УДК 585.41

© Физика твердого тела, том 32, № 11, 1990
Solid State Physics, vol. 32, N 11, 1990

ПЛОТНОСТЬ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЙ ЭЛЕКТРОНОВ МЕТАЛЛА И КОГЕРЕНТНЫЕ СОСТОЯНИЯ

С. Т. Павлов, А. В. Прохоров

1. Радикальное изменение плотности энергетических состояний (ПЭС) электронов проводимости металла при включении постоянного однородного магнитного поля **H** определяет физическую природу осцилляций в магнитном поле как термодинамических характеристик металла (эффект де Гааза—ван Альфена), так и кинетических коэффициентов (эффект Шубникова—де Гааза) [1]. Указанные явления, нашедшие свое объяснение на основе квантовой теории диамагнетизма свободных электронов Ландау и являющиеся квантовыми по своей природе, могут быть отнесены к квантовым явлениям макроскопического масштаба и родственны в этом отношении таким явлениям, как сверхпроводимость и лазерное излучение. Для описания последних эффективно используется теория когерентных состояний (КС), являющихся квантовыми состояниями, максимально близкими к классическим [2, 3]. КС, описывающие поведение заряженной частицы в магнитном поле, были впервые получены Малкиным и Манько [4]. В [5] теория диамагнетизма Ландау была сформулирована в терминах КС, а в [6] КС были впервые использованы для описания эффекта де Гааза—ван Альфена для газа свободных электронов. Наиболее полный анализ возможностей использования КС для описания поведения заряда в электромагнитном поле дан в [7, 8]. Развитию теории ПЭС электронов проводимости металла в магнитном поле с использованием КС, являющихся естественными состояниями электронов в металле в присутствии магнитного поля, посвящена настоящая работа.

2. Исходим из определения ПЭС

$$\rho(\varepsilon) = \operatorname{Sp}\delta(\varepsilon - \mathscr{H}). \tag{1}$$

С помощью $\rho(\varepsilon)$ термодинамический потенциал Ω выражается в виде интеграла по энергии

$$\Omega = F - \mu N = -T\int\limits_0^\infty d\varepsilon\rho(\varepsilon)\ln\left[1 + e^{(\mu-\varepsilon)/T}\right], \tag{2}$$

где F — свободная энергия, μ — химический потенциал, N — полное число электронов, T — температура (в единицах энергии).

В рассматриваемом ниже для простоты случае $T=0$ ПЭС $\rho(\mu) = -\partial^2\Omega/\partial\mu^2$, как это следует из (2), и в известном смысле является наблюдаемой величиной (например, через температуру сверхпроводящего перехода по формуле БКШ [1]). В (1) в аргументе δ-функции Дирака содержится одночастичный гамильтониан электрона в магнитном поле

$$\begin{gathered} \mathscr{H} = \mathscr{H}_\perp + \mathscr{H}_z + \mathscr{H}_\sigma, \\ \mathscr{H}_\perp = \hbar\omega_H(\hat{a}^+\hat{a} + 1/2), \qquad [\hat{a}, \hat{a}^+] = 1, \\ \mathscr{H}_z = p_z^2/2m, \qquad \mathscr{H}_\sigma = (-g^*/2)\mu_Б\sigma H, \end{gathered} \tag{3}$$

$\omega_H = |e|H/mc$ — циклотронная частота; e, m — заряд и эффективная масса электрона; c — скорость света в вакууме; g^* — эффективный фактор спектроскопического расщепления; σ — матрица Паули; $\mathbf{A} = \mathbf{A}(-yH/2, xH/2, 0)$; $\mathbf{H} = \operatorname{rot}\mathbf{A}$. Собственными функциями оператора (3) являются функции Ландау [9]. Мы же для вычисления $\rho(\mu)$ воспользуемся полным набором волновых функций

$$|p_z, \sigma_z; \alpha\beta\rangle = L_z^{-1/2} e^{ip_z z/\hbar}\chi\,|\alpha\beta\rangle, \tag{4}$$

$$|\alpha\beta\rangle = D(\alpha)D(\beta)|00\rangle, \tag{5}$$

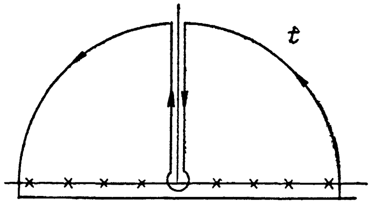
$$D(\alpha) = \exp(\alpha\hat{a}^{+} - \alpha^{*}\hat{a}) = e^{-|\alpha|^2/2} e^{\alpha\hat{a}^{+}} e^{-\alpha^{*}\hat{a}}, \tag{6}$$

$$\hat{\sigma}_z\chi = \sigma_z\chi, \quad \sigma_z = \pm 1, \tag{7}$$

включающих для описания поведения электрона в плоскости xy в соответствии с выбранной калибровкой **A** «двумерное» когерентное состояние $|\alpha\beta\rangle$ [4]. Используя (4) в (1), получаем

$$\rho(\mu) = \sum_{p_z,\,\sigma_z} \pi^{-2} \int d^2\alpha \int d^2\beta \,\langle\alpha\beta;\; p_z,\; \sigma_z |\, \delta(\mu - \mathscr{H}) \,|\, p_z,\; \sigma_z;\; \alpha\beta\rangle =$$

$$= \frac{L_z}{\pi^2 (2\pi\hbar)^2} \sum_{\sigma_z} \int dp_z \int d^2\alpha \int d^2\beta \,\langle\alpha\beta;\; p_z,\; \sigma_z| \int\limits_{-\infty}^{\infty} dt e^{i(\mu-\mathscr{H})t/\hbar} \,|\, p_z,\; \sigma_z;\; \alpha\beta\rangle. \tag{8}$$



Контур интегрирования в комплексной плоскости t для вычисления интеграла из (13).

Принимая во внимание соотношения

$$\sum_{\sigma_z = \pm 1} \exp\left(\frac{it}{\hbar} \frac{g^*}{2} \mu_Б H\right) = 2\cos\left(\frac{g^*\mu_Б H}{2\hbar}\, t\right), \tag{9}$$

$$\frac{1}{\pi}\int d^2\beta = \frac{1}{\pi}\int \frac{dx_0 dy_0}{\tilde{l}^2} = \frac{\Phi}{\Phi_0}, \quad \tilde{l} = \left(\frac{\hbar}{m\omega_L}\right)^{1/2}, \tag{10}$$

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} dp_z \exp\left(-\frac{itp_z^2}{2m\hbar}\right) = \left(\frac{2\pi\hbar m}{|t|}\right)^{1/2} e^{-i(\pi/4)\,\mathrm{sgn}\, t}, \tag{11}$$

$$\left\langle \alpha \left| e^{-it\omega_H \hat{a}^{+}\hat{a}} \right| \alpha \right\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-it\omega_H n} \,|\langle n | \alpha\rangle|^2 = \exp\left[-|\alpha|^2 \left(1 - e^{-it\omega_H}\right)\right], \tag{12}$$

где ω_L — частота Лармора, Φ — магнитный поток через площадь $L_x L_y$, $\Phi_0 = ch/|e|$ — квант магнитного потока, $|n\rangle = ((\hat{a}^{+})^n/\sqrt{n!})\,|0\rangle$ — одномерное фоковское состояние, получаем для ПЭС на поверхности Ферми $\rho(\mu)$ выражение в виде однократного интеграла

$$\rho(\mu) = \frac{L_z \Phi m^{1/2}}{(2\pi\hbar)^{3/2}\,\Phi_0} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dt \frac{e^{i\left(\frac{\mu t}{\hbar} - \frac{\pi}{4}\mathrm{sgn}\, t\right)} \cos\left(\frac{g^*\mu_Б H}{2\hbar}\, t\right)}{|t|^{1/2}\, i \sin(t\omega_L)}, \tag{13}$$

который легко вычисляется с помощью интегрирования по контуру (см. рисунок) и теоремы о вычетах.

Легко видеть, что осциллирующая часть ПЭС электрона $\tilde{\rho}(\mu)$ определяется вкладом в интеграл от полюсов, расположенных на вещественной оси в точках

$$t_k = \frac{\pi}{\omega_L} k, \quad \omega_L = \frac{|e|H}{2mc}, \quad k = 0,\; \pm 1,\; \pm 2\ldots, \tag{14}$$

и имеет вид осциллирующей с изменением магнитного поля H функции

$$\tilde{\rho}(\mu) = \frac{mV}{\pi^2\hbar^2}\left(\frac{eH}{c\hbar}\right)^{1/2} \sum_{k=1}^{\infty} k^{-1/2} \cos\left(2\pi k \frac{\mu}{\hbar\omega_H} - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi g^* m}{2m} k\right) \tag{15}$$

с периодом осцилляций по обратному полю

$$\left(\Delta\frac{1}{H}\right)=\frac{|e|\hbar}{m\mu c}. \qquad (16)$$

В пределе $T=0$ этот результат совпадает с $-\partial^2\tilde{\Omega}/\partial\mu^2$ из [1] и легко обобщается на случай произвольного энергетического спектра электрона заменой $\mu \to S_\nu/2\pi m$, где S_ν — площадь ν-го экстремального сечения поверхности Ферми плоскостью $p_z^{(\nu)}=\mathrm{const}$, и введением дополнительного суммирования по номерам ν экстремальных сечений поверхности Ферми. Учет $T\neq 0$ не меняет периода осцилляций и отражается лишь на их амплитуде.

3. В заключение отметим, что при получении $\tilde{\rho}(\mu)$ (15) не использовалась известная формула суммирования Пуассона [1]. Это обстоятельство несомненно связано с принятием в качестве базиса волновых функций (4), которые, не являясь собственными волновыми функциями оператора $\mathcal{H}$ (3), тем не менее наиболее полно описывают состояние электрона в металле на поверхности Ферми в присутствии магнитного поля.

Список литературы

[1] Абрикосов А. А. Основы теории металлов. М.: Наука, 1987. С. 520.
[2] Глаубер Р. Оптическая когерентность и статистика фотонов. Квантовая оптика и квантовая радиофизика. М.: Мир, 1966. С. 91—279.
[3] Хакен Х. Квантовополевая теория твердого тела. М.: Наука, 1980. С. 341.
[4] Малкин И. А., Манько В. И. Динамические симметрии и когерентные состояния квантовых систем. М.: Наука, 1979. С. 320.
[5] Feldman A., Kahn A. // Phys. Rev. 1970. V. B1. P. 4584.
[6] Грановский Я. И., Димашко Ю. А. // Укр. физ. журн. 1974. Т. 19. С. 1456.
[7] Додонов В. В., Манько В. И. // Тр. ФИАН. 1987. Т. 183. С. 182—286.
[8] Додонов В. В., Манько В. И. // Тр. ФИАН. 1989. Т. 191. С. 171—244.
[9] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1989. С. 767.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
15 июня 1990 г.

УДК 539.2

© *Физика твердого тела, том 32, № 11, 1990*
Solid State Physics, vol. 32, N 11, 1990

УСИЛЕНИЕ МНОГОФОНОННОГО РЕЗОНАНСНОГО КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ СВЕТА В СЛУЧАЕ РАВНЫХ ЭФФЕКТИВНЫХ МАСС ЭЛЕКТРОНА И ДЫРКИ

И. Г. Ланг, С. Т. Павлов, О. Сотолонго Коста

В [1-4] получены спектры многофононного резонансного комбинационного рассеяния света (МРКРС) при облучении в области фундаментального поглощения кристаллов InBr и InI, принадлежащих к классу A^3B^7. Эти спектры отличаются от ранее наблюдавшихся спектров МРКРС в полупроводниках A^2B^6 двумя особенностями: 1) наблюдается очень большое (достигающее 20) число линий, 2) интенсивность линий четного порядка больше интенсивности линий нечетного. Вторая особенность должна быть присуща спектрам МРКРС при условии равенства эффективных масс электрона и дырки [3-6]. В [7] показано, что вывод о равных нулю величинах сечений нечетных порядков справедлив независимо от того, какие именно состояния электронно-дырочных пар (ЭДП) рассматриваются в качестве промежуточных — экситоны или свободные ЭДП.