

УДК 548.4 : 548.571

© 1991

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИЙ  
ОБРАЗОВАНИЯ ТОЧЕЧНЫХ ДЕФЕКТОВ  
В ИОННЫХ КРИСТАЛЛАХ  
В ПРИБЛИЖЕНИИ ЛИНЕЙНОЙ СВЯЗИ**

Ю. Н. Колмогоров, А. Н. Вараксин

В приближении линейной связи (ПЛС) вычислены энергии образования вакансий, ионов замещения и внедрения в некоторых щелочно-галоидных кристаллах (использована оболочечная модель Дика—Оверхаузера). Показано, что энергии образования дефектов, вычисленные в ПСЛ, отличаются от точных значений, полученных методом молекулярной статики, на (2–5) %, если использовать мотт-литтлтоновские смещения ионов кристалла дефектом; при использовании точных значений смещений деформированной дефектом решетки ПЛС выполняется с точностью порядка 1 % (в обоих случаях максимальные смещения  $\xi_{\max}$  не должны превышать 10 % от постоянной решетки кристалла  $a_0$ ). При  $\xi_{\max} > 10 \% \cdot a_0$  с увеличением  $\xi_{\max}$  точность выполнения приближения линейной связи быстро падает.

Энергия образования дефекта в кристалле  $E_d$  в общем виде может быть представлена суммой двух слагаемых

$$E_d = E_{dp} + E_{pp}, \quad (1)$$

где  $E_{dp}$  — энергия взаимодействия дефекта с решеткой,  $E_{pp}$  — энергия деформации (поляризации) решетки дефектом. Если дефект производит слабую деформацию решетки (смещения ионов  $\xi_j$  из узлов кристаллической решетки значительно меньше параметра решетки  $a_0$ ), можно воспользоваться приближением линейной связи [1] для  $E_{dp}$ ,

$$E_{dp} = E_{dp}^0 - \sum_j F_j \xi_j, \quad (2)$$

и гармоническим приближением для  $E_{pp}$

$$E_{pp} = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \xi_i A_{ij} \xi_j, \quad (3)$$

где  $A_{ij}$  — матрица силовых постоянных кристалла;  $F_j$  — сила, действующая на ион  $j$  кристалла со стороны дефекта;  $E_{dp}^0$  — энергия взаимодействия дефекта с недеформированной решеткой.

Приближение линейной связи (ЛС) широко применяется при аналитических [1] и численных (см., например [2]) расчетах характеристик дефектов в кристаллах. Цель настоящей работы — в приближении ЛС провести расчеты энергий образования типичных дефектов в щелочно-галоидных кристаллах (ЩГК) и определить границы применимости этого приближения.

Условие равновесия кристалла с дефектом  $\partial E_d / \partial \xi_j = 0$  с учетом (2), (3) позволяет переписать формулу (1) в виде

$$E_d = \frac{1}{2} (E_{dp}^0 + E_{dp}), \quad (4)$$

$$\text{либо } E_d = E_{dp}^0 - E_{pp}. \quad (5)$$

Если приближение ЛС выполняется, то приближенные формулы (4), (5) должны давать те же значения  $E_d$ , что и точная формула (1). В табл. 1

Таблица 1

Проверка приближения линейной связи (формула (4))

Кристалл : дефект	Энергия, эВ					$\delta, \%$	$\frac{\xi_{\max}}{a_0} \cdot 100\%$
	$E_{dp}$	$E_{pp}$	$E_d(1)$	$E_{dp}^0$	$E_d(4)$		
KCl : ( $\text{Cl}^- \rightarrow \text{Br}^-$ )	0.26	0.05	0.31	0.36	0.31	0	3
KBr : ( $\text{Br}^- \rightarrow \text{Cl}^-$ )	-0.23	0.05	-0.18	-0.13	-0.18	0	3
KBr : $V_k$	2.35	2.26	4.61	6.81	4.58	0.7	5
KBr : $V_a$	2.73	2.24	4.97	7.17	4.95	0.4	7
LiI : $V_a$	2.20	2.42	4.62	7.90	5.05	9.3	10.8
KBr : ( $V_k + V_a$ )	7.37	1.27	8.64	9.90	8.64	0	6
KBr : ( $V_a + V_a$ )	3.62	6.88	10.50	17.21	10.42	0.8	10.8
KBr : $I(\text{K}^+)$	-4.00	2.60	-1.40	1.74	-1.13	19.3	12
KBr : $I(\text{Br}^0)$	1.09	1.61	2.70	6.60	3.85	42.6	15
KBr : $I(\text{Br}^-)$	-4.09	3.64	-0.45	6.60	+1.25	379	21

Означения дефектов:  $V_a, V_k$  — анионная и катионная вакансия; ( $\text{Cl}^- \rightarrow \text{Br}^-$ ) — ион замещения  $\text{Br}^-$  в узле  $\text{Cl}^-$ ;  $I(\text{K}^+)$ ,  $I(\text{Br}^-)$ ,  $I(\text{Br}^0)$  — междоузельные  $\text{K}^+$ ,  $\text{Br}^-$ ,  $\text{Br}^0$ . Постоянная решетки  $a_0(\text{LiI}) = 2.952$ ,  $a_0(\text{KCl}) = 3.113$ ,  $a_0(\text{KBr}) = 3.264 \text{ \AA}$  [8]; ошибка  $\delta = |(E_d(1) - E_d(4))| / E_d(1) \cdot 100\%$ .

приведены результаты расчетов  $E_{dp}^0$ ,  $E_{dp}$  и  $E_{pp}$ , выполненных методом молекулярной статики (МС) по ЭВМ-программе MOLSTAT [3]. На их основе были рассчитаны энергии образования  $E_d$  по формулам (1) и (4). Сравнение  $E_d(1)$  с  $E_d(4)$  показывает, что приближение ЛС прекрасно выполняется для дефектов в ЩГК, производящих деформацию решетки  $\xi_{\max}$  меньше 10 %  $a_0$ . При увеличении  $\xi_{\max}$  более 10 %  $a_0$  точность расчетов  $E_d$  в приближении ЛС быстро падает.

Таким образом, первый источник ошибок при использовании приближения ЛС — это выход за рамки малых смещений. Существует еще один источник ошибок — использование приближенных значений смещений  $\xi_j$  вместо точных значений («точными» можно считать смещения  $\xi_j$ , вычисленные методом МС). Например, в аналитических расчетах  $E_d$  для заряженных дефектов часто используются смещения  $\xi_j$  в форме Мотта — Литтлтона [4]. Мы провели расчеты  $E_d$  некоторых заряженных дефектов в ЩГК в приближении ЛС по формуле (4) с  $E_{dp}$  (2) и с  $\xi_j$  в форме Мотта — Литтлтона для оболочечной модели иона Дика — Оверхаузера [5]. Результаты расчетов (табл. 2) показывают, что 1) энергии образования вакан-

Таблица 2

Сравнение энергий образования дефектов в ЩГК, вычисленных методом МС и методом ЛС (формулы (2) и (4) в приближении Мотта — Литтлтона)

Кристалл : дефект	$E^{\text{MC}}, \text{эВ}$	$E^{\text{ЛС}}, \text{эВ}$	$\delta, \%$
LiI : $V_k$	4.48	4.63	3.4
LiI : $V_a$	4.62	5.24	13.4
NaBr : $V_k$	4.85	4.88	0.6
NaBr : $V_a$	5.22	5.47	4.8
KBr : $V_k$	4.61	4.66	1.1
KBr : $V_a$	4.97	5.06	1.8
RbBr : $V_k$	4.53	4.59	1.3
RbBr : $V_a$	4.76	4.81	1.1
KBr : $I(\text{K}^+)$	-1.40	-1.31	6.4
KBr : $I(\text{Br}^-)$	-0.45	+3.55	889

Ошибка  $\delta = |(E^{\text{MC}} - E^{\text{ЛС}})/E^{\text{MC}}| \cdot 100\%$ .

сий в ЩГК могут быть вычислены с хорошей точностью (2—5 %); исключение составляют анионные вакансии в кристаллах, где радиусы катионов и анионов сильно различаются (LiI); 2) для дефектов, производящих большие деформации (междоузельные ионы  $K^+$  и  $Br^-$  в  $KBr$ ), приближение Мотта—Литтлтона вносит дополнительные неточности в определении  $E_d$ .

Итак, приближение ЛС в виде функционального соотношения (2) или интегральных соотношений (4)—(5) выполняется для любых дефектов в ЩГК, производящих максимальную деформацию решетки  $\xi_{max}$ , не превышающую 10 %  $a_0$ . Дополнение приближения ЛС формулами Мотта—Литтлтона для смещений ионов  $\xi_j$  (при ограничении  $\xi_{max} < 10 \% \cdot a_0$ ) позволяет рассчитывать энергию образования дефектов в ЩГК «вручную» (без использования ЭВМ) с точностью 2—5 %.

### Список литературы

- [1] Стоунхэм А. М. Теория дефектов в твердых телах. М., 1978. 569 с.
- [2] Вараксин А. Н., Колмогоров Ю. Н. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 6. С. 1702—1707.
- [3] Колмогоров Ю. Н., Вараксин А. Н. // Деп. ВИНТИ. 1989. № 2395-В89. 137 с.
- [4] Mott N. F., Littleton M. J. // Trans. Faraday Soc. 1938. V. 34. N 2. P. 485—499.
- [5] Dick B. G., Overhauser A. W. // Phys. Rev. 1958. V. 112. N 1. P. 90—103.
- [6] Sangster M. J. L., Atwood R. M. // J. Phys. C: Sol. St. Phys. 1978. V. 11. N 8. P. 1541—1555.

Уральский политехнический институт  
им. С. М. Кирова  
Свердловск

Поступило в Редакцию  
12 сентября 1990 г.