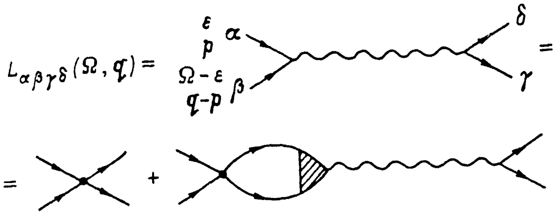
О ВЛИЯНИИ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ФЛУКТУАЦИЙ НА ТЕРМОЭДС «ГРЯЗНОГО» ПРОВОДНИКА

А. В. Рапопорт

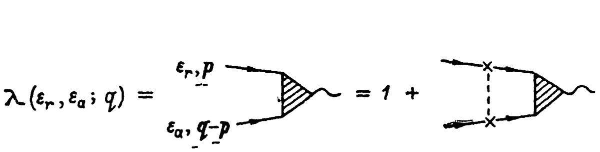
Теоретически исследованы поправки типа Маки—Томпсона (МТ) и Асламазова—Ларкина (АЛ) $\Delta\eta$ к термоэлектрическому коэффициенту, фигурирующему в линейном соотношении между плотностью тока и градиентом температуры. Экспериментальное исследование зависимости $\Delta\eta\,(T,\ H)$ позволит получить сведения относительно энергетической зависимости $g\,(\Omega)$ константы межэлектронного взаимодействия.

Как известно [1-3], взаимодействие электронов в куперовском канале значительно влияет на проводимость материалов вблизи температуры сверхпроводящего (СП) перехода (в области $T > T_c$), причем в «грязных» материалах это влияние остается заметным достаточно далеко от СП перехода. Представляет интерес вклад СП флуктуаций в термоэдс. На эту тему накоплен обширный экспериментальный материал (см. [4] и ссылки там). В материалах типа $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ обнаружен пик в температурной зависимости термоэдс $\alpha=\alpha\,(T)$. В целях объяснения и интерпретации экспериментальных данных необходимо вычислить поправки к термоэдс за счет СП флуктуаций. Так же как и при исследовании проводимости [5], наиболее интересными оказываются поправки $\Delta\eta_{\parallel}$ для слоистых (типа $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$) материалов.

Для исследования флуктуационных эффектов удобен диаграммный формализм в методе линейного отклика. Межэлектронное взаимодействие в куперовском канале (с малым суммарным импульсом) удобно описывать с помощью эффективного пропагатора $L_{\alpha\beta\gamma\delta}\,(\Omega,\ \mathbf{q})$ [1]



Жирной точке соответствует эффективная константа взаимодействия g с большой передачей импульса. Заштрихованная треххвостая вершина λ соответствует квантовой интерференции электронов при рассеянии на примесях.



Учитывая специфику термоэдс как разностного эффекта (электроны и дырки, дрейфуя под действием градиента температуры ∇T, дают вклад в электрический ток $\mathbf{j}$ с разными знаками), необходимо провести более точное вычисление λ и L, чем это делается обычно (см., например, [5, 6]).

Расчет делается в приближении точечной примеси; при этом, в частности, $\tau(\varepsilon)\,\rho(\varepsilon)=\mathrm{const}(\varepsilon)$, где $\tau(\varepsilon)$ — время релаксации электронов с энергией ε по импульсам, $\rho(\varepsilon)$ — односпиновая плотность состояний электронов.

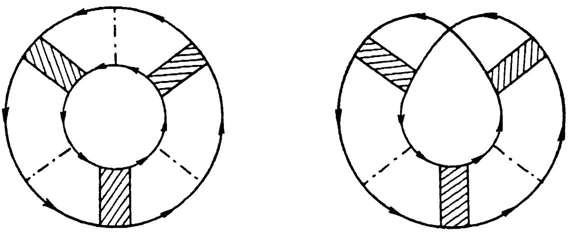


Рис. 1. Замкнутые графики, являющиеся поправками к термодинамическому потенциалу.

Штрихпунктирная линия — межэлектронное взаимодействие, определяемое константой g; заштрихованные прямоугольники — примесные лестницы.

Термин «грязный» по отношению к материалу означает, что $\tau T \ll 1$. В результате расчета в формализме мацубаровских частот получим

$$\lambda(\varepsilon_r,\ \varepsilon_a;\ \mathbf{q})=\Big[\tau(\varepsilon_r-\varepsilon_a)-\tau^2(\varepsilon_r-\varepsilon_a)^2+\tau\hat{D}\mathbf{q}^2+\frac{i}{2}(\varepsilon_r+\varepsilon_a)\{\tau'_\mu(\varepsilon_r-\varepsilon_a)+ +(\tau\hat{D})'_\mu\,\mathbf{q}^2-2\tau\tau'_\mu(\varepsilon_r-\varepsilon_a)^2\}\Big]^{-1},\quad \varepsilon_r>0,\ \varepsilon_a<0,\ \hat{D}\mathbf{q}^2=\langle\tau(\mathbf{vq})^2\rangle, \tag{1}$$

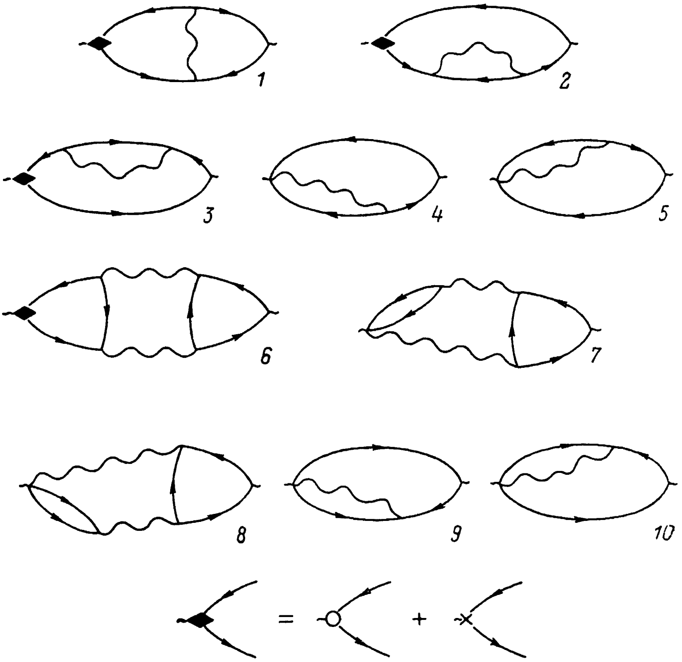


Рис. 2. Набор фейнмановских диаграмм для поправок к термоэлектрическому коэффициенту до усреднения по примесям.

Кружочек и крестик в графическом равенстве обозначают поток кинетической и потенциальной энергий соответственно.

$$L_{\alpha\beta\gamma\delta}(\Omega,\ \mathbf{q})=L(\Omega,\ \mathbf{q})(\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma}-\delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\delta}),$$

$$L(\Omega,\ \mathbf{q})=-1/\rho\cdot\Big[\ln(T/T_c)+\Psi\Big(\frac{1}{2}+\frac{|\Omega|+\hat{D}\mathbf{q}^2}{4\pi T}\Big)- -\Psi\Big(\frac{1}{2}\Big)+\frac{i}{2}\,\Omega\Big\{1/\rho g\,(\ln|g|)'_\mu+\Big[\Psi\Big(\frac{\omega_d}{2\pi T}+\frac{1}{2}\Big)-\Psi\Big(\frac{1}{2}\Big)\Big](\ln\tau)'_\mu\Big\}\Big]^{-1}. \tag{2}$$

Выражение $\langle\tau\,(\mathbf{vq})^2\rangle$ понимается как среднее по изоэнергетической поверхности. В формулах (1), (2) и в дальнейшем обозначение A'_μ понимается как $(dA/d\varepsilon)_{\varepsilon=\mu}$ для любой физической величины A. Величина ω_d есть характерная максимальная частота фононов, обеспечивающих межэлектронное взаимодействие.

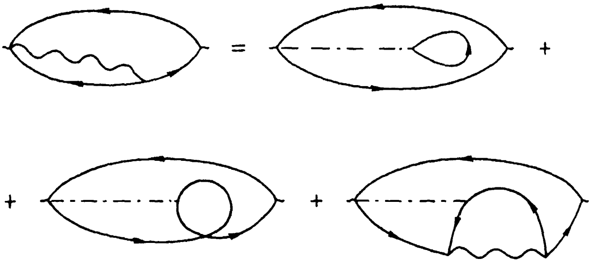


Рис. 3. Графическое определение потока энергии куперовских пар.

Как известно, учет СП флуктуаций соответствует фейнмановским диаграммам, получающимся вставлением токовых вершин и вершин потока тепла в замкнутые графики (рис. 1). При этом необходимо учитывать поток как кинетической, так и потенциальной энергии; это соответствует[1] вставлению вершин потока тепла как в сами функции Грина, так и в вершины взаимодействия и в примесные потенциалы (крестики на диаграммах). На рис. 2 изображены возникающие при этом диаграммы до усреднения по примесям.

Воспользовавшись соотношением Онсагера, можно от расчета тока под действием ∇T (не вводимого в гамильтониан статистического возмущения) перейти к расчету теплового потока $\mathbf{j}^T$ под действием электрического поля, которое удобно выбрать в поперечной калибровке $\mathbf{E}=-i\,\omega\mathbf{A}$ (на графике *1* рис. 2, например, это обозначено явно). Находя функцию термоэлектрического отклика $Q_{\alpha\beta}\,(\omega_\nu)$, где $\omega_\nu=2\pi T\nu$, и продолжая ее аналитически в область вещественных частот ($i\,\omega_\nu \to \omega+i0$ так, чтобы выполнялось соотношение $j^T_\alpha\,(\omega)=Q_{\alpha\beta}\,(\omega)A_\beta\,(\omega)$), получим

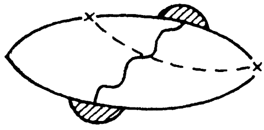
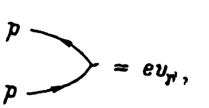


Рис. 4. Пример усреднения по примесям потока потенциальной энергии.

$$\eta_{\alpha\beta}=(\sigma\alpha)_{\alpha\beta}=\frac{1}{T}\,lim\,(Q_{\alpha\beta}(\omega)/-i\omega)_{\omega\to 0}\,.$$

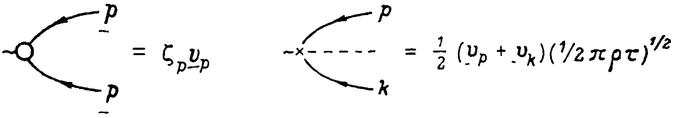
Диаграммы *4*, *5*, *9*, *10* рис. 2 для понимания надо расшифровать (рис. 3). Функция $Q_{\alpha\beta}$ вычисляется по формуле Кубо, через корреляционную функцию $\langle j^T_\alpha,\ j_\beta\rangle$, усредненную по основному состоянию системы. Доказательству того, что данный набор диаграмм соответствует требованию $Q_{\alpha\beta}\,(0)=0$, посвящено Приложение. Рассеяние на примесях учитывается в лестничном приближении, соответствующем малому параметру $1/\mu\tau$. Если вершина потока тепла входит в примесный потенциал (крестик), то его необходимо усреднить с потенциалом, стоящим на какой-либо функции Грина, например рис. 4. При этом токовой (справа) вершине соответствует $e\cdot\mathbf{v}_p$



---

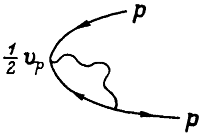
[1] Автор благодарен А. В. Сергееву за то, что он указал на это обстоятельство в частной беседе.

а вершине потока тепла (слева) — соответственно $\zeta_p \mathbf{v}_p$



для переноса кинетической энергии и $\frac{1}{2}(\mathbf{v}_p+\mathbf{v}_k)(1/2\pi\rho\tau)^{1/2}$ для переноса потенциальной, где $\zeta=\varepsilon(\mathbf{p})-\mu$, e — заряд электрона.

При этом учтено равенство $1/\tau=2\pi\rho N_i \langle|u_i|\rangle^2$ для времени релаксации электронов по импульсам. Что касается вершины потока тепла в диаграммах *4*, *5*, *9*, *10* рис. 2, то из суммирования в рис. 3 можно показать, что этой вершине нужно приписывать $1/2\ \mathbf{v}_p$



(соответствующая этой вершине константа g входит в пропагатор).

Всем диаграммам рис. 2, кроме *1*, соответствует дополнительный множитель (-1) из-за наличия замкнутой электронной петли.

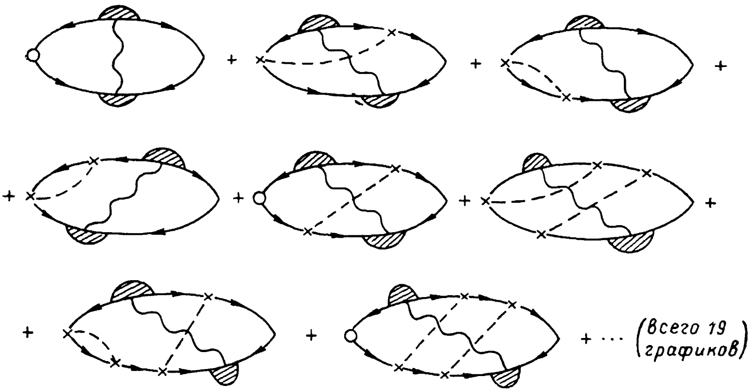


Рис. 5. Набор графиков, полученных после усреднения аномальной МТ диаграммы по примесям.

1. Вычисление диаграмм

Можно показать, что вблизи СП перехода основной вклад в термоэдс дают диаграммы типа МТ (*1*) и АЛ (*6*—*8*) рис. 2. Диаграмма *1* рис. 2 вовсе не была учтена в работе Маки [7]; что же касается поправок типа АЛ, то учтен там был лишь график *6* в рис. 2, но оператор теплового потока брался в виде $i(\varepsilon+1/2\ \omega_\nu)\ \mathbf{v}_p$. Можно показать, что такая запись оператора теплового потока неверна (хотя в других случаях полученный результат может совпасть с истинным), т. е. перенос кинетической, потенциальной энергии и энергии взаимодействия не суммируется в мацубаровскую частоту. В противном случае диаграммы *2*, *3* рис. 2 давали бы вклад в термоэдс, по порядку величины равный $\alpha_0(1/\mu\tau)(1/T\tau)$; то же самое справедливо для поправок в диффузионном [6] канале; такое вне всякого сомнения невозможно, ибо термоэдс не может оставаться конечной при $T\to 0$.

Набор графиков, полученных из диаграммы *1* рис. 2 при усреднении по примесям, с расстановкой частот, соответствующей аномальному вкладу МТ, представлен на рис. 5.

Для всех диаграмм, кроме аномального МТ вклада, векторные графики несущественны. При вычислении графиков обычно возникают и некоторые другие упрощения. Так, сумма графиков 3, 4 рис. 5 и произведенных от них (всего 10 таких графиков) пропорциональна ω_ν^2 и может быть опущена (одна степень ω_ν получается за счет суммирования по ε с условием $-\omega_\nu<\varepsilon<0$, другая — за счет разложения разности $[i/2\tau(\varepsilon)-i/2\tau(\varepsilon+\omega)]$). В дальнейших вычислениях вместо ω_ν будем писать ω.

Далее рассмотрим члены, возникающие из графиков рис. 5 и не содержащие $\hat{D}\mathbf{q}^2$ и $(\hat{D}\mathbf{q})^2$ (графики *1*, *2* и симметричный к *2*). Группируя члены и учитывая, что в усредненной технике $G_{r,a}(\varepsilon,\mathbf{p})=[i\varepsilon\pm i/2\tau(\varepsilon)-\zeta_p]^{-1}$, получим

$$\mathcal{J}_\parallel=\int(d\mathbf{p})(\mathbf{v}_p)_\parallel(\mathbf{v}_{-p})_\parallel G_a(\varepsilon)G_r(\varepsilon+\omega)G_a(\Omega-\varepsilon-\omega)G_r(\Omega-\varepsilon)\times$$

$$\times\Big\{\zeta_p+(1/2G(\varepsilon))\frac{1}{2\pi\tau\rho}\int(d\mathbf{k})G_a(\varepsilon)G_r(\Omega-\varepsilon)+(1/2G_r(\varepsilon+\omega))\frac{1}{2\pi\tau\rho}\times$$

$$\times\int(d\mathbf{k})G_r(\varepsilon+\omega)G_a(\Omega-\varepsilon)\Big\}\to\int(d\mathbf{p})(\mathbf{v}_p)_\parallel(\mathbf{v}_{-p})_\parallel G_a(\varepsilon)G_r(\varepsilon)G_a(\Omega-\varepsilon)\times$$

$$\times G_r(\Omega-\varepsilon)\Big\{i\varepsilon+(1/2G_a(\varepsilon))\Big[-1+\frac{1}{2\pi\tau\rho}\int(d\mathbf{k})G_a(\varepsilon,\ \mathbf{k})\times$$

$$\times G_r(\Omega-\varepsilon,\ -\mathbf{k})\Big]+[r\leftrightarrow a]\Big\}.$$

Здесь для краткости не выписаны импульсы в функциях Грина. Преобразованное выражение проинтегрировать проще; это соответствует тому, что перенос кинетической и потенциальной энергии удобнее рассматривать вместе. Заодно здесь опущено все, что дало бы члены, пропорциональные ω^2. Для аномального МТ графика также существенно необходим учет членов $\sim\hat{D}\mathbf{q}^2$, $(\hat{D}\mathbf{q})^2$ (для других графиков с одним пропагатором учет таких членов излишен). Приведем результаты

$$\mathcal{J}_\parallel\to\mathcal{J}_1^s+\mathcal{J}_1^a+\mathcal{J}_2^a,\quad \mathcal{J}_1^s=-2\pi i\tau^3v_\parallel^2\rho,\quad \mathcal{J}_1^a=\pi\tau^3(v_\parallel^2\rho)'_\mu\hat{D}\mathbf{q}^2,$$
$$\mathcal{J}_2^a=2\pi\rho v_\parallel^2\tau^2\tau'_\mu\Omega^2+\pi\tau^2(\rho v_\parallel^2\tau)'_\mu\{\Omega^2+(\Omega-2\varepsilon)^2\}. \tag{3}$$

Можно показать в результате достаточно длинных вычислений, что член $\mathcal{J}_1^a$ и другие подобные члены, возникающие из других графиков с одним пропагатором и дающие вклад в термоэдс, по порядку величины равный $\alpha_0(1/\mu\tau)(1/T\tau)$, компенсируются полностью. Далее, учитывая (1) и выделяя наиболее расходящиеся по $\mathbf{q}$ члены, четные по частоте пропагатора Ω, получаем

$$2T\sum_\varepsilon\lambda(\varepsilon,\ \Omega-\varepsilon;\ \mathbf{q})\lambda(\varepsilon+\omega,\ \Omega-\varepsilon-\omega)\mathcal{J}\to$$

$$\to 2T\sum_\varepsilon[[\lambda\lambda]_0\mathcal{J}_2^a+\delta^s[\lambda\lambda]\mathcal{J}_1^a+\delta^a[\lambda\lambda]\mathcal{J}_2^s]=$$

$$=\frac{1}{2}\,\Omega^2/(\hat{D}\mathbf{q}^2)\left\{\Psi\left(\frac{1}{2}+\frac{\hat{D}\mathbf{q}^2+2\omega-|\Omega|}{4\pi T}\right)-\Psi\left(\frac{1}{2}+\frac{\hat{D}\mathbf{q}^2+|\Omega|}{4\pi T}\right)\right\}\Theta(\omega-|\Omega|)\times$$

$$\times[(\rho v_\parallel^2\tau)'_\mu-\hat{D}'_\mu\mathbf{q}^2/(\hat{D}\mathbf{q}^2)(\rho v_\parallel^2\tau)]-(\rho v_\parallel^2\tau)'_\mu[\omega-|\Omega|]\Theta(\omega-|\Omega|)+O(\mathbf{q}^2). \tag{4}$$

Аналогично в Ψ-функциях можно пренебречь членами $\hat{D}\mathbf{q}^2$ (что нельзя делать в пропагаторе L). Буквой Θ обозначена стандартная функция

$$\Theta(t)=1,\ t\geqslant 0;\ \Theta(t)=0,\ t<0.$$

Под $\delta^s[\lambda]$ и $\delta^a[\lambda]$ понимаются следующие выражения:

$$\delta^s[\lambda(\varepsilon_r,\ \varepsilon_a;\ \mathbf{q})]=\delta^s\left[\frac{1}{\tau(\varepsilon_r-\varepsilon_a)+\tau\hat{D}\mathbf{q}^2-\tau^2(\varepsilon_r-\varepsilon_a)^2+\ldots}\right]=\tau^2(\varepsilon_r-\varepsilon_a)^2\lambda^2,$$

$$\delta^a[\lambda]=\delta^a\left[\frac{1}{\tau(\varepsilon_r-\varepsilon_a)+\tau^2\hat{D}\mathbf{q}^2+(i/2)(\varepsilon_r+\varepsilon_a)\{\tau'_\mu(\varepsilon_r-\varepsilon_a)+(\tau\hat{D})'_\mu\mathbf{q}^2\}+\ldots}\right]=$$
$$=-i/2(\varepsilon_r+\varepsilon_a)\{\tau'_\mu(\varepsilon_r-\varepsilon_a)+(\tau\hat{D})'_\mu\mathbf{q}^2\}\lambda^2. \tag{5}$$

Во всех диаграммах, кроме аномального МТ вклада, можно упростить (5) в том же приближении по $\mathbf{q}$

$$\delta^s[\lambda]=\tau(\varepsilon_r-\varepsilon_a)\lambda,\quad \delta^a[\lambda]=-i/2(\ln\tau)'_\mu(\varepsilon_r+\varepsilon_a)\lambda. \qquad (6)$$

Для некоторых графиков может потребоваться разложение еще более высокого порядка по частотам; в том же приближении по $\mathbf{q}$

$$\delta^s\delta^a[\lambda_1(\varepsilon_{r1},\ \varepsilon_{a1};\ \mathbf{q})\lambda_2]=-i\tau'_\mu[\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}-\varepsilon_{a1}\varepsilon_{a2}]\lambda_1\lambda_2,\quad \delta^s\delta^a[\lambda]=0. \qquad (7)$$

Из той же диаграммы *1* рис. 2 из графиков с другой (не аномальной) расстановкой знаков G_r и G_a получим после суммирования по фермионной частоте, выделяя четные члены по Ω, в заданном порядке по τ

$$-(\rho v_\parallel^2\tau)'_\mu\left\{\Omega[\varphi(\omega+|\Omega+\omega|)-\varphi(\omega+|\Omega-\omega|)]+\frac{1}{2}[2\omega+2|\Omega|-|\Omega+\omega|-\right.$$
$$\left.-|\Omega-\omega|]-\frac{1}{2}\frac{\Omega^2}{4\pi T}[\varphi'(|\Omega|)+\varphi'(2\omega+|\Omega|)]\right\}. \qquad (8)$$

Здесь и в дальнейшем для краткости используется переобозначение $\Psi(1/2+x/4\pi T)\to\varphi(x)$, $\Psi'(1/2+x/4\pi T)\to\varphi'(x)$. Аналогично из диаграмм *2*, *3* рис. 2 получаем

$$-\frac{1}{2}(\rho v_\parallel^2\tau)'_\mu\left\{\frac{\Omega^2}{4\pi T}[\varphi'(\omega+|\Omega+\omega|)+\varphi'(\omega+|\Omega-\omega|)]+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}[2\omega+|\Omega+\omega|+|\Omega-\omega|-2|\Omega|]\right\}. \qquad (9)$$

Сумма диаграмм *4*, *5*, *9*, *10* рис. 2 дает

$$-(\rho v_\parallel^2\tau)'_\mu\{\Omega[\varphi(\omega+|\Omega+\omega|)-\varphi(\omega+|\Omega-\omega|)]-2\omega\}. \qquad (10)$$

В результате получаем

$$\frac{1}{2}\Omega^2/(\hat{D}\mathbf{q}^2)[(\rho v_\parallel^2\tau)'_\mu-(\rho v_\parallel^2\tau)(\hat{D}'_\mu q^2/\hat{D}\mathbf{q}^2)][\varphi(2\omega-|\Omega|)-\varphi(|\Omega|)]\times$$
$$\times\theta(\omega-|\Omega|)+\frac{1}{2}(\rho v_\parallel^2\tau)'_\mu\left\{\frac{\Omega^2}{4\pi T}[\varphi'(|\Omega|)-\varphi'(2\omega-|\Omega|)]\theta(\omega-|\Omega|)+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}[2\omega+2|\Omega|-|\Omega+\omega|-|\Omega-\omega|]\right\}. \qquad (11)$$

Далее вблизи СП перехода в результате аналитического продолжения по частоте пропагатор имеет вид

$$I_{r,a}(\Omega,\ \mathbf{q})=-\frac{1}{\rho}\left[\ln(T/T_c)+\frac{\pi\hat{D}\mathbf{q}^2}{8T}\mp\frac{i\pi\Omega}{8T}-\Omega\frac{1}{2|g\rho|}(\ln|g\rho|'_\mu\right]^{-1}. \qquad (12)$$

Из (12) видно, что в пропагаторе существенны частоты $\Omega\sim\sim\alpha\max[T\ln(T/T_c),\ \hat{D}\mathbf{q}^2]$. При рассмотрении поправок $\Delta\sigma$ к проводимости достаточно [5] из всей суммы по бозонным частотам $T\Sigma_\Omega$ оставить только член с $\Omega=0$. Здесь же при $\Omega=0$ все выражение (11) обращается в нуль. В результате второй и третий члены (11) приводят к величине, имеющей малость $\ln(T/T_c)$ по отношению к главным членам (т. е. не имеющей температурных особенностей). Что касается первого члена (11), то он содержит $\hat{D}\mathbf{q}^2$ в знаменателе. Для слоистых СП материалов с сильной анизотропией коэффициента диффузии величина $\hat{D}\mathbf{q}^2$ должна быть заменена на

$$\hat{D}\mathbf{q}^2\to\frac{1}{2}v_\parallel^2\tau q_\parallel^2+2w^2a^2\sin^2(q_\perp a/2)\tau. \qquad (13)$$

a — расстояние между слоями, w — матричный элемент перескока электрона между слоями. В первом члене (11) достаточно удержать $\rho'_\mu v_\parallel^2\tau$, ибо для слоистых СП материалов остаток $(\rho(v_\parallel^2\tau)'_\mu-(\rho v_\parallel^2\tau)(\ln\hat{D}\mathbf{q}^2)'_\mu)$

мал по параметру квазидвумерия $\delta_0^2=\pi\tau w^2/4T_c$, а для трехмерных неанизотропных материалов равен нулю. Это приводит к выражению для $\Delta\eta$

$$\Delta\eta_\parallel = Te\rho'_\mu v_\parallel^2 \tau C \int (d\mathbf{q})/(\rho\hat{D}\mathbf{q}^2),$$

$$C=1/8\pi T^3 \cdot \int d\Omega\, [\Omega^2/\mathrm{sh}^2(\Omega/2T)]\,[\varphi(-i\Omega)-\varphi(i\Omega)]\,\{l_r(\Omega)-l_a(\Omega)\},$$

$$l_{r,a}(\Omega,\ \mathbf{q})=\left[t+\Psi\left(\frac{1}{2}+\frac{\hat{D}\mathbf{q}^2}{4\pi T}\mp\frac{i\Omega}{4\pi T}\right)-\Psi\left(\frac{1}{2}\right)\right]^{-1},\quad t=\ln(T/T_c). \qquad (14)$$

Очевидно, что C порядка единицы. В дальнейшем будут получены члены, имеющие дополнительный большой множитель $1/|g\rho| \sim \sim \ln(\omega d/2\pi T_c)$, и по сравнению с ними поправка $\Delta\eta_\parallel$ из (14) мала. Учитывая, что пропагатор L имеет нечетную по Ω часть, выделим нечетные по Ω части всех диаграмм с одним пропагатором рис. 2. Диаграмма *1* дает (в заданном порядке по τ)

$$-i\Omega/\hat{D}\mathbf{q}^2(\rho v_\parallel^2\tau)\,[\varphi(2\omega-|\Omega|)-\varphi(|\Omega|)]\,\Theta(\omega-|\Omega|)-$$
$$-i(\rho v_\parallel^2\tau)\Big\{[\varphi(\omega+|\Omega+\omega|)-\varphi(\omega+|\Omega-\omega|)]+$$
$$+\frac{\Omega}{4\pi T}[\varphi'(|\Omega|)+\varphi'(2\omega+|\Omega|)]\Big\}. \qquad (15)$$

Первый член (15) соответствует аномальному вкладу МТ. Диаграммы *2*, *3* рис. 2 дают

$$i(\rho v_\parallel^2\tau)\frac{\Omega}{4\pi T}[\varphi'(\omega+|\Omega+\omega|)+\varphi'(\omega+|\Omega-\omega|)]. \qquad (16)$$

Сумма диаграмм *4*, *5*, *9*, *10* рис. 2 дает

$$2i(\rho v_\parallel^2\tau)\,[\varphi(\omega+|\Omega+\omega|)-\varphi(\omega+|\Omega-\omega|)]. \qquad (17)$$

В результате получаем нечетную по Ω часть суммы всех диаграмм рис. 2 с одним пропагатором (члены порядка $1/\tau$, как можно показать, сокращаются аналогично четной по Ω части) имеет вид

$$-i\Omega(\rho v_\parallel^2\tau)/\hat{D}\mathbf{q}^2\,[\varphi(2\omega-|\Omega|)-\varphi(|\Omega|)]\,\Theta(\omega-|\Omega|)+i(\rho v_\parallel^2\tau)\times$$
$$\times\Big\{\frac{\Omega}{4\pi T}[\varphi'(2\omega-|\Omega|)-\varphi'(|\Omega|)]\,\Theta(\omega-|\Omega|)+$$
$$+[\varphi(\omega+|\Omega+\omega|)-\varphi(\omega+|\Omega-\omega|)]\Big\}. \qquad (18)$$

Очевидно, что первая часть выражения (18) дает максимальный вклад в $\Delta\eta$ из-за наличия дополнительного множителя $\hat{D}\mathbf{q}^2$ в знаменателе. Умножая на $L(\Omega,\ \mathbf{q})$ и производя суммирование по Ω и интегрирование по $\mathbf{q}$, получим

$$\Delta\eta_\parallel=-\sigma_0 T/e\cdot\left\{\frac{1}{2g\rho}(\ln|g|)'_\mu+\frac{1}{2}\left[\Psi\left(\frac{1}{2}+\frac{\omega d}{2\pi T}\right)-\Psi\left(\frac{1}{2}\right)\right](\ln\tau)'_\mu\right\}\times$$
$$\times\int(d\mathbf{q})/(\rho\hat{D}\mathbf{q}^2)\,F[T,\ \mathbf{q}], \qquad (19)$$

где $\sigma_0=e^2(\rho v_\parallel^2\tau)$ — остаточная проводимость двумерной пленки. Функция F, полученная путем аналитического продолжения суммы по Ω, равна

$$F[T,\ \mathbf{q}]=F[t,\ \hat{D}\mathbf{q}^2]=1/8\pi T^3\cdot\int d\Omega\,[\Omega^2/\mathrm{sh}^2(\Omega/2T)]\times$$
$$\times[\varphi(-i\Omega)-\varphi(i\Omega)]\,\{l_r^2(\Omega,\ \mathbf{q})-l_a^2(\Omega,\ \mathbf{q})\}. \qquad (20)$$

Вблизи СП перехода основной вклад в интеграл по $\mathbf{q}$ дают малые $\mathbf{q}$ ($\hat{D}\mathbf{q}^2 < T$). В этом приближении (проинтегрировать (20) точно не представляется возможным) получим $F\,[T=T_c,\ \mathbf{q}=0]=8/\pi$. Если же, напротив, температура очень высока, для F получается асимптотика

$$F=C/(\ln T/T_c)^3,\quad C=\frac{1}{\pi}\int dx\,(x^2/\mathrm{sh}^2 x)\left|\Psi\left(\frac{1}{2}-\frac{ix}{2\pi}\right)-\Psi\left(\frac{1}{2}+\frac{ix}{2\pi}\right)\right|^2. \tag{21}$$

Таким образом, можно считать $F\,[T,\ \mathbf{q}]=F\,[t]$ и интеграл по $\mathbf{q}$ обретает вид $\int (d\mathbf{q})\,(1/\hat{D}\mathbf{q}^2)$.

В случае двумерия такой интеграл расходится. Поэтому учтем процессы неупругого рассеяния (фононное и на парамагнитных примесях). Это приводит к замене $\hat{D}\mathbf{q}^2 \to \hat{D}\mathbf{q}^2+1/\tau_\varphi$ в формуле (1) для трехвостки и соответственно в (19), где τ_φ — сбой фазы электрона за счет неупругих процессов. Для τ_φ можно записать

$$1/\tau_\varphi=1/\tau_{ph}+2/\tau_s,\quad 1/\tau_s=2\pi\rho N_s\langle S\,(S+1)\,|u_s|^2\rangle, \tag{22}$$

где τ_{ph}, τ_s обусловлены соответственно фононным и спин-спиновым механизмами рассеяния; N_s — концентрация парамагнитных примесей; $u_s(\mathbf{r})$ — потенциал спин-спинового взаимодействия. Как известно, поскольку электрон-фононное рассеяние не препятствует образованию СП состояния, τ_{ph} не входит в выражение для куперовского пропагатора $L\,(\Omega,\ \mathbf{q})$ (обязанного иметь полюс при $\Omega=0$, $\mathbf{q}=0$, $T=T_c$). Поэтому в пропагаторе надо сделать замену $\hat{D}\mathbf{q}^2 \to \hat{D}\mathbf{q}^2+2/\tau_s$.

С учетом вышесказанного и выражения (13) для $\hat{D}\mathbf{q}^2$ получим из (19)

$$\Delta\eta_\parallel=-\sigma_0 T/e\cdot F\,[T]\left\{\frac{1}{2g\rho}(\ln|g|)'_\mu+\frac{1}{2}\left[\Psi\left(\frac{1}{2}+\frac{\omega d}{2\pi T}\right)-\Psi\left(\frac{1}{2}\right)\right](\ln\tau)'_\mu\right\}\times$$

$$\times\frac{1}{2\mu\tau}\Phi(\pi/8T\tau_\varphi),\quad \Phi(x)=-2\ln\left(\sqrt{x}+(x+\delta_0^2)^{1/2}\right),\quad \delta_0^2=\pi\tau w^2/4T_c. \tag{23}$$

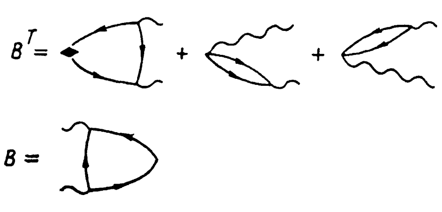
При температурах, близких к температуре СП перехода ($\ln(T/T_c)\leqslant 1$), выражение (23) удобно представить в виде

$$\Delta\eta_\parallel=\frac{1}{\pi e\mu\tau}\sigma_0 T\left\{\frac{1}{2g\rho}(\ln|g\rho|)'_\mu\right\}\Phi(t_\varphi),\quad t_\varphi=\pi/8T_c\tau_\varphi. \tag{24}$$

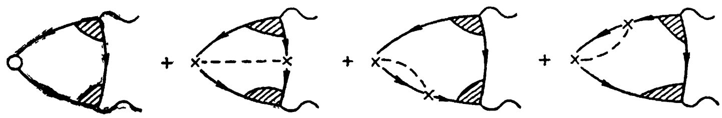
Преобразование в фигурных скобках (24) сделано с учетом уравнения БКШ

$$-1/\rho g=\Psi(1/2+\omega d/2\pi T_c)-\Psi(1/2).$$

Перейдем теперь к поправке АЛ, получаемой из диаграмм *6*, *7*, *8* рис. 2. Вычислим отдельно блоки $\mathbf{B}^T$ (Ω, $\mathbf{q}$) и $\mathbf{B}$ (Ω, $\mathbf{q}$)



Усреднение по примесям для диаграммы АЛ выполняется аналогично случаю диаграмм МТ, однако графиков возникает существенно меньше.



После суммирования по фермионной частоте получаем

$$\mathbf{B}^T=\mathbf{B}^{T,s}+\mathbf{B}^{T,a},\quad \mathbf{B}^{T,a}=-i\rho\hat{D}\mathbf{q}\left\{[\varphi'(|\Omega|)+\varphi'(|\Omega+\omega|)]\frac{\Omega+\omega/2}{4\pi T}-\right.$$

$$\left.-[\varphi'(|\Omega|)-\varphi'(|\Omega+\omega|)]\right\},\quad \mathbf{B}^{T,s}=\frac{1}{2}(\rho\hat{D}\mathbf{q})'_\mu\times$$

$$\times\left\{\frac{(\Omega+\omega/2)^2}{4\pi T}[\varphi'(|\Omega|)+\varphi'(|\Omega+\omega|)]-\omega-(\Omega+\omega/2)[\varphi(|\Omega|)-\varphi(|\Omega+\omega|)]\right\}-$$

$$-\frac{1}{2}\tau\{(\hat{D}/\tau)'_\mu\,\mathbf{q}^2(\rho\hat{D}\mathbf{q})+(\hat{D}\mathbf{q}^2)(\rho\hat{D}/\tau)'_\mu\,\mathbf{q}\}\,[2\varphi(2\omega d)-\varphi(|\Omega|)-\varphi(|\Omega+\omega|)],$$

$$\mathbf{B}=\mathbf{B}^s+\mathbf{B}^a,\quad \mathbf{B}^s=-(2\rho\hat{D}\mathbf{q}/4\pi T)[\varphi'(|\Omega|)+\varphi'(|\Omega+\omega|)],$$

$$\mathbf{B}^a=-i(\rho\hat{D})'_\mu\,\mathbf{q}\left\{\frac{\Omega+\omega/2}{4\pi T}[\varphi'(|\Omega|)+\varphi'(|\Omega+\omega|)]-\right.$$

$$\left.-[\varphi(|\Omega|)-\varphi(|\Omega+\omega|)]\right\}. \tag{25}$$

Отсюда легко можно получить вклад АЛ в функцию термоэлектрического отклика

$$\Delta Q_{\alpha\beta}(\omega_\nu)=-T/2\Sigma_\Omega\int(d\mathbf{q})\,[B_\alpha^{T,a}B_\beta^a+B_\alpha^{T,s}B_\beta^s]\,L(\Omega,\ \mathbf{q})\,L(\Omega+\omega,\ \mathbf{q}).$$

Наибольшую величину вклада дают член $-\omega(\rho\hat{D})'_\mu\mathbf{q}/2$ и последний член из $\mathbf{B}^{T,s}$ в свертке с $\mathbf{B}^s$. Первый приводит к поправке

$$\Delta\eta_\parallel=-\frac{T}{2\pi\mu\tau}(\rho v_\parallel^2\tau)'_\mu\,\Phi(t+t_s),\quad t_s=\pi/4T_c\tau_s. \tag{26}$$

Такую поправку можно не учитывать по сравнению с (23), ибо здесь отсутствует большой множитель $1/|\rho g|$. Поправка от последнего члена из $\mathbf{B}^{T,a}$ более существенна, и ее рассмотрим подробнее

$$\Delta\eta_\parallel=-\frac{\pi e\tau}{4T\,|g\rho|}\int(d\mathbf{q})\,(\rho\hat{D}\mathbf{q})_\parallel\,\{(\hat{D}/\tau)'_\mu\,\mathbf{q}^2(\rho\hat{D}\mathbf{q})_\parallel+(\hat{D}\mathbf{q}^2)(\rho\hat{D}/\tau)'_\mu\,\mathbf{q}_\parallel\}\times$$

$$\times\left(\frac{1}{-i}\frac{\partial}{\partial\omega}F(\omega)\right),\quad \frac{1}{-i}\frac{\partial}{\partial\omega}F(\omega)=(1/4\pi\rho^2)\int d\Omega\,\mathrm{cth}(\Omega/2T)\times$$

$$\times[l_r(\Omega,\ \mathbf{q})-l_a(\Omega,\ \mathbf{q})]\,\frac{i\pi}{8T}[l_r^2+l_a^2], \tag{27}$$

где $F(\omega)$ есть аналитическое продолжение суммы $T\,\Sigma_\Omega L(\Omega)\,L(\Omega+\omega)$. Подобное аналитическое продолжение делалось в работе [5] для проводимости. При этом использовано тождество $Q_{\alpha\beta}(0)=0$ (см. Приложение).

В результате интегрирования по частоте Ω выражение $\Delta\eta$ из (27) имеет вид

$$\Delta\eta_\parallel=\frac{\pi e\tau}{4T\,|g\rho|}\int(d\mathbf{q})\,\{(\hat{D}/\tau)'_\mu\,\mathbf{q}^2(\rho\hat{D}\mathbf{q})+(\hat{D}\mathbf{q}^2)(\rho\hat{D}/\tau)'_\mu\,\mathbf{q}\}_\parallel\times$$

$$\times\frac{\pi}{16T}\hat{D}\mathbf{q}_\parallel\left(t+t_s+\frac{\pi}{8T}\hat{D}\mathbf{q}^2\right)^{-3}.$$

Пренебрегая в числителе этого выражения членами порядка параметра квазидвумерия $\delta_0^2\ll 1$, получим

$$\Delta\eta_\parallel=\frac{2e}{\pi\,|g\rho|}\frac{T}{\mu\tau}[2(\rho v_\parallel^2\tau)'_\mu+v_\parallel^2\tau\rho'_\mu]\,\Phi(t+t_s). \tag{28}$$

Кроме этого, необходимо учесть также вклад в термоэлектрический коэффициент за счет нечетной по Ω части пропагатора $L(\Omega,\ \mathbf{q})$

$$\Delta Q_{\alpha\beta}(\omega_\nu)=-T/2\Sigma_\Omega\int(d\mathbf{q})\cdot B_\alpha^{T,a}B_\beta^s\delta^a[L(\Omega,\ \mathbf{q})\,L(\Omega+\omega_\nu,\ \mathbf{q})].$$

Отсюда с учетом (25), (2) для области вблизи СП перехода (снова используя тождество $Q_{\alpha\beta}(0)=0$) получаем

$$\Delta\eta_{\parallel}=\frac{2T}{\pi e\,|g\rho|}\,\sigma_0\,\frac{1}{\mu\tau}(\ln|g\rho|)'_{\mu}\,\Phi(t+t_s). \qquad (29)$$

Подведем итог вычислений. Поправки к величине термоэдс, являющейся объектом измерений, удобно представить в виде

$$\Delta\alpha_{\parallel}/\alpha_0=\Delta\eta_{\parallel}/\eta_0-\Delta\sigma_{\parallel}/\sigma_0,$$

где $\sigma_0=e^2(\rho v_{\parallel}^2\tau)$, $\eta_0=Te\pi^2/3\cdot(\rho v_{\parallel}^2\tau)'_{\mu}$ — остаточные проводимость и термоэлектрический коэффициент двумерной пленки. Из формул (24), (28), (29) получим для области температур вблизи СП перехода

$$\Delta\eta_{\parallel}/\eta_0=(6/\pi^3|g\rho|)\frac{1}{\mu\tau}\left[\frac{\partial\ln|g\rho|}{\partial\ln\sigma_0}[\Phi(t_{\varphi})+\Phi(t+t_s)]+\right.$$
$$\left.+\left(2+\frac{\partial\ln\rho}{\partial\ln\sigma_0}\right)\Phi(t+t_s)\right]. \qquad (30)$$

Поправки к проводимости, модифицированные с учетом неупругого рассеяния, имеют вид

$$\Delta\sigma_{\parallel}/\sigma_0=\frac{\pi}{8\mu\tau}\left[[\Phi(t_{\varphi})-\Phi(t+t_s)]/(t-t_{ph})+\frac{1}{2}[-\Phi'(t+t_s)]\right],$$

$$\Phi'(x)=-[x(x+\delta_0^2)]^{-1/2},\ t_{ph}=\frac{\pi}{8T_c\tau_{ph}}=t_{\varphi}-t_s. \qquad (31)$$

При температуре $T_c'=T_c(1-t_s)$ материал переходит в СП состояние; T_c' есть точка сингулярности пропагатора L из (2). Это соответствует смещению температуры СП перехода за счет спин-спинового рассеяния.

Из (30), (31) видно, что в области температур в непосредственной близости к СП переходу основной вклад в $\Delta a_{\parallel}/a_0$ дают поправки к проводимости; с повышением температуры начинают превалировать поправки $\Delta\eta/\eta_0$ из-за наличия большого множителя $1/|g\rho|\sim\ln(\omega d/2\pi T_c)$. Ширина температурной области, где превалируют поправки $\Delta\sigma/\sigma_0$, по порядку величины равна

$$\Delta T_{\text{кр}}\sim T_c\left[\ln(\omega d/2\pi T_c)\max\left[1;\ \left|\frac{\partial\ln|\rho g|}{\partial\ln\sigma_0}\right|\right]\right]^{-1}. \qquad (32)$$

Оценка (32) справедлива при условии $\Delta T_{\text{кр}}/T_s\gg t_s$, при этом не обязательно $\Delta T_{\text{кр}}/T_c\gg t_{ph}$, $\Delta T_{\text{кр}}/T_c\gg\delta_0^2$. Далее из (31) следует, что температурный масштаб изменения σ по порядку величины равен

$$\Delta T_{\text{изм}\,\sigma}\sim T_c/\mu\tau,\ d=2;\ \Delta T_{\text{изм}\,\sigma}\sim T_c/(\mu\tau)^2,\ d=3, \qquad (33)$$

d — размерность флуктуаций. Эта оценка справедлива при том же условии $\Delta T_{\text{изм}\,\sigma}/T_c\gg t_s$. Если бы это условие, однако, не выполнялось (т. е. влияние спин-спинового рассеяния велико), то экспериментальная зависимость $\alpha(T)$ была бы очень плавной и без пиков, что не соответствует действительности. Дополнительные аргументы в пользу малости t_s будут приведены ниже.

Рассмотрим, например, экспериментальные данные по зависимости термоэдс и проводимости вблизи T_c. Для монокристаллических образцов $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$, исследованных в [4], $T_c\simeq 90$, $\Delta T_{\text{кр}}\simeq 5$, $\Delta T_{\text{изм}\,\sigma}\simeq 2$ К. Из сравнения выражения (33) с экспериментальным масштабом изменения проводимости получаем $\mu\tau\simeq 8$ (согласно [4], поведение флуктуаций там трехмерное). Такая оценка $\mu\tau$ вызывает доверие.

Если предположить, что величина g имеет характерный масштаб изменения порядка μ, так же как и ρ, τ, $v_{\parallel}$ (согласно фермижидкостной теории), то из оценки (32) получится $\ln(\omega d/2\pi T_c)\simeq 10$, что невозможно. Это заставляет думать, что константа связи $g(\Omega)$ имеет гораздо более резкую зависимость от суммарной энергии взаимодействующих электронов, чем такие величины, как ρ, τ, $v_{\parallel}$; масштаб изменения g может лежать в пределах $\omega d\ll\Delta\Omega_g\ll\mu$.

Рассмотрим поправки $\Delta\alpha_{\parallel}/\alpha_0$ при разных значениях параметров. Ограничимся материалом с квазидвумерным спектром ($\delta_0 \ll 1$), случаем t_s, $_{ph} \ll 1$. Если $t_s \ll t \ll \delta_0^2$, t_{ph}, поправка $\Delta\alpha_{\parallel}/\alpha_0$ будет иметь вид

$$\Delta\alpha_{\parallel}/\alpha_0 = 6/\pi^3 \cdot (1/\mu\tau)(1/|g\rho|)\frac{\partial \ln|g|}{\partial \ln \sigma_0}\left[\Phi(t_{ph}) - 2\ln\left(\delta_0 + \sqrt{t}\right)\right] -$$

$$- \pi/8 \cdot (1/\mu\tau)\left[\left(-\Phi(t_{ph}) - 2\ln\left(\delta_0 + \sqrt{t}\right)\right)/t_{ph} + 1/\left(2\delta_0\sqrt{t}\right)\right]. \quad (34)$$

Рассматривать меньшие t не имеет смысла, ибо в области температур, где, согласно (31), $\Delta\sigma/\sigma_0 \simeq 1$, формулы (30) и (31) требуют уточнения (т. е. учета графиков более высокого порядка по L в теории возмущений). Если же δ_0^2, $t_s \ll t$, t_{ph}, то

$$\Delta\alpha_{\parallel}/a_0 = 6/\pi^3 \cdot (1/\mu\tau)(1/|g\rho|)\frac{\partial \ln|g|}{\partial \ln \sigma_0}\left[-\ln(t_{ph}) - \ln(t)\right] -$$

$$- \pi/8 \cdot (1/\mu\tau)\left[(\ln(t) - \ln(t_{ph}))/(t - t_{ph}) + 1/2t\right]. \quad (35)$$

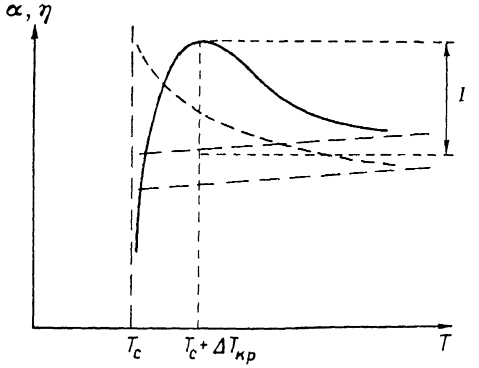


Рис. 6. Качественная температурная зависимость $\alpha_{\parallel}$ (сплошная линия) и $\eta_{\parallel}$ (штриховая линия) в широком интервале T.

$I = \alpha_0 (T_c)(1/\mu\tau) \ln(\omega_d/2\pi T_c) \ln(8T_c\tau_\varphi/\pi) \max[1, |\partial \ln|\rho g|/\partial \ln \sigma_0|]$.

Наконец, если δ_0^2, t_{ph}, $t_s \ll t$, получим

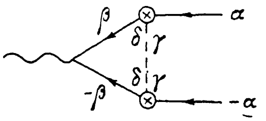
$$\Delta\alpha_{\parallel}/\alpha_0 = 6/\pi^3 \cdot (1/\mu\tau)(1/|g\rho|)\frac{\partial \ln|g|}{\partial \ln \sigma_0}\Phi(t_{ph}) - \pi/8 \cdot (1/\mu\tau)\left[\Phi(t_{ph})/t + 1/2t\right]. \quad (36)$$

Если предположить, что $\partial \ln |g| / \partial \ln \sigma_0 > 0$, то график для термоэдс (рис. 6) будет похож на экспериментально наблюдаемую [4] зависимость.

2. Перенос энергии взаимодействия спин-спин (ВСС) и энергии межэлектронного взаимодействия

Несмотря на качественное совпадение теории, описанной в предыдущем разделе, с экспериментом для α, полученная температурная зависимость $\Delta\eta$ в трехмерном случае $A - B\sqrt{\ln T/T_c}$ отличается от экспериментальной [4] $A/\sqrt{\ln T/T_c}$. Объяснить данный факт представляется возможным на основе предположения о переносе энергии ВСС и межэлектронного взаимодействия. Поскольку рассеяние на парамагнитных примесях, так же как и обычное, сопровождается большой передачей импульса, техника усреднения для него аналогична [6]. Похожи на вышерассмотренные также и графики для переноса тепла из-за ВСС. Примеры представлены на рис. 7. Если линию ВСС на рис. 7 заменить линией межэлектронного взаимодействия, получим графики, не учтенные на рис. 2 (более высокого порядка по константе связи g).

Если линия ВСС охватывает вершину куперона, то при



усреднении появляется дополнительный знак минус

$$\Sigma_{(\beta,\gamma,\delta)}|u_s|^2(S_{\gamma\delta}\sigma_{\beta\alpha})(S_{\delta\gamma}\sigma_{-\beta,-\alpha}) = -N_S|u_s|^2 S(S+1).$$

В графиках 1, 2, 3, 6 (рис. 7) знак минус появляется, а в графиках 4, 5, 7 нет. Можно показать, что и в данном случае основной вклад дают аномальный график МТ (1, 2, рис. 7) и график АЛ (6, рис. 7). Результат надо удвоить, ибо со знаком плюс он уже учтен ($1/\tau_s$ входило в $1/\tau$).

Для МТ после суммирования по фермионной частоте получим четную по Ω аномальную часть диаграммы

$$-1/2\tau_s(\rho v_\parallel^2)'_\mu(1/\hat{D}\mathbf{q}^2)[\varphi(2\omega-|\Omega|)-\varphi(|\Omega|)]\Theta(\omega-|\Omega|). \tag{37}$$

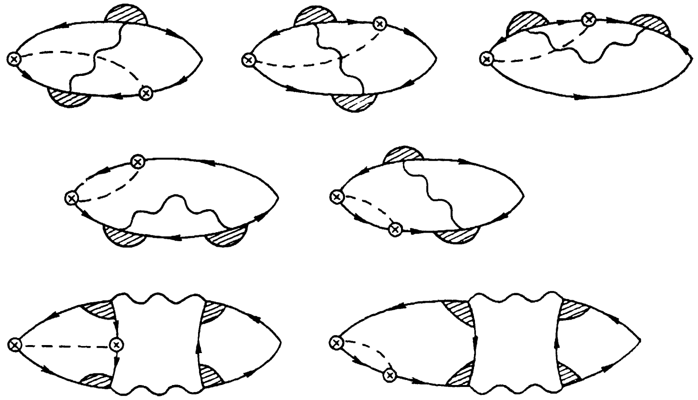


Рис. 7. Графики для переноса энергии ВСС.

Линии ВСС (с крестиками в кружочках на концах) соответствует при усреднении множитель $N_s\langle|u_s|^2 S(S+1)\rangle = 1/2\pi p\tau_s$.

Производя аналогично суммирование по Ω, получим

$$\Delta\eta_\parallel = (\pi e/8\rho\tau_s)(\rho v_\parallel^2)'_\mu\int(d\mathbf{q})[D\mathbf{q}^2+1/\tau_\varphi]^{-1}\left[t+\frac{\pi}{8T}(D\mathbf{q}^2+2/\tau_s)\right]^{-1}.$$

Отсюда с учетом (21) вблизи СП перехода

$$\Delta\eta_\parallel = (et_s/4)(1/\mu\tau)(\rho v_\parallel^2)'_\mu[[\Phi(t_\varphi)-\Phi(t+t_s)]/(t-t_{ph})]. \tag{38}$$

Диаграмма 6 рис. 7 дает вклад в $\mathbf{B}^T$

$$-1/\tau_s\frac{1}{4\pi T}(\rho\hat{D}/\tau)'_\mu\mathbf{q}[\varphi'(|\Omega|)+\varphi'(|\Omega+\omega|)]. \tag{39}$$

Отсюда легко получить

$$\Delta\eta_\parallel = (et_s/8)(1/\mu\tau)(\rho v_\parallel^2)'_\mu[-\Phi'(t+t_c)]. \tag{40}$$

Если учесть также аналогичные графики с межэлектронным взаимодействием вместо линии ВСС, то, как нетрудно показать, множитель t_s в Δn заменится на t_φ. В итоге получим

$$\Delta\eta_\parallel = (et_\varphi/4\mu\tau)(\rho v_\parallel^2)'_\mu\left[[\Phi(t_\varphi)-\Phi(t+t_s)]\frac{1}{t-t_{ph}}-\Phi'(t+t_s)/2\right],$$

$$\Delta\eta_\parallel/\eta_0 = (6/\pi^3)t_\varphi(1/\tau T)(\partial\ln(\rho v_\parallel^2)/\partial\ln\sigma_0)\Delta\sigma_\parallel/\sigma_0. \tag{41}$$

По сравнению с $\Delta\sigma/\sigma_0$ из (31) поправка из (41) $\Delta\eta/\eta_0$ имеет дополнительный множитель порядка $t_\varphi(1/\tau T_c)=t_\varphi(1/\mu\tau)(T/\mu)^{-1}$. Поскольку t_φ очень мало (см. ниже), этот множитель мал в окрестности СП перехода; соответственно мал вклад (41) в $\Delta\alpha$ по сравнению с (31). Однако зависимость (41) от t гораздо более резкая при $t\simeq t_s$, чем в формуле (30), и соответствует экспериментальным данным вблизи T_c. Из этих данных можно оценить параметры t_s и t_φ. Из рис. 2, 3 [4] видно, что в трехмерном случае зависимость $\Delta\eta(T)$ начинает отклоняться от закона $A/\sqrt{\ln(T/T_c)}$ при $\sqrt{(T-T_c)/T_c}\simeq 0.04$; отсюда $t_s\simeq 2\cdot 10^{-3}$. Далее можно оценить коэффициент A как 0.5 мкВ$\cdot$К$^{-1}\cdot$Ом$^{-1}\cdot$м$^{-1}$. Из величины термоэдс вне флуктуационной области можно получить масштаб $\mu\simeq 0.4$ эВ и параметры $T_c/\mu\simeq 0.025$, $\tau T_c\simeq 0.2$, что вполне разумно. Зная A, можно из (41) получить оценку по порядку величины $t_\varphi\simeq 0.01$. Таким образом, в данном материале действие фононных процессов несколько сильнее, чем ВСС, и основной вклад поэтому вносят поправки АЛ, которые не подавляются фононными процессами.

Рассмотрим поправки $\Delta\eta_\parallel/\eta_0$ из (41) при разных значениях параметров. Если $t\ll t\ll\delta^2$, t, поправка $\Delta\alpha/\alpha$ будет иметь вид

$$\Delta\eta_\parallel/\eta_0=(3/4\pi^2)(1/\mu\tau)t_\varphi(1/\tau T_c)(\partial\ln(\rho v_\parallel^2)/\partial\ln\sigma_0)\times$$
$$\times\left[\left(-\Phi(t_{ph})-2\ln\left(\delta_0+\sqrt{t}\right)\right)/t_{ph}+1/(2\delta_0\sqrt{t})\right]. \tag{42}$$

Если же δ^2, $t_s\ll t$, t_{ph}, то

$$\Delta\eta_\parallel/\eta_0=(3/4\pi^2)(1/\mu\tau)t_\varphi(1/\tau T_c)(\partial\ln(\rho v_\parallel^2)/\partial\ln\sigma_0)\times$$
$$\times\left[(\ln(t)-\ln(t_{ph}))/(t-t_{ph})+1/2t\right]. \tag{43}$$

Наконец, если δ_0^2, t_{ph}, $t_s\ll t$, получим

$$\Delta\eta_\parallel/\eta_0=(3/4\pi^2)(1/\mu\tau)t_\varphi(1/\tau T_c)(\partial\ln(\rho v_\parallel^2)/\partial\ln\sigma_0)\left[\Phi(t_{ph})/t+1/2t\right]. \tag{44}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ

Как известно, по аналогии с [6] все графики для оператора термоэлектрического отклика $Q_{\alpha\beta}$ можно получить, вставляя токовые вершины и вершины потока тепла разными способами в замкнутые графики, причем возникают следующие элементарные блоки (рис. 8).

Удобно ввести обозначения $\mathbf{q}=\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2$, $\mathbf{w}=\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_2$, $\Omega=\varepsilon_1+\varepsilon_2$. Если $\omega_\nu=0$, то блокам соответствуют следующие выражения (до интегрирования по $\mathbf{q}$ и суммирования по частотам):

$$[1]_\alpha\to\int(d\mathbf{w})\{G_2(\varepsilon_2,\ \mathbf{p}_2)(\nabla_{p1})_\alpha G_1(\varepsilon_1,\ \mathbf{p}_1)+G_1(\nabla_{p2})_\alpha G_2\}=$$
$$=2\int(d\mathbf{w})(\nabla_q)_\alpha G_1G_2\to 2(\nabla_q)_\alpha\Gamma,$$

$$[2]_\beta=\int(d\mathbf{w})\{G_2(\nabla_q)_\beta[i\varepsilon_1G_1]+G_1(\nabla_q)_\beta[i\varepsilon_2G_2]\}\to(\mathbf{T})_\beta,$$

$$[3]_{\alpha\beta}=\int(d\mathbf{w})\left\{\left[\int(d\mathbf{k})G^2(\varepsilon_1',\ \mathbf{k})\zeta_k(\nabla_k)_\alpha v_\beta\right]\frac{\partial}{\partial\mu_1}+\left[\int(d\mathbf{k})G^2(\varepsilon_2')\zeta_k(\nabla_k)_\alpha v_\beta\right]\frac{\partial}{\partial\mu_2}\right\}\times$$
$$\times G_1G_2-\int(d\mathbf{w})\left\{\Sigma(\varepsilon_1')\left(\int(d\mathbf{k})(\nabla_k)_\alpha(\nabla_k)_\beta G^2(\varepsilon_1')-\int(d\mathbf{k})G^2(\varepsilon_1')(\nabla_k)_\alpha v_\beta\right)\frac{\partial}{\partial\mu_1}+\right.$$
$$\left.+\Sigma(\varepsilon_2')\left(\int(d\mathbf{k})(\nabla_k)_\alpha(\nabla_k)_\beta G^2(\varepsilon_2')-\int(d\mathbf{k})G^2(\varepsilon_2')(\nabla_k)_\alpha v_\beta\right)\frac{\partial}{\partial\mu_2}\right\}G_1G_2,$$

$$[4]_{\alpha\beta}=\int(d\mathbf{w})\{2i\varepsilon_1(\nabla_q)_\alpha[G_2(\nabla_q)_\beta G_1]+2i\varepsilon_2(\nabla_q)_\alpha[G_1(\nabla_q)_\beta G_2]-$$
$$-i\varepsilon_1G_1^2G_2(\nabla_{p1})_\alpha(\mathbf{v}_{p1})_\beta-i\varepsilon_2G_2^2G_1(\nabla_{p2})_\alpha(\mathbf{v}_{p2})_\beta-[(\mathbf{v}_1)_\alpha(\mathbf{v}_1)_\beta G_1^2G_2+(\mathbf{v}_2)_\alpha(\mathbf{v}_2)_\beta G_2^2G_1)]\}$$

Вклад в термоэлектрический ток, соответствующий этим графикам, равен

$$J_\alpha = A_\beta \int (d\mathbf{q})\, T\Sigma_\Omega ([1]_\alpha [2]_\beta + T\Sigma_{(\varepsilon')} [3]_{\alpha\beta} + [4]_{\alpha\beta}) \int T\Sigma \ldots \int T\Sigma \ldots \Gamma \ldots \Gamma \ldots .$$

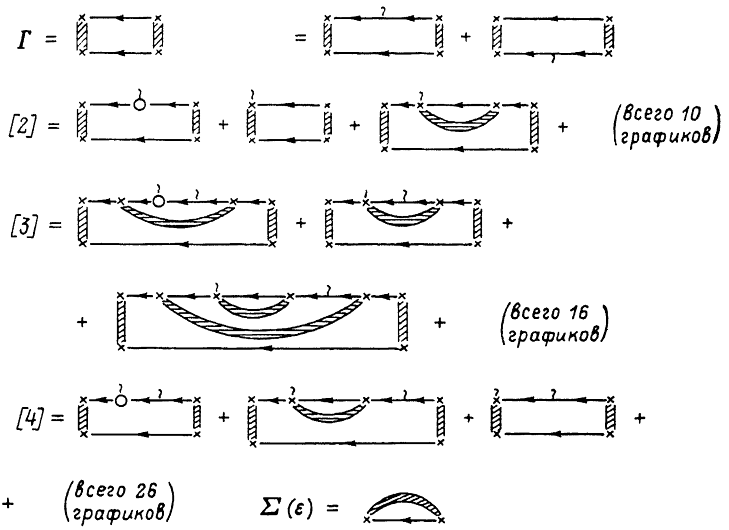


Рис. 8. Графики, возникающие при вставлении вершин тока и потока тепла в диаграммы рис. 1.

Заштрихованная полоса обозначает сумму примесной линии и линии, соответствующей межэлектронному взаимодействию

Также необходимо учесть прямой вклад в $\mathbf{j}^T$, аналогичный диамагнитному току. Этому соответствуют графики рис. 9. В сумме рис. 9 с наборами графиков [3], [4] получается вклад в $Q_{\alpha\beta}$

$$\int (d\mathbf{q})\, T\Sigma_\Omega \int (d\mathrm{w}) (\nabla_q)_\alpha (G_2 (\nabla_q)_\beta [i\varepsilon_1 G_1] + G_1 (\nabla_q)_\beta [i\varepsilon_2 G_2]) \int T\Sigma \ldots \int T\Sigma \ldots \Gamma \ldots$$

$$\ldots \Gamma \ldots = \int (d\mathbf{q})\, T\Sigma_\Omega (\nabla_q)_\alpha (\mathrm{T})_\beta \int T\Sigma \ldots \int T\Sigma \ldots \Gamma \ldots \Gamma \ldots .$$

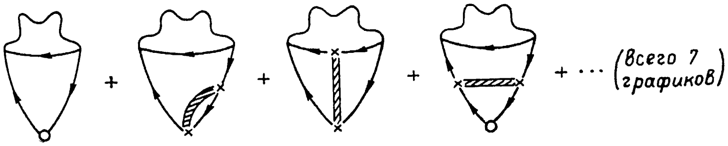


Рис. 9. Прямой вклад в тепловой поток.

Учитывая оставшиеся графики [1], [2] и интегрируя по $\mathbf{q}$, получим интеграл от градиента

$$\int (d\mathbf{q}) [2 (\nabla_q)_\alpha T_\beta + 2 (\mathrm{T})_\beta (\nabla_q)_\alpha] \int T\Sigma \ldots \int T\Sigma\Gamma \ldots \Gamma = 0.$$

Автор выражает благодарность А. Г. Аронову за руководство в работе и полезные обсуждения, А. Ю. Зюзину за полезные обсуждения.

Список литературы

[1] Асламазов Л. Г., Ларкин А. И. // ФТТ. 1968. Т. 10. С. 1104.
[2] Maki K. // Progr. Theor. Phys. 1968. V. 39. P. 897.
[3] Thompson R. S. // Phys. Rev. 1970. V. B1. P. 327.

[4] Howson M. A. et al. // J. Phys. Cond. Matter. 1989. V. 1. P. 465.
[5] Askamazov L. G., Variamov A. A. // J. Low. Temp. Phys. 1980. V. 38. P. 223.
[6] Altshuler B. L., Aronov A. G. // Electron-electron interaction in disordered systems // Ed. Efros and Pollak. 1985.
[7] Maki K. // J. Low. Temp. Phys. 1974. V. 14. P. 419.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
22 августа 1990 г.