

УДК 538.63

© 1991

**МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ЗАТУХАНИЕ
НИЗКОЧАСТОТНЫХ СПИНОВЫХ ВОЛН
В АНТИФЕРРОМАГНИТНОМ ПОЛУПРОВОДНИКЕ
ТИПА «ЛЕГКАЯ ПЛОСКОСТЬ».
ВОЗМОЖНОСТЬ ЧЕРЕНКОВСКОГО УСИЛЕНИЯ
ДРЕЙФУЮЩИМИ НОСИТЕЛЯМИ ЗАРЯДА В EuTe**

M. I. Ауслендер, Л. Д. Фальковская

Рассмотрен новый механизм электронного затухания низкочастотной спиновой моды в антиферромагнетике типа «легкая плоскость» с малым обменным полем. Исследована возможность усиления этой моды дрейфующими носителями заряда в EuTe.

Проблеме усиления спиновых волн дрейфующими носителями заряда было посвящено большое число работ, первые из которых появились около 20 лет назад [¹]. Затем этот эффект интенсивно изучался теоретически и экспериментально для слоистых структур феррит–полупроводник (обзор этих работ см. в [²]).

В магнитных полупроводниках подвижность носителей допускает выполнение условия Черенкова на частотах порядка 10 ГГц лишь для спиновых волн с волновыми числами $k > 10^5 \text{ см}^{-1}$. Такие спиновые волны могут быть активированы, например, параметрическим возбуждением (накачкой). Попытка наблюдать усиление параметрических спиновых волн в ферромагнитном полупроводнике HgCr_2Se_4 была описана в работе [³], где сообщалось о небольшом уменьшении порога поперечной накачки с увеличением напряженности электрического поля, приложенного к образцу. Аналогичный эффект еще более отчетливо наблюдался в случае продольной накачки: при равновесном пороге $\approx 28 \text{ Э}$ максимальное уменьшение порога составляет около 5 Э и эффект наблюдается в узком интервале электрических полей [⁴]. Была построена теория этого эффекта и сделаны оценки, согласующиеся с полученными экспериментальными данными. В последующей работе [⁵] эксперимент [⁴] был повторен на более совершенных образцах HgCr_2Se_4 с малым равновесным порогом продольной накачки (до 10 Э). При этом, как и следовало из теории [⁴], эффект резко возрос — было достигнуто пятикратное уменьшение порога. Сравнение экспериментальной зависимости порога от приложенного электрического поля с рассчитанной на основе теории [⁴] показало разумное согласие теории и эксперимента [⁵].

Цель настоящей работы — рассмотреть аналогичный предложенному в [⁴, ⁵] механизм затухания в случае антиферромагнетика типа легкая плоскость (АФЛП), причем мы будем рассматривать черенковское усиление низкочастотной моды. Показано, что антиферромагнитный полупроводник EuTe является материалом, где эффект мог бы наблюдаться в эксперименте по накачке.

1. Магнитоэлектрический эффект в антиферромагнитном полупроводнике

Феноменология магнитоэлектрического эффекта в магнитном полупроводнике описана в [6], а физика возникающего при этом затухания спиновых волн — в [4, 5]. Выражение для плотности индуцируемого неоднородным переменным магнитным полем электронного заряда $\rho_{\text{ind}}(\mathbf{r}, t)$ не зависит от типа магнетика. В гидродинамическом приближении для электронной плазмы полупроводника [7] легко находим для Фурье-компонент

$$\rho_{\text{ind}}(\mathbf{k}, \omega) = -(\epsilon_0/4\pi e) k^2 \delta\epsilon_c(\mathbf{k}, \omega) [1 + k^2 L_D^2 + i(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0)\tau_M]^{-1}, \quad (1)$$

где ϵ_0 — статическая диэлектрическая проницаемость; τ_M — максвелловское время релаксации $\tau_M = \epsilon_0/4\pi\sigma$; σ — проводимость; \mathbf{v}_0 — дрейфовая скорость электронов; L_D — дебаевская длина экранирования; $\delta\epsilon_c(k, \omega)$ — Фурье-компоненты сдвига дна зоны проводимости в переменном неоднородном магнитном поле волны. Для справедливости формулы (1) важно только, чтобы электроны были поляризованы по спину. Далее будет показано, что для ЕнТе это условие выполняется в полях меньших 1 кЭ.

Из соображений симметрии следует, что

$$\delta\epsilon_c(\mathbf{r}, t) = \alpha\mu_B m_z(\mathbf{r}, t) + \beta\mu_B h_z(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

где α, β — феноменологические константы; $m_z(\mathbf{r}, t)$, $h_z(\mathbf{r}, t)$ — компоненты переменных намагниченности и магнитного поля (ось Oz направлена по намагниченности и постоянному полю H_0). В ферромагнетике не очень близко к точке Кюри первое слагаемое не важно в линейном приближении [4, 5]. В антиферромагнетике при $H \ll H_c$ ($H_c = 2H_E$, H_E — обменное поле) оно, наоборот, оказывается главным. Если записать энергию электронов в потенциальном поле (2) ($\beta = 0$)

$$W_e = \int d^3 r \rho_{\text{ind}}(\mathbf{r}, t) (\alpha\mu_B/e) m_z(\mathbf{r}, t),$$

то сумму энергий магнитных моментов антиферромагнетика и W_e можно рассматривать как их энергию в эффективном магнитном поле

$$h_i^{\text{eff}}(\mathbf{k}, \omega) = h_i(\mathbf{k}, \omega) - (\alpha\mu_B/e) \rho_{\text{ind}}(\mathbf{k}, \omega) \delta_{i,z} = h_i(\mathbf{k}, \omega) + (\epsilon_0/4\pi) (\alpha\mu_B k/e)^2 \frac{m_z(\mathbf{k}, \omega)}{1 + k^2 L_D^2 + i(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0)\tau_M} \delta_{i,z}. \quad (3)$$

Таким образом, перенормируется только продольная восприимчивость антиферромагнетика

$$\chi_{zz}(\mathbf{k}, \omega) = \chi_{zz}^0(\mathbf{k}, \omega) \left[1 - \chi_{zz}^0(\mathbf{k}, \omega) (\epsilon_0/4\pi) (\alpha\mu_B k/e)^2 \frac{1}{1 + k^2 L_D^2 + i(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0)\tau_M} \right]^{-1}, \quad (4)$$

где $\chi_{ij}^0(\mathbf{k}, \omega)$ — тензор магнитной восприимчивости антиферромагнетика без учета электронов проводимости.

Феноменологическое выражение (2) легко обосновывается с помощью $s-d$ -обменной модели [6], в которой гамильтониан взаимодействия электронов проводимости с локализованными спинами имеет вид

$$\mathcal{H}_{c-l} = -(I/N) \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{p}, \sigma, \sigma'} S(\mathbf{k}) s_{\sigma\sigma'} a_{\mathbf{p}\sigma}^+ a_{\mathbf{p}+\mathbf{k}\sigma'}, \quad (5)$$

где I — $s-d$, $d-f$ и т. п. обменный интеграл; $a_{\mathbf{p}\sigma}^+$, $a_{\mathbf{p}\sigma}$ — операторы рождения и уничтожения электронов в состояниях с квазимпульсом \mathbf{p} и проекцией спина σ ; $S(\mathbf{k})$ — Фурье-компоненты спиновой плотности. В при-

ближении среднего поля (5) эквивалентен квазиклассической потенциальной энергии, зависящей от проекции спина

$$\varepsilon_c^{\sigma}(\mathbf{r}, t) = \alpha \mu_B |M(\mathbf{r}, t)| 2\sigma, \quad \alpha = IS / 2\mu_B M_0, \quad (6)$$

где $M(\mathbf{r}, t)$ — намагниченность, M_0 — ее максимальное равновесное значение, S — величина локализованного спина на узле. В равновесном состоянии $M(\mathbf{r}, t) = M_e$, причем для АФЛП в пренебрежении анизотропии в легкой плоскости

$$M = \chi_0 H_0, \quad \chi_0 = M_0 / H_c.$$

Учитывая (6), получаем отсюда выражение для спинового расщепления

$$\Delta = \Delta_0 (H_0 / H_c), \quad \Delta_0 = IS. \quad (7)$$

Для EuTe $\Delta_0 \approx 0.68$ эВ [6], $H_c = 72$ кЭ [8], так что даже в слабых полях, меньших 1 кЭ, расщепление (7) может быть на порядок больше тепловой энергии (для EuTe $T_N = 9.6$ К [6]) и электроны будут поляризованы по спину. При наличии переменного неоднородного поля $M(\mathbf{r}, t) = M_e + m(\mathbf{r}, t)$ и в линейном приближении по m из (6) при $\sigma = -1/2$ (нижняя подзона) получается выражение (2) с $\beta = 0$.

2. АФЛП

Рассмотрим магнитный полупроводник, являющийся АФЛП, и пусть магнитное поле лежит в легкой плоскости; ось Oz направим по полю, а ось Oy — по оси анизотропии. Компоненты тензора $\chi_{ij}^0(k, \omega)$ для этой геометрии приведены в [9]. Полюсами их являются частоты спиновых волн

$$\begin{aligned} \omega_{1k} &= \gamma \left[H_c \sum_{ij} \mathcal{D}_{ij} k_i k_j + H_0^2 \right]^{1/2}, \\ \omega_{2k} &= \gamma \left[H_c (1 - H_0^2 / H_c^2) (2H_A + \sum_{ij} \mathcal{D}_{ij} k_i k_j) \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь γ — гиromагнитное отношение; H_A — поле анизотропии; \mathcal{D}_{ij} — тензор коэффициентов спин-волновой жесткости, имеющий односочную симметрию. Из формулы (4) и явного выражения для $\chi_{zz}^0(k, \omega)$ [9] следует, что в пренебрежении полем спиновых волн электроны приводят к затуханию только высокочастотной моды ω_{2k} . Приравнивая нулю знаменатель выражения (4), получаем для затухания этой моды

$$\gamma \Delta H_{2k}^e = \omega \chi_0 (\epsilon_0 / 8\pi) (\alpha \mu_B k / e)^2 \frac{(\omega - kv_0) \tau_M}{(\omega - kv_0)^2 \tau_M^2 + (1 + k^2 L_D^2)^2} \quad (9)$$

(предполагается, что $\omega_{2k} = \omega$). Из формулы (6) видно, что выражение (9) в действительности не содержит μ_B и является чисто обменным. Легко видеть, что оно совпадает с аналогичным результатом, полученным ранее Лахно [10]. Так как значение α огромно (как отношение энергии хундовского обмена к магнитодипольной энергии), то значение ΔH_{2k}^e в отсутствие дрейфа носителей может для некоторых k быть порядка или больше собственного затухания этой моды. Исходя из этого, автор [10] предсказал возможность усиления высокочастотных спиновых мод в EuTe при выполнении условия Чerenкова $v_0 > \omega/k$. Основная трудность здесь связана с возбуждением таких мод с достаточно большими k с помощью стандартных методик [11]. Поэтому мы будем рассматривать только затухание низкочастотной моды, возбуждение которой в АФЛП, когда поле лежит в легкой плоскости, легко осуществимо с помощью продольной накачки [11].

Затухание низкочастотной моды на электронах появляется только при учете поля спиновых волн, т. е. при нахождении спектра не из полюсов $\chi_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$, а из уравнения магнитостатики [9]

$$1 + 4\pi \sum_{ij} n_i n_j \chi_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = 0, \quad \mathbf{n} = \mathbf{k}/k. \quad (10)$$

Обычно пренебрежение магнитостатикой оправдывают малостью χ_0 [9]. Для EuTe это приближение не оправдано, так как параметр $4\pi\chi_0 \approx 1/6$ не слишком мал и имеет смысл учитывать низшие поправки по этому параметру. В первом порядке получаем при $k \gg L^{-1}$ (L — размеры образца) анизотропные поправки к частотам

$$\begin{aligned} \Omega_{1k} &\simeq \omega_{1k} \left\{ 1 + 2\pi\chi_0 \sin^2 \theta_k [1 - \cos^2 \varphi_k (1 - (\gamma H_0)^2/\omega_{1k}^2)] \right\}, \\ \Omega_{2k} &\simeq \omega_{2k} [1 + 2\pi\chi_0 \cos^2 \theta_k]. \end{aligned} \quad (11)$$

Затухание низкочастотной моды является эффектом второго порядка

$$\begin{aligned} \gamma \Delta H_{1k}^e &\simeq \omega 2\pi\chi_0 \epsilon_0 [1 - \cos^2 \varphi_k (1 - (\gamma H_0)^2/\omega^2)] (\alpha \mu_B \chi_0/e)^2 \times \\ &\times \sin^2 \theta_k \cos^2 \theta_k \frac{(\omega - k \mathbf{v}_0) \tau_M}{(\omega - k \mathbf{v}_0)^2 \tau_M^2 + (1 + k^2 L_D^2)^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Относительное затухание $\gamma \Delta H_{1k}^e / \omega$ для низкочастотной моды оказывается приблизительно (без учета угловых факторов) в $(4\pi\chi_0)^2$ (для EuTe $\approx 1/36$) раз меньше, чем для высокочастотной.

Хотя EuTe феноменологически хорошо описывается двухподрешеточной моделью АФЛП [8], известно, что источником анизотропии в кристаллах этого типа является диполь-дипольное взаимодействие [12, 13]. Оно же, как ясно из предыдущего рассмотрения, является причиной магнитоэлектрического затухания низкочастотной моды. Поэтому последовательнее вычислять спектр и электронное затухание спиновых волн в микротеории, вводя дипольное взаимодействие непосредственно в гамильтониан антиферромагнетика. Схема такого расчета, воспроизводящего результаты (9), (11), (12), приведена в Приложении.

В заключение сделаем оценку $\gamma \Delta H_{1k}^e / \omega$ для параметров EuTe: $\epsilon_0 = 10$, $4\pi M_0 \approx 11.6$, $H_c \approx 72$, $H_A \approx 4$ кЭ [8]. При оценке следует учесть, что в магнитном полупроводнике L_D — порядка расстояния между примесями, т. е. $k^2 L_D^2 \ll 1$. Имеем из (12)

$$\max |\Delta H_{1k}^e| \simeq 2.5 \cdot 10^{-3} (k [\text{см}^{-1}] \cdot 10^{-7}) (\omega/\gamma). \quad (13)$$

В методе продольной накачки $\omega/\gamma \approx (H_A H_B)^{1/2} \approx 12$ кЭ [11]. Поэтому для $k \approx 10^6 \text{ см}^{-1}$ величина (13) ≈ 0.3 Э и вполне может быть одного порядка с величиной собственных потерь этой моды. Это означает возможность усиления при выполнении условия Черенкова.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Микроскопический расчет магнитоэлектрического затухания

Гамильтониан АФЛП имеет вид

$$\mathcal{H}_t = -(1/2N) \sum_{ij} J_{ij}(\mathbf{k}) S_i(\mathbf{k}) S_j(-\mathbf{k}) + 2\mu_B H_0 S_z(0), \quad (\text{П. 1})$$

где

$$J_{ij}(\mathbf{k}) = J(\mathbf{k}) \delta_{ij} + d_{ij}(\mathbf{k}) \quad (\text{П. 2})$$

Фурье-компоненты матрицы спин-спиновых взаимодействий, включающей изотропный обмен $J(\mathbf{k})$ и диполь-дипольное взаимодействие $d_{ij}(\mathbf{k})$.

Считая образец однодоменным, т. е. фиксируя вектор антиферромагнитной структуры \mathbf{Q} (для EuTe $\mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/a, \pi/a)$ [12]), перейдем в локальную систему координат $(O\mathbf{x}, O\mathbf{y}, O\mathbf{z})$

$$\begin{aligned} S_x(\mathbf{k}) &= S_{\bar{x}}(\mathbf{k} + \mathbf{Q}) \cos \theta + S_z(\mathbf{k} + \mathbf{Q}) \sin \theta, & S_y(\mathbf{k}) &= S_y(\mathbf{k} + \mathbf{Q}), \\ S_e(\mathbf{k}) &= -S_{\bar{x}}(\mathbf{k}) \sin \theta + S_z(\mathbf{k}) \cos \theta. \end{aligned} \quad (\text{II. 3})$$

Используя магнонное представление для спиновых операторов в локальной системе координат

$$\begin{aligned} S_{\bar{x}}(\mathbf{k}) &= (SN/2)^{1/2} (b_{\mathbf{k}} + b_{-\mathbf{k}}^{\dagger}), & S_y(\mathbf{k}) &= i(SN/2)^{1/2} (b_{-\mathbf{k}}^{\dagger} - b_{\mathbf{k}}), \\ S_z(\mathbf{k}) &= NS\delta_{0, \mathbf{k}} - \sum_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}, \end{aligned} \quad (\text{II. 4})$$

получаем для гамильтониана (П.1) разложение по степеням магнонных операторов, нулевой член которого $\mathcal{H}_l^{(0)}(\theta)$ имеет классический вид.

Для образца эллипсоидальной формы с главными осями (Ox, Oy, Oz) соотношения симметрии

$$J_{ij}(\mathbf{Q}) = J_{ij}(0) = 0, \quad i \neq j$$

приводят к тому, что условие обращения в нуль линейной части $\mathcal{H}_l^{(1)}$ совпадает с условием минимума $\mathcal{H}_l^{(0)}(\theta)$

$$\cos \theta = 2\mu_B H_0 / S (J_{xx}(\mathbf{Q}) - J_{zz}(0)). \quad (\text{II. 5})$$

Из выражения (П.5) следует связь между макро- и микропараметрами

$$2\mu_B H_c = S (J_{xx}(\mathbf{Q}) - J_{zz}(0)). \quad (\text{II. 6})$$

После этого квадратичная часть гамильтониана (П.1) принимает вид

$$\mathcal{H}_l^{(2)} = \sum_{\mathbf{k}} \{ A(\mathbf{k}) b_{\mathbf{k}}^{\dagger} b_{\mathbf{k}} + [B(\mathbf{k}) b_{\mathbf{k}} b_{-\mathbf{k}}/2 + C(\mathbf{k}) [b_{\mathbf{k}+Q}^{\dagger} b_{\mathbf{k}} + b_{\mathbf{k}} b_{-\mathbf{k}}] + \text{h. c.}] \}. \quad (\text{II. 7})$$

Коэффициенты $A(\mathbf{k})$, $B(\mathbf{k})$, $C(\mathbf{k})$ даются громоздкими выражениями, содержащими зависимость от угла подгиба θ . В отличие от случая обычной одноосной анизотропии здесь возникает перемешивание мод с волновыми векторами \mathbf{k} и $\mathbf{k} + \mathbf{Q}$, за что ответственны недиагональные элементы $d_{ij}(\mathbf{k})$

$$C(\mathbf{k}) = (S/2) \sin \theta [d_{xz}(\mathbf{k}) \cos \theta - id_{yz}(\mathbf{k} + \mathbf{Q})]. \quad (\text{II. 8})$$

Гамильтониан (П.7) диагонализируется каноническим преобразованием

$$b_{\mathbf{k}} = U_{\mathbf{k}} \beta_{\mathbf{k}} + V_{\mathbf{k}} \beta_{-\mathbf{k}}^{\dagger} + u_{\mathbf{k}} \beta_{\mathbf{k}+Q} + v_{\mathbf{k}}^* \beta_{-\mathbf{k}-Q}^{\dagger}. \quad (\text{II. 9})$$

При этом следует иметь в виду, что волновые векторы оптической моды удовлетворяют условию $\mathbf{k} < Q$; для акустической моды удобно их записывать в виде $\mathbf{k} + \mathbf{Q}$, причем также $|\mathbf{k}| < |Q|$. В общем виде диагонализация (П.7) довольно громоздка. Для наших целей достаточно ограничиться вычислением коэффициентов $u_{\mathbf{k}}$ и $v_{\mathbf{k}}$ в первом порядке, а энергии мод и коэффициенты $U_{\mathbf{k}}$, $V_{\mathbf{k}}$ находить в нулевом порядке по недиагональным элементам $d_{ij}(\mathbf{k})$

$$E(\mathbf{k}) = [A(\mathbf{k})^2 - B(\mathbf{k})^2]^{1/2}, \quad h\Omega_{1k} = E(\mathbf{k} + \mathbf{Q}), \quad h\Omega_{2k} = E(\mathbf{k}). \quad (\text{II. 10})$$

Из сравнения (П.10) с (8) и (11) с учетом явных выражений для A и B и приближения сплошной среды для $d_{ij}(\mathbf{k})$ [9] находим подтверждение (П.6) и соотношение

$$2\mu_B (2H_A) = S (d_{xx}(\mathbf{Q}) - d_{yy}(\mathbf{Q})), \quad (\text{II. 11})$$

выражающее связь поля анизотропии с коротковолновыми Фурье-компонентами дипольного взаимодействия. Для EuTe они выражаются решеточными суммами, которые численно рассчитывались в [13]. Подставляя

формулы (П.3), (П.4) и (П.9) в выражение (5) и оставляя только одну подзону ($\sigma = -$), получаем для $c-l$ обмена в линейном приближении по β_k и β_{-k}^+

$$\mathcal{H}_{c-l} \simeq -I (S\Omega/8)^{1/2} \sum_k [(U_k \beta_k + V_k \beta_{-k}^+ + u_k \beta_{k+Q} + v_k^* \beta_{-k-Q}^+) \rho_k / e + \text{h. c.}],$$

где ρ_k — Фурье-компоненты плотности электронного заряда, Ω — объем элементарной ячейки. С этим гамильтонианом вычислим массовые операторы функций Грина $\ll \beta_k; \beta_{-k}^+ \gg^\omega$ и $\ll \beta_{k+Q}; \beta_{-k-Q}^+ \gg^\omega$ методом уравнений движения во втором порядке теории возмущений по I . Имеем

$$\Sigma \left(\begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \right) (k, \omega) = (I^2 S \Omega / 8e^2) \left(\frac{|u_k + v_k|^2}{|U_k + V_k|^2} \right) \text{Im} \langle\langle \rho_k; \rho_{-k} \rangle\rangle^\omega. \quad (\text{П.12})$$

Полагая, как и при выводе (9) и (12), что частота рассматриваемой моды равна ω , получаем из (П.11), например, для низкочастотной моды

$$\begin{aligned} \gamma \Delta H_{1k}^e / \omega &= (I^2 \Omega / 8Se^2) \left[\frac{J_{xx}(Q) - J_{yy}(k)}{[J_{xx}(Q) - J_{zz}(k)]^2} \right] \left\{ (\gamma H_0 / \omega)^2 \left[\frac{d_{xz}(k)}{J_{xx}(Q) - J_{zz}(k)} \right]^2 + \right. \\ &\quad + \left[\frac{d_{yz}(k)}{J_{xx}(Q) - J_{yy}(k)} \right]^2 + \left[\frac{d_{yz}(k+Q)}{J_{xx}(Q) - J_{yy}(k+Q)} \right]^2 + \\ &\quad \left. + 2 \frac{d_{yz}(k) d_{yz}(k+Q)}{[J_{xx}(Q) - J_{yy}(k+Q)][J_{xx}(Q) - J_{yy}(k)]} \right\} \text{Im} \langle\langle \rho_k; \rho_{-k} \rangle\rangle^\omega. \quad (\text{П.13}) \end{aligned}$$

В пределе сплошной среды для $d_{ij}(k)$ и в «грязном пределе» для электронного коррелятора, когда длины спиновых волн много больше длины свободного пробега, формула (П.13) перейдет в (12) (при наличии дрейфа электронов, но при отсутствии их разогрева, достаточно просто сделать замену $\omega \rightarrow \omega - kv_0$ в электронном корреляторе). Аналогично из (П.12) получается формула (9).

Список литературы

- [1] Стил М., Вюраль Б. Взаимодействие волн в плазме твердого тела. М.: Атомиздат, 1973. Гл. 9. 247 с.
- [2] Казаков Г. Т., Филимонов Ю. А. // Изв. вузов, физика. 1989. Т. 32. № 1. С. 5—29.
- [3] Солин Н. И., Самохвалов А. А., Шумилов И. Ю. // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 44. № 10. С. 464—466.
- [4] Ауслендер М. И., Самохвалов А. А., Солин Н. И., Шумилов И. Ю. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 1. С. 223—233.
- [5] Солин Н. И., Ауслендер М. И., Шумилов И. Ю. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 8. С. 2240—2246.
- [6] Нагаев Э. Л. Физика магнитных полупроводников. М.: Наука, 1979. 431 с.
- [7] Бонч-Бруевич В. Л., Калашников С. Г. Физика полупроводников. М.: Наука, 1977. Гл. 5. 672 с.
- [8] Battles J. W., Everett G. E. // Phys. Rev. 1970. V. B1. N 7. P. 3021—3029; Боровик-Романов А. С., Демокритов С. О., Крейнис Н. М., Кудинов В. И. // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. № 4. С. 1348—1358; Демокритов С. О., Крейнис Н. М., Кудинов В. И. // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. № 2. С. 689—703.
- [9] Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967. Гл. 2. 368 с.
- [10] Лахно В. Д. // Препринт ОНТИ НЦБИ АН СССР. Пущино, 1986, 1989.
- [11] Ожогин В. И. // ЖЭТФ. 1965. Т. 48. № 5. С. 1307—1318.
- [12] Will G., Pickert S. J., Alperin H. A., Nathans R. // J. Phys. Chem. Sol. 1963. V. 24. N 12. 1679—1681.
- [13] Kaplan J. I. J. // J. Chem. Phys. 1954. V. 22. N 10. P. 1709—1712.