УДК 539.293 : 538.569
© 1991

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ПЛАЗМЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ДВУМЕРНОМ ЭЛЕКТРОННОМ ГАЗЕ

Э. М. Эпштейн

Рассматривается влияние сильной электромагнитной волны (ЭМВ) на плазменные колебания двумерного электронного газа (2МЭГ), помещенного в (трехмерную) диэлектрическую среду. ЭМВ распространяется в направлении, перпендикулярном плоскости 2МЭГ, так что электрическое поле ЭМВ параллельно плоскости 2МЭГ. В отсутствие дисперсии ЭМВ не оказывает влияния на плазменные колебания; если же среда диспергирующая, то возникает параметрическая связь между различными временны́ми Фурье-гармониками самосогласованного поля в 2МЭГ. Это приводит к перенормировке плазменной частоты, причем перенормированная частота зависит от амплитуды ЭМВ осцилляционным образом, а также к возможности параметрической неустойчивости. Вычислен инкремент неустойчивости.

Параметрическому воздействию электромагнитной волны (ЭМВ) на спектры возбуждений плазмы и твердых тел посвящена обширная литература (см. монографии [1-3]). Воздействие на плазменные колебания электронного газа имеет место, когда помимо электронной компоненты имеется какая-то другая подсистема с иными параметрами взаимодействия с ЭМВ (в качестве такой подсистемы могут выступать ионная компонента плазмы [1], дырки либо фононы в твердых телах [2, 3]) или же сама электронная подсистема неоднородна по таким параметрам (примером может служить полупроводник с непараболическим законом дисперсии носителей [2] либо пространственно-неоднородный полупроводник).

Сказанное относится и к двумерному электронному газу (2МЭГ), но в этом случае появляются дополнительные возможности: так, в [4] было рассмотрено параметрическое возбуждение плазмонов ЭМВ в двух взаимодействующих 2МЭГ, расположенных в параллельных плоскостях.

В настоящей работе рассматривается параметрическое воздействие ЭМВ на плазменные колебания 2МЭГ, помещенного в (трехмерную) диспергирующую среду.

Пусть 2МЭГ занимает плоскость $z=0$, ЭМВ частоты Ω распространяется вдоль оси z, так что вектор электрического поля ЭМВ параллелен плоскости 2МЭГ. Диэлектрическая проницаемость трехмерной среды при $z \gtrless 0$ равна соответственно $\varepsilon_\pm(\omega)$.

Распределение потенциала в присутствии ЭМВ описывается уравнением Лапласа, которое после Фурье-преобразования по x, y принимает вид

$$\frac{\partial^2\varphi_\pm(\mathbf{q}, z, t)}{\partial z^2} - q^2\varphi_\pm(\mathbf{q}, z, t) = 0, \quad z \gtrless 0 \tag{1}$$

с граничными условиями

$$\varphi_\pm(\mathbf{q}, \pm\infty, t) = 0, \quad \varphi_+(\mathbf{q}, 0, t) = \varphi_-(\mathbf{q}, 0, t) \equiv \varphi(\mathbf{q}, 0, t), \tag{2}$$

$$\left[\varepsilon_+(\omega)\frac{\partial\varphi_+}{\partial z} - \varepsilon_-(\omega)\frac{\partial\varphi_-}{\partial z}\right]_{z=0} = -4\pi e\sum_{\mathbf{p}}\langle a^+_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}a_{\mathbf{p}}\rangle. \tag{3}$$

Здесь $\varphi_\pm(\mathbf{q}, z, t)$ — Фурье-трансформанта (по координатам x, y) самосогласованного потенциала при $z \gtrless 0$; $\mathbf{q}$ — волновой вектор в плоскости 2МЭГ; $a_\mathbf{p}^+$, $a_\mathbf{p}$ — операторы рождения и уничтожения электрона с (двумерным) квазиимпульсом $\mathbf{p}$ в 2МЭГ; угловые скобки означают усреднение с матрицей плотности, определяемой полным гамильтонианом, учитывающим взаимодействие электронов с ЭМВ [3]; используется система единиц, где $\hbar=1$.

Среднее $\langle a_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}^+ a_\mathbf{p}\rangle$ в приближении случайных фаз описывается уравнением [3]

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t}+i\left[\varepsilon_\mathbf{p}-\varepsilon_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}+\frac{e}{mc}\mathbf{q}\mathbf{A}(0, t)\right]\right\}\langle a_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}^+ a_\mathbf{p}\rangle = -ie\,(n_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}-n_\mathbf{p})\,\varphi(\mathbf{q}, 0, t), \qquad (4)$$

где $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ — вектор-потенциал поля ЭМВ, $n_\mathbf{p}$ — числа заполнения электронных состояний 2МЭГ; закон дисперсии электронов предполагается квадратичным, $\varepsilon_\mathbf{p}=\mathbf{p}^2/2m$.

Подставляя решение уравнения (1) с граничными условиями (2)

$$\varphi_\pm(\mathbf{q}, z, t)=B(\mathbf{q}, t)\exp(\mp qz) \qquad (5)$$

в (3) и (4), проводя Фурье-преобразование по времени, получаем бесконечную систему уравнений для Фурье-компонент $B(\mathbf{q}, \omega)$, определяющую спектр плазменных колебаний 2МЭГ

$$B(\mathbf{q}, \omega)=\sum_{l=-\infty}^{\infty} P_l(\mathbf{q}, \omega)\,B(\mathbf{q}, \omega+l\Omega), \qquad (6)$$

где

$$P_l(\mathbf{q}, \omega)=\frac{2\pi e^2}{q\bar{\varepsilon}(\omega)}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\mathcal{J}_k(\mathbf{aq})\,\mathcal{J}_{k+l}(\mathbf{aq})\,\Pi(\mathbf{q}, \omega-k\Omega), \qquad (7)$$

$$\Pi(\mathbf{q}, \omega)=\sum_\mathbf{p}\frac{n_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}-n_\mathbf{p}}{\varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}-\varepsilon_\mathbf{p}-\omega} \qquad (8)$$

— двумерный поляризационный оператор [5], $\mathcal{J}_k$ — функция Бесселя действительного аргумента, $\mathbf{a}=e\mathbf{E}_0/m\Omega^2$ — амплитуда колебаний электрона в поле ЭМВ, $\mathbf{E}_0$ — амплитуда электрического поля ЭМВ, $\bar{\varepsilon}(\omega)=[\varepsilon_+(\omega)+\varepsilon_-(\omega)]/2$.

В отсутствие дисперсии, когда диэлектрические проницаемости $\varepsilon_\pm$ не зависят от ω (или в более экзотическом случае, когда ε_+ и ε_- в отдельности зависят от ω, но в их полусумме $\bar{\varepsilon}$ эта зависимость взаимно компенсируется), ЭМВ не влияет на спектр плазмонов. Действительно, заменяя в (6) ω на $\omega+n\Omega$ (n — целое число), умножая на $\mathcal{J}_n(\mathbf{aq})$ и суммируя по n от $-\infty$ до $+\infty$, получаем дисперсионное уравнение для плазмонов в 2МЭГ в отсутствие ЭМВ [5]

$$1-\frac{2\pi e^2}{\bar{\varepsilon}q}\Pi(\mathbf{q}, \omega)=0. \qquad (9)$$

В общем случае, когда $\bar{\varepsilon}$ зависит от ω, получить точное решение системы (6) в замкнутом виде не удается. Рассмотрим случай, когда частота ЭМВ Ω велика по сравнению с собственными частотами рассматриваемой системы в отсутствие ЭМВ (эти частоты определяются уравнениями вида (9), где $\bar{\varepsilon}$ зависит от ω). Поскольку при больших ω $\Pi(\mathbf{q}, \omega)\sim\omega^{-2}$, в сумме по k в (7) можно оставить лишь член с $k=0$. После несложных преобразований получаем дисперсионное уравнение

$$\bar{\varepsilon}(\omega)=\frac{2\pi e^2}{q}\Pi(\mathbf{q}, \omega)\,\mathcal{J}_0^2(\mathbf{aq}). \qquad (10)$$

В случае длинных волн имеем [6]

$$\Pi(\mathbf{q}, \omega)=N_s q^2/m\omega^2, \qquad (11)$$

где N_s — плотность 2МЭГ. Если 2МЭГ погружен в однородный ионный диэлектрик, то

$$\bar{\varepsilon}(\omega)=\varepsilon_\infty \frac{\omega^2-\omega_l^2}{\omega^2-\omega_t^2}, \tag{12}$$

где ω_l, ω_t — частоты продольных и поперечных оптических фононов; ε_∞ — оптическая диэлектрическая проницаемость.

Подставляя (11) и (12) в (10) и решая полученное дисперсионное уравнение, найдем

$$\omega_\pm=\left[\frac{1}{2}(\omega_l^2+\omega_0^2)\pm\sqrt{\frac{1}{4}(\omega_l^2+\omega_0^2)^2-\omega_t^2\omega_0^2}\right]^{1/2}, \tag{13}$$

где $\omega_0=\omega_s\,|\mathcal{J}_0(\mathbf{aq})|$, $\omega_s=(2\pi e^2N_sq/\varepsilon_\infty m)^{1/2}$ — плазменная частота 2МЭГ. Таким образом, влияние ЭМВ в данном случае сводится к перенормировке плазменной частоты $\omega_s\to\omega_0$. Заметим, что ω_0 зависит от $\mathbf{a}$ и $\mathbf{q}$ осцилляционным образом.

Рассмотрим теперь случай параметрического резонанса, когда $n\Omega\approx 2\tilde{\omega}$; $\tilde{\omega}$ — корень уравнения

$$1-P_0(\mathbf{q},\,\omega)=0,$$

n — целое число. Дисперсионное уравнение в этом случае приобретает вид [3]

$$[1-P_0(\mathbf{q},\,\omega)][1-P_0(\mathbf{q},\,\omega-n\Omega)]=P_{-n}(\mathbf{q},\,\omega)P_n(\mathbf{q},\,\omega-n\Omega). \tag{14}$$

Положим $\omega=\tilde{\omega}+\Delta$, $n\Omega-2\tilde{\omega}=2\delta$ ($|\Delta|$, $|\delta|\ll\tilde{\omega}$). Подставляя в (14), получаем в низшем приближении

$$\Delta=\delta\pm\sqrt{\delta^2-(-1)^n\left[\frac{P_{-n}(\tilde{\omega})}{P_0'(\tilde{\omega})}\right]^2}. \tag{15}$$

Условием параметрической неустойчивости является отрицательность подкоренного выражения. Видно, что параметрическое возбуждение возможно лишь при четных n.

В случае не очень интенсивной накачки ($|\mathbf{aq}|\ll 1$) частота $\tilde{\omega}$ совпадает с (13) в отсутствие перенормировки плазменной частоты ($\omega_0\to\omega_s$). Наибольший эффект получается при $n=2$ (т. е. при $\Omega\approx\omega_s$).

Максимальная величина инкремента параметрической неустойчивости, соответствующая точному резонансу ($\delta=0$), равна

$$\gamma_{\text{макс}}=\left|\frac{P_{-2}(\tilde{\omega})}{P_0'(\tilde{\omega})}\right|=\frac{1}{4}(\mathbf{aq})^2(qr_B)^{-1}\frac{\tilde{\omega}^3(\tilde{\omega}^2-\omega_t^2)}{\tilde{\omega}^4-\omega_s^2\omega_t^2}, \tag{16}$$

где $r_B=\varepsilon_\infty/(e^2m)$ — эффективный боровский радиус.

Сделаем численные оценки. При $E_0\sim 10^3$ В/см, $q\sim 10^5$ см$^{-1}$, $\tilde{\omega}\sim\omega_s\sim\Omega\sim 10^{13}$ с$^{-1}$ получаем $\gamma_{\text{макс}}\sim 10^{10}$ с$^{-1}$. Тот же порядок величины имеет ширина области расстройки $\delta_{\text{макс}}$, в которой возможна параметрическая неустойчивость. Для наблюдения осцилляционного поведения частоты (см. (13)) требуется существенно бо́льшая амплитуда ЭМВ, $E_0\sim 10^6$ В/см при $\Omega\sim 10^{14}$ с$^{-1}$.

Список литературы

[1] Силин В. П. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. М., 1973. 288 с.

[2] Во Хонг Ань. Теория параметрического воздействия электромагнитного излучения большой мощности на твердое тело. М., 1985. 200 с.

[3] Эпштейн Э. М., Шмелев Г. М., Цуркан Г. И. Фотостимулированные процессы в полупроводниках. Кишинев, 1987. 168 с.

[4] Epshtein E. M., Shmelev G. M. // Phys. Stat. Sol. (b). 1990. V. 160. N 1. P. 179—184.

[5] Андо Т., Фаулер А., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М., 1985. 416 с.

[6] Витлина Р. З., Чаплик А. В. // ЖЭТФ. 1981. Т. 81. № 3. С. 1011—1021.

НПО «Платан»
Фрязино Московской области

Поступило в Редакцию
11 ноября 1990 г.