ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РЕЛАКСАЦИИ БЛОХОВСКОЙ ТОЧКИ

Е. Г. Галкина, Б. А. Иванов

На основе обобщенной феноменологической теории, основанной на учете в уравнении Ландау—Лифшица релаксационных слагаемых обменной природы, рассчитан коэффициент вязкого трения блоховской точки, движущейся вдоль блоховской линии. Расчет показал, что вязкость блоховской точки в магнетиках типа железо-иттриевого граната весьма велика, ее значение неплохо согласуется с экспериментальным значением.

Блоховские стенки, линии и точки представляют собой хорошо известную иерархию топологических магнитных солитонов. Среди них наименее изучены блоховские точки (БТ). Хотя представления о БТ привлекаются для описания экспериментов по динамике магнитных доменов уже более десяти лет (см. [1]), прямое их наблюдение удалось провести лишь недавно [2-4]. Теория движения БТ развивалась в работах [5, 6].

Экспериментальный анализ динамики БТ наиболее продвинулся в последней работе [4], в которой удалось наблюдать вынужденное движение БТ в железо-иттриевом гранате под действием высокочастотного магнитного поля. Такие эксперименты обычно дают набор полных данных о динамических характеристиках объекта: эффективной массе, частоте собственных колебаний, коэффициенте вязкости (см., например, работу [7], в которой изучалась динамика блоховской линии). Но колебания БТ в эксперименте [4] оказались передемпфированными и характеризовались чисто диссипативной динамикой. Поэтому единственной характеристикой, определенной в этом эксперименте, является подвижность БТ μ, связанная с коэффициентом вязкого трения БТ. Очень малое значение подвижности, $\mu \simeq 75$ см/с·Э (см. [4]), оказалось в существенном противоречии с теорией [6].

С точки зрения обычной теории, базирующейся на релаксационном слагаемом в форме Ландау—Лифшица или Гильберта, см. [1], этот результат действительно непонятен, так как железо-иттриевый гранат обладает рекордно малой константой диссипации и огромными значениями подвижности доменной границы и блоховской линии [7]. Однако мы покажем, что использование предложенной Барьяхтаром [8] обобщенной феноменологической теории релаксации, включающей учет обменной релаксации, может объяснить ситуацию.

Уравнение Ландау—Лифшица для намагниченности ферромагнетика (ФМ) **M** с учетом обменного релаксационного слагаемого в соответствии с [8] можно записать в виде

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -g[\mathbf{M}, \mathbf{F}] - \gamma \Delta \mathbf{F}, \tag{1}$$

где $g=2|\mu_0|/\hbar$ — гиромагнитное отношение, γ — постоянная, характеризующая интенсивность обменной релаксации, вектор **F** — эффективное поле ФМ, которое определяется вариационной производной энергии ФМ по намагниченности, $\mathbf{F} = -\delta W\{\mathbf{M}\}/\delta \mathbf{M}$.

Заметим, что значение безразмерной константы обменной релаксации λ_e, которую мы введем далее, оказывается не очень малым для всех ФМ (в частности, для железо-иттриевого граната при $T \sim 300$ K величина $\lambda_e \simeq 3 \cdot 10^{-2}$ [9], а «обычная» релаксационная константа $\lambda \leqslant 10^{-5}$ [7]). Однако вклад обменного слагаемого в торможение доменных стенок оказывается малым из-за наличия дополнительных (по сравнению с обычным релятивистским слагаемым, содержащим компоненты F, а не их градиенты) пространственных производных. Спецификой БТ является то, что в ней величина пространственных производных намагниченности, а значит, и эффективного поля, не мала. При использовании стандартного «ежового» решения $\mathbf{M} \backsim \mathbf{r}/r$ [5, 6], где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор в системе координат, в центре которой расположена БТ, значение $(\nabla\mathbf{M})^2 \backsim 1/r^2$ и неограниченно возрастает при $r \to 0$. (Это решение справедливо при $r < \Delta_0$, Λ_0, где Δ_0 — толщина доменной стенки, Λ_0 — ширина блоховской линии, см. подробнее [5, 6]). В силу этого обстоятельства следует ожидать, что обменная релаксация может вносить основной вклад в торможение БТ, при этом главную роль будет играть область малых r.

Структура БТ в актуальной области $r \ll \Delta_0$, Λ_0 тоже определяется только обменной энергией ФМ, поэтому мы будем исходить из выражения для энергии ФМ в обменном приближении

$$W = \int \left\{ f(M) + \frac{\alpha}{2} (\nabla\mathbf{M})^2 \right\} d\mathbf{r}. \tag{2}$$

Здесь α — константа неоднородного обмена, функция $f(M)$ определяет зависимость энергии от модуля вектора намагниченности M.

Сила торможения БТ определяется диссипативной функцией ФМ Q по формуле $F = 2Q/v$. Согласованное с (1) выражение для диссипативной функции

$$Q = \frac{1}{2} \gamma \int (\nabla\mathbf{F})^2 d\mathbf{r}, \tag{3}$$

выписанное также в обменном приближении, включает градиенты от эффективного поля $\mathbf{F}$ [8]. Используя (2), можно выразить эффективное поле $\mathbf{F}$ через вектор намагниченности

$$\mathbf{F} = -(df/dM)\,\mathbf{m} + \alpha\Delta\mathbf{M}, \quad \mathbf{m} = \mathbf{M}/M, \tag{4}$$

но для вычисления диссипативной функции необходимо совместное решение системы уравнений (4) и (1), что представляет собой непростую задачу [8-11].

Анализ упрощается в том случае, если скорость БТ мала и вычисляется только линейное по скорости слагаемое в силе торможения $F = \eta v$, т. е. коэффициент вязкости η. Поскольку в статическом случае $F = 0$ (это следует из условия, что БТ, как и любому статическому магнитному солитону, отвечает минимум энергии), значение $F \backsim v$ при $v \to 0$. Поэтому $Q \backsim v^2$, и для нахождения $\eta = 2Q/v^2$ величину η можно вычислять в основном приближении по скорости БТ.

Начнем со случая неподвижной БТ, уточнение структуры которой по сравнению со стандартным ежовым результатом мы используем далее. Воспользуемся обычным феноменологическим подходом, считая намагниченность $\mathbf{M}$ непрерывной функцией координат, но формально распространим его на произвольную область расстояний (возможность этого будет обоснована полученным результатом. В этом случае из условия $\mathbf{F} = 0$ (см. [4]) для модуля намагниченности M, $M = |\mathbf{M}|$ и единичного вектора $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$ получаются уравнения

$$[\mathbf{m}, \Delta\mathbf{m}] = 0, \quad \alpha[\Delta M - M(\nabla\mathbf{m})^2] = df/dM. \tag{5}$$

Первое из уравнений дает для $\mathbf{m}$ стандартный ежовый результат $\mathbf{m} = \mathbf{r}/r$. С учетом этого и соотношения $(\nabla\mathbf{m})^2 = 2/r^2$ очевидно, что БТ отвечает радиально-симметричное решение второго уравнения вида $M = M(r)$. Для функции $u=M/M_0$, M_0 — равновесное значение M, отвечающее минимуму функции $f(M)$, с учетом (5) получается

$$\alpha\left(\frac{d^2u}{dx^2}+\frac{2}{x}\frac{du}{dx}-\frac{2}{x^2}u\right)=\frac{1}{M_0^2}\frac{d}{du}f(M_0u). \tag{6}$$

Если конкретизировать вид функции f [в виде разложения Ландау, $f=\mathrm{const}\,(M^2-M_0^2)^2$ или более точного выражения, базирующегося, например, на методе молекулярного поля], это уравнение можно проинтегрировать численно и найти явный вид $M(r)$. Примеры такого анализа хорошо известны: например, в работе [12] таким образом изучалась сердцевина вихря в сверхтекучем Бозе-газе. Мы ограничимся, однако, вычислением асимптотик решения (6), поскольку они дают практически полную информацию, необходимую для дальнейшего анализа.

При $M\to M_0$ ($u\to 1$) функция $f(M)$ имеет минимум, поэтому $df/dM=0$ при $M=M_0$. Следовательно, вдали от БТ, когда $u=1-\varphi$, $\varphi\ll 1$, функция $f(uM_0)\simeq\frac{1}{2}M_0^2\varphi^2/\chi_\parallel$, где $\chi_\parallel$ имеет смысл продольной восприимчивости ФМ в состоянии, близком к равновесному. Линеаризуя (6) по φ, нетрудно получить асимптотику решения при больших r в виде разложения по степеням $2\chi_\parallel\alpha/r^2$;

$$M=M_0(1-2\chi_\parallel\alpha/r^2+\ldots). \tag{7а}$$

В области малых r решение без сингулярностей может быть получено только в случае, когда $u\to 0$ при $r\to 0$. При $M\to 0$ функция $f(M)\backsim M^2$, причем коэффициент пропорциональности по порядку величины равен $\lambda/\chi_\parallel$. Поэтому при $r\to 0$

$$M=CM_0\left(r/\sqrt{2\chi_\parallel\alpha}\right), \tag{7б}$$

где C — постоянная величина порядка единицы, которая может быть определена только после численного интегрирования (6) при конкретизации вида $f(M)$.

Асимптотики (7) вполне определяют вид $M(r)$ в неподвижной БТ. С учетом соотношения $\mathbf{m}=\mathbf{r}/r$ получается, что рост $(\nabla\mathbf{m})^2$ при уменьшении r происходит только до значений $r\simeq\sqrt{2\alpha\chi_\parallel}$, а при меньших r значение $(\nabla\mathbf{m})^2=\mathrm{const}\sim 1/\chi_\parallel\alpha$. Принимая значения $\chi_\parallel=3\cdot10^{-4}$, $\alpha=4\cdot10^{-11}$ см^2 (см. [9]), характерные для железо-иттриевого граната, получаем $\sqrt{2\chi_\parallel\alpha}\simeq\simeq 1.5\cdot10^{-7}$ см. Эта величина близка к размеру элементарной ячейки a, $a=12.5$ Å. Поскольку в элементарной ячейке феррита-граната находятся десятки магнитных ионов железа, можно предполагать, что проведенное выше феноменологическое описание БТ имеет смысл и на расстояниях $r\simeq a$ и можно относиться к полученным ниже формулам не только как к оценкам по порядку величины.

Вычислив статическое распределение намагниченности в БТ, которому отвечает $\mathbf{F}=0$, перейдем к анализу движущейся БТ и возникающего при этом ненулевого значения $\mathbf{F}$. Домножив (1) векторно на $\mathbf{m}$, в основном приближении по γ_e получим

$$\mathbf{F}_\perp=\mathbf{F}-(\mathbf{Fm})\,\mathbf{m}=\frac{1}{g}[\mathbf{m},\ \partial\mathbf{m}/\partial t]. \tag{8}$$

Вычисление компоненты эффективного поля $F_\parallel$, параллельной намагниченности $\mathbf{m}$, представляет собой более сложную задачу, методы решения которой обсуждались в [8-11]. Для величины $F_\parallel$ из (4) и проекции (1) на $\mathbf{m}$ получается уравнение

$$g\chi_e a^2[-\Delta F_\parallel+F_\parallel(\nabla\mathbf{m})^2]=-2\chi_\parallel\alpha\partial(\nabla\mathbf{m})^2/\partial t. \tag{9}$$

Здесь введена безразмерная константа обменной релаксации λ_e, $g\lambda_e a^3M_0=\gamma_e$ и продольная восприимчивость ФМ $\chi_\parallel$ (см. выше), а также опущено слагаемое с $\partial F_\parallel/\partial t$, учет которого не важен при вычислении коэффициента вязкого трения η и существен только для анализа отклонения зависимости силы трения от скорости от линейной $F=\eta v$ (этот анализ выходит за рамки нашей работы).

Дальнейший анализ сводится к решению (5), т. е. выражению $F_{\parallel}$ через намагниченность в БТ, и вычислению Q по формуле

$$Q=\frac{1}{2}\lambda_e a^2 M_0 \int \left\{\frac{1}{g}\left(\nabla\left[\mathbf{m}, \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t}\right]\right)^2+gF_{\parallel}^2(\nabla \mathbf{m})^2+(\nabla F_{\parallel}^2)\right\} d\mathbf{r}. \qquad (10)$$

Для вычисления η достаточно, как отмечалось выше, использовать статическое решение, сделав в нем замену $\mathbf{r}\to\mathbf{r}-\mathbf{v}t$. Мы ограничимся вычислением подынтегрального выражения в области $r\geqslant a=\sqrt{2\chi_{\parallel}\alpha}$, когда $M\simeq M_0=\mathrm{const}$. Используя сферическую систему координат с полярной осью вдоль $\mathbf{v}$ и центром в точке $\mathbf{r}-\mathbf{v}t=0$, правую часть (9) легко представить в виде $-8\chi_{\parallel}av\cos\theta/r^3$. Отсюда следует, что $F_{\parallel}=F(r)\cos\theta$, окончательно

$$F_{\parallel}=(v\chi_{\parallel}\alpha/g\lambda_e a^2)(\cos\theta/r). \qquad (11)$$

В этих формулах r и θ — сферические координаты (θ — полярный угол) в указанной системе. Прямое вычисление коэффициента вязкости $\eta=Q/v^2$ с использованием этих формул приводит к расходящимся при $r\to 0$ интегралам вида $\int dr/r^2$, но это означает лишь, что интеграл должен быть обрезан на нижнем пределе введенной выше величиной $a=(2\chi_{\parallel}\alpha)^{1/2}$. Окончательное вычисление дает

$$\eta=\frac{8\pi M_0}{ga}\{\lambda_e a^2+5\chi_{\parallel}^2\alpha^2/6\lambda_e a^2\}. \qquad (12)$$

Как и в задачах о торможении доменной границы [9], коэффициент вязкости БТ η содержит два вклада. Первое слагаемое в (9) определяется непосредственным вкладом обменной релаксации, второе — локальным изменением модуля вектора намагниченности и дальнейшим возвращением ее к равновесному значению при перемещении БТ через данную область ФМ.

Найдем численное значение коэффициента вязкости БТ. Используя для оценок данные для железо-иттриевого граната $\chi_{\parallel}=3\cdot10^{-4}$, $\alpha=0.4\times\times10^{-10}$ см², $\lambda_e a^2=4\cdot10^{-16}$ см² и $a=1.3\cdot10^{-7}$ см (см. [9]), получаем, что вклад первого слагаемого примерно в тысячу раз меньше, чем второго. Таким образом, как и для торможения доменных границ [9], основной вклад вносят процессы локального изменения длины намагниченности. Оценивая второе слагаемое, получаем (при $4\pi M_0=1.75$ кЭ)

$$\eta\simeq(20\pi/3)(\chi_{\parallel}^2 M_0\alpha^2/g\lambda_e a^3)\simeq 4.5\cdot10^{-10}\ \text{дин}\cdot\text{с/см}. \qquad (13)$$

Подвижность БТ $\mu=v/H$ определяется из сравнения вынуждающей силы, действующей на БТ, и силы трения. Используя для вынуждающей силы выражение $2M_0H(\Delta S)$, H — компонента магнитного поля, снимающая эквивалентность различных участков блоховской линии, разделенных БТ, ΔS — площадь сечения блоховской линии вдали от БТ, получаем

$$\mu=2M_0\Delta S/\eta=(3\Delta S/10\pi)(g\lambda_e a^3/\chi_{\parallel}^2\alpha^2)\simeq 6\cdot10^{11}\Delta S\ (1/\text{см}\cdot\text{с}\cdot\text{Э}). \qquad (14)$$

Принимая для ΔS значение $\Delta_0\Lambda_0$, $\Lambda_0=\sqrt{\alpha/4\pi}\sim1.3\cdot10^{-6}$ см — ширина блоховской линии, Δ_0 — толщина доменной стенки, из экспериментальных данных $\Delta_0\simeq10^{-4}$ см, получаем $\mu\simeq80$ см/с·Э. Несмотря на неопределенность геометрических параметров блоховской линии, а также других параметров, входящих в формулы (13), (14) (прежде всего продольной восприимчивости $\chi_{\parallel}$, определенной в [9] по косвенным данным), нам представляется, что такое согласие с экспериментальным значением $\mu_{\text{эксп}}=75$ см/с·Э может считаться хорошим. В связи с этим отметим, что использование феноменологического подхода в области $r\geqslant a\simeq10^{-7}$ см, при том, что значение a в несколько раз превосходит среднее расстояние между магнитными ионами в феррите-гранате, можно считать достаточно адекватным.

Авторы [4] связывали аномально малое значение подвижности БТ с особенностями ее взаимодействия с магнонами. Эта трактовка, опирающаяся на микроскопический подход к описанию релаксации, не противоречит проведенному нами феноменологическому анализу. Микроскопический расчет торможения БТ также представляет интерес, но выходит за рамки данной работы. Отметим только, что рассмотренный вклад в соответствии с обычным микроскопическим подходом [13] отвечает, скорее всего, трехмагнонным процессам, хотя для БТ отличны от нуля и вклады обычных двухмагнонных процессов.

Мы благодарны В. Г. Барьяхтару и С. Н. Ляхимцу за обсуждение работы.

Список литературы

[1] Малоземов А., Слонзуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М., 1982. 382 с.
[2] Кабанов Ю. П., Дедух Л. М., Никитенко В. И. // Письма в ЖЭТФ. 1988. Т. 47. С. 638.
[3] Кабанов Ю. П., Дедух Л. М., Никитенко В. И. // Письма в ЖЭТФ. 1989. Т. 49. С. 551.
[4] Горнаков В. С., Никитенко В. И., Прудников И. А. // Письма в ЖЭТФ. 1989. 50. С. 479.
[5] Куфаев Ю. А., Сонин Э. Б. // ФТТ. 1988. Т. 30. С. 3272.
[6] Куфаев Ю. А., Сонин Э. Б. // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. С. 1523.
[7] Горнаков В. С., Дедух Л. М., Никитенко В. И., Сыногач В. Т. // ЖЭТФ. 1986. Т. 90. С. 2090.
[8] Барьяхтар В. Г. // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. С. 1501.
[9] Bar'yakhtar V. G., Ivanov B. A., Safaryan K. A. // Sol. St. Comm. 1989. V. 72. P. 1117.
[10] Bar'yakhtar V. G., Ivanov B. A., Skustanskii A. L. // Phys. Lett. 1986. V. 119A. P. 191.
[11] Барьяхтар В. Г., Иванов Б. А., Соболева Т. К., Сукстанский А. Д. // ЖЭТФ. 91. С. 1454.
[12] Питаевский Л. П. // ЖЭТФ. 1961. Т. 40. С. 646.
[13] Абызов А. С., Иванов В. А. // ЖЭТФ. 1979. Т. 76. С. 1700.

Институт металлофизики
Киев

Поступило в Редакцию
13 ноября 1990 г.