выполняется при условии $0 < \omega_S < \omega_{cr}$, где ω_{cr} — корень уравнения четвертой степени.

Если использовать монотонность уравнения (7), то можно сделать вывод, что для каждой пары параметров существует некоторая критическая

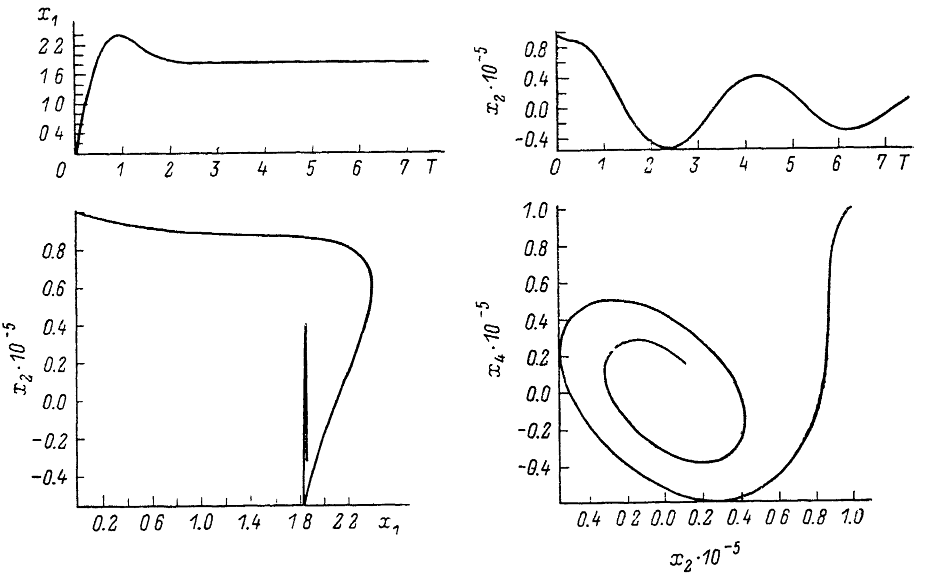

Рис. 3. Зависимости амплитуды и фазы фотонного поля от времени и соответствующие проекции фазовых траекторий.

накачка $P_{cr} = P_{cr}$ (σ, δ), ниже которой стационарное состояние устойчиво, а выше неустойчиво. Именно в области неустойчивости в линейном приближении и возможны образования различных временных структур.

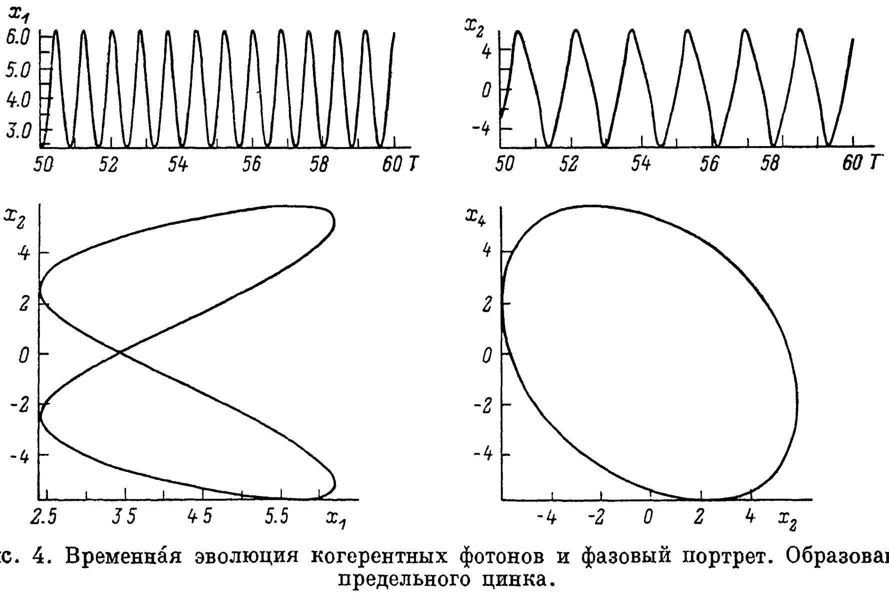

Рис. 4. Временна́я эволюция когерентных фотонов и фазовый портрет. Образование предельного цикла.

Поскольку до настоящего времени отсутствует общий алгоритм решения нелинейных дифференциальных уравнений в аналитическом виде, мы приводим результаты численного интегрирования системы (8) при различных параметрах.

На рис. 1 представлены зависимости бифуркационных значений эффективной накачки δ от расстройки резонанса при различных σ. В области значений накачек ниже соответствующих кривых стационарное состояние является устойчивым в линейном приближении, выше — неустойчивым, где и возникают временные структуры. Из этого рисунка видно, что чем больше σ (интенсивное затухание фотонной моды), тем бо́льшие накачки нужны для возбуждения нелинейных колебаний. На рис. 2 представлены зависимости P_{cr} от параметра σ при различных значениях расстройки резонанса δ. С ростом δ накачки, необходимые для возникновения колебаний в системе, увеличиваются.

На рис. 3 представлены зависимости амплитуды x_1 и фазы x_2 внутреннего электромагнитного поля и проекции фазовых траекторий на плоскости (x_1, x_2) и (x_2, x_4) при $\sigma=1$, $\delta=0$, $P_0=5 < P_a$. При этих значениях параметров система быстро приходит к стационарному состоянию спустя $T \sim 2 \div 8$ безразмерных единиц времени, а фазовые траектории притягиваются к простому аттрактору.

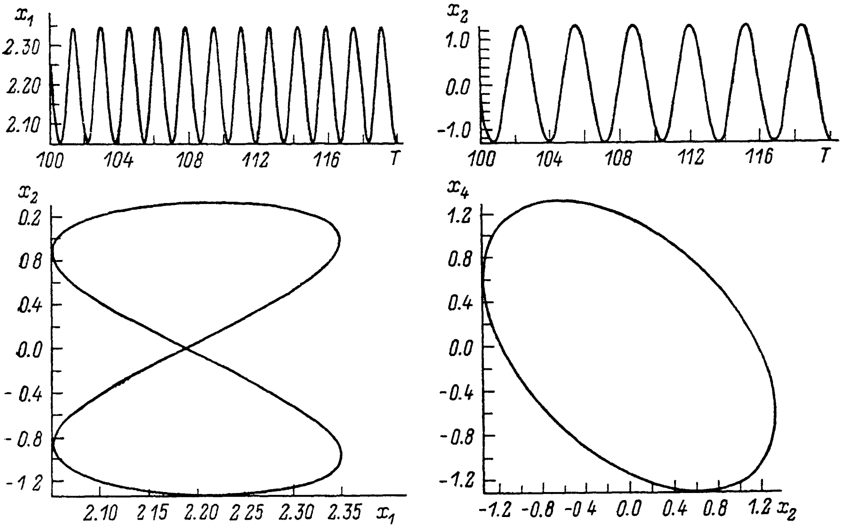

Рис. 5. Бифуркация одного предельного цикла в другой с удвоением периода.

На рис. 4, 5 изображены зависимости x_1 и x_2 от времени и соответствующие проекции фазовых траекторий при $\sigma=1$, $\delta=0$, $P_0=20$ и $P_0=7$ соответственно. Видно, что в системе устанавливаются устойчивые нелинейные периодические колебания. Фазовые диаграммы этих режимов колебаний представляют собой предельные циклы. При изменении величины внешней накачки происходит бифуркация из одного предельного цикла в другой с удвоением периода. При дальнейшем изменении параметра P_0 мы наблюдали последовательность бифуркаций удвоения периода, которые, как правило, приводят к образованию стохастических динамических структур. В настоящее время численный эксперимент продолжается с целью получения странных аттракторов при двухфотонном возбуждении биэкситонов.

Список литературы

[1] Хакен Х. Синергетика. М.: Мир, 1980. 404 с.
[2] Ораевский А. Н. // Квант. электр. 1981. Т. 8. № 1. С. 130—142.
[3] Лоренц Э. // Странные аттракторы. М.: Мир, 1981. 250 с.
[4] Acherhalt J. R., Miloni P. W., Shin M. L. // Phys. Reports. 1985. V. 128. N 4—5. P. 205—300.
[5] Ораевский А. Н. // Тр. ФИАН. 1986. Т. 171. С. 3—29.
[6] Harrison R. G., Biswas D. J. // Progr. Quantum Electron. 1985. V. 10. N 3. P. 145—228.
[7] Ikeda K. // Opt. Comm. 1979. V. 30. N 4. P. 257—261.
[8] Ikeda K., Daido H., Akimoto O. // Phys. Rev, Lett. 1980. V. 40. N 9. P. 709—712.
[9] Lugiato L. A., Narducci L. M., Bandy D. K., Pennice C. A. // Opt. Comm. 1982. V. 43. P. 281—286.

[10] Snapp R. R., Carmichael H. J., Schieve W. C. // Opt. Comm. 1981. V. 40. P. 68—73.
[11] Rotaru A. H., Shibarshina G. D. // Phys. Lett. 1985, V. 109A. N 6. P. 292—294.
[12] Ротару А. Х. // ФТТ. 1986. Т. 28. № 8. С. 2492—2494.
[13] Ротару А. Х. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 11. ;С. 3282—3287.
[14] Moskalenko S. A., Rotaru A. H., Shvera Yu. M., Zaloj V. A. // Phys. St. Sol. (b). 1988. V. 149. N 1. P. 187—194.
[15] Moskalenko S. A., Rotaru A. H., Zaloj V. A. // Phys. St. Sol. (b). 1988. V. 150. N 2. P. 401—406.
[16] Ротару А. Х., Залож В. А. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 11. С. 3438—3441.
[17] Залож В. А., Москаленко С. А., Ротару А. Х. // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 2. С. 601—612.
[18] Hanamura E. // Sol. St. Comm. 1973. V. 12. N 9. P. 951—953.
[19] Hanamura E. // J. Phys. Soc. Jap. 1975. V. 39. N 6. P. 1516—1524.
[20] Gale G. M., Mysyrowicz A. // Phys. Rev. Lett. 1974. V. 32. N 13. P. 724—730.
[21] Москаленко С. А., Хаджи П. И., Ротару А. Х. Солитоны и нутация в экситонной области спектра. Кишинев: Штиинца, 1980. 240 с.
[22] Хаджи П. И., Москаленко С. А., Белкин С. Н. // УФЖ. 1980. Т. 25. № 3. С. 361—370.
[23] Арнольд В. И. Математические методы классической механики. М.: Наука, 1974. 346 с.
[24] Peyghambarian N., Chase L. L. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 27. N 4. P. 2325—2345.
[25] Москаленко С. А., Ротару А. Х., Швера Ю. М. // ТМФ. 1988. Т. 75. № 2. С. 295—305.
[26] Хаджи П. И., Шибаршина Г. Д., Ротару А. Х. Оптическая бистабильность в системе когерентных экситонов и биэкситонов в полупроводниках. Кишинев: Штиинца, 1988. 119 с.

Институт прикладной физики
АН МССР
Кишинев

Поступило в Редакцию
4 января 1990 г.
В окончательной редакции
6 июня 1990 г.