

# Межзонное оптическое возбуждение волн пространственного заряда в высокоомных полупроводниках

© В.В. Брыксин, М.П. Петров

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: mpetr.shuv@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 9 июня 2008 г.)

Разработана достаточно полная теория волн перезарядки ловушек в условиях, когда волны перезарядки ловушек возбуждаются оптическим способом, и доминирующими являются межзонные переходы. Показано, что наличие межзонных переходов уменьшает роль имеющихся в кристалле ловушечных центров, а также длительность времени жизни носителей. Это вызывает уменьшение времени жизни волн перезарядки ловушек и может привести к фактическому их полному исчезновению как собственных мод электронных колебаний полупроводникового кристалла. Показано, что в зависимости от интенсивности освещения и от соотношения параметров рекомбинации возможна реализация большого числа специфических случаев. Обсуждаются физический смысл эффективной концентрации ловушек и ее связь с длинами экранировки внутреннего электрического поля.

Работа выполнена в рамках программы Президиума РАН П-03 и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 06-02-16170).

PACS: 73.23.-b, 72.25.-b, 72.20.-i

## 1. Введение

При экспериментальном исследовании волн перезарядки ловушек (ВПЗ) в полужолирующих полупроводниках для возбуждения носителей заряда, формирующих ВПЗ, в большинстве случаев используются оптические переходы с примесных уровней [1,2]. Аналогичные оптические переходы используются и для записи голограмм в тех фоторефрактивных кристаллах, в которых запрещенная зона достаточно широка (порядка 3 eV). Это позволяет проводить запись голограмм в видимом диапазоне световых волн [3–5]. В настоящее время разработаны достаточно подробные теоретические модели для описания процессов записи голограмм и возбуждения ВПЗ в упомянутых случаях [6,7]. Однако в более узкозонных полупроводниках при освещении их видимым светом условия записи голограмм и возбуждения ВПЗ существенно меняются. Основную роль начинают играть межзонные переходы, поскольку энергия кванта света, падающего на образец, превосходит ширину запрещенной зоны материала. В результате возникает ряд принципиально новых обстоятельств как в экспериментальном, так и в теоретическом аспекте. В частности, межзонные переходы обуславливают сильное поглощение света, а поэтому падающий свет поглощается в тонком приповерхностном слое образца. В итоге возбуждение и детектирование ВПЗ происходит в условиях сильно неоднородного распределения интенсивности падающего света по глубине кристалла, что должно приводить к сильному неоднородному уширению спектров ВПЗ. Кроме того, при освещении образца квантами света с достаточно высокой энергией можно ожидать значительного изменения собственных параметров кристалла по сравнению с

аналогичными параметрами в неосвещенном кристалле. Так, наличие мощного канала межзонной электронно-дырочной рекомбинации должно приводить к уменьшению времени жизни носителей. Далее, поскольку межзонные переходы более вероятны, чем переходы с участием ловушек, может возникать эффект насыщения ловушек (т.е. уменьшение эффективной концентрации ловушек). Оба эти фактора снижают добротность ВПЗ и являются неблагоприятными для проведения экспериментов. С теоретической точки зрения задача оказывается весьма сложной, поскольку необходимо учитывать наличие двух типов носителей и нескольких каналов возбуждения и рекомбинации электронов и дырок. Это приводит к большому числу неизвестных параметров, и поэтому оказывается весьма затруднительным выделение преобладающих факторов в задаче. Тем не менее актуальность данной проблемы достаточно высока, поскольку именно рассматриваемый случай очень важен для наиболее популярных полупроводников, таких как GaAs, InP, CdTe и др. Имеется значительное число публикаций, в которых рассматривались те или иные аспекты влияния межзонных переходов на формирование пространственного заряда и токов в кристалле. В частности, роль межзонных переходов при записи голограмм обсуждалась во многих работах, например в [8] и обзоре [9]. Имеются также публикации, в которых учитываются межзонные переходы при анализе эффекта нестационарной ЭДС [10] и при изучении полей, возникающих в полупроводниках при освещении светом с периодическим распределением интенсивности [11]. Однако нам неизвестны работы, в которых детально рассматривались бы ВПЗ при их оптическом возбуждении с помощью межзонных переходов. Цель настоящей

работы — восполнить этот пробел и представить с достаточно общих позиций теорию волн перезарядки ловушек при наличии межзонных переходов.

## 2. Модель и основные уравнения

Используется модель двухзонного полупроводника с концентрацией электронов  $n_e$  и дырок  $n_p$ . Внутри запрещенной зоны полупроводника имеется система донорных и акцепторных уровней с концентрациями  $N_d$  и  $N_a$  соответственно (см. рисунок).  $N_d$  — сумма условно нейтральных ионов  $N_{d0}$  и ионизованных ионов  $N_{d+}$ , т.е.  $N_d = N_{d0} + N_{d+}$ . Аналогично для акцепторных уровней  $N_a = N_{a0} + N_{a-}$ , причем для соблюдения электронейтральности в отсутствие освещения  $N_{d+} = N_{a-}$ . К образцу прикладывается внешнее поле  $E_0$ , и он освещается интерференционной картиной (решеткой), колеблющейся около равновесного положения. Интенсивность интерференционной решетки ( $W$ ) зависит от координаты  $x$  и времени  $t$  по закону

$$W(x, t) = W_0[1 + h(x, t)],$$

$$h(x, t) = m \cos(Kx + \Theta \cos \Omega t). \quad (1)$$

Здесь  $\Theta$  — амплитуда (в радианах) колебаний решетки относительно среднего положения,  $K$  и  $\Omega$  — волновое число решетки и частота ее колебаний,  $m$  — контраст интерференционной картины.

Под действием освещения происходит фотовозбуждение дырок и электронов. Предполагается, что энергия фотонов, падающих на кристалл, больше запрещенной зоны, поэтому происходит возбуждение электронов и дырок как за счет межзонных переходов, так и за счет возбуждения носителей с донорных и акцепторных уровней. Кроме возбуждения носителей происходит их рекомбинация. Уравнения, описывающие скорость изменения числа электронов и дырок за счет генерации и

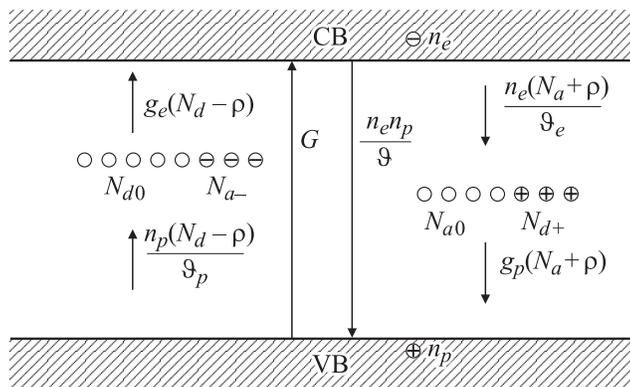


Схема электронных переходов, поясняющая структуру уравнений баланса (2) и (3).

рекомбинации, имеют вид

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{n_e n_p}{\vartheta} + \frac{n_e(N_a + \rho)}{\vartheta_n} - \frac{1}{e} \frac{\partial j_e}{\partial x} = [G + g_e(N_d - \rho)](1 + h), \quad (2)$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} + \frac{n_e n_p}{\vartheta} + \frac{n_p(N_d - \rho)}{\vartheta_p} + \frac{1}{e} \frac{\partial j_p}{\partial x} = [G + g_p(N_a + \rho)](1 + h), \quad (3)$$

где  $G$ ,  $g_e$ ,  $g_p$  — параметры, описывающие скорость межзонной генерации и генерации электронов и дырок на примесные уровни. Эти параметры пропорциональны интенсивности засветки  $W_0$ . Параметр  $\vartheta$  описывает межзонную рекомбинацию, а  $\vartheta_e$  и  $\vartheta_p$  — соответствующие рекомбинационные процессы электронов и дырок с ловушками. Величина  $e\rho$  есть заряд, возникающий на примесных уровнях в результате фотогенерации,  $\rho = N_{d+} - N_{a-}$ . Уравнение Пуассона для электрического поля  $E$  имеет вид

$$\frac{\varepsilon}{4\pi e} \frac{\partial E}{\partial x} = n_p - n_e + \rho, \quad (4)$$

где  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость кристалла. Величины  $j_{e,p}$  являются вкладами в ток от электронов и дырок

$$j_{e,p} = e\mu_{e,p}n_{e,p}E \pm eD_{e,p} \frac{\partial n_{e,p}}{\partial x}, \quad (5)$$

$\mu_{e,p}$  и  $D_{e,p}$  — подвижности и коэффициенты диффузии электронов и дырок. В дальнейшем во избежание излишней громоздкости конечных результатов диффузионным вкладом в ток пренебрегаем ( $D_{e,p} \rightarrow 0$ ). Это допустимо при достаточно большом периоде интерференционной решетки, когда эффективное диффузионное поле  $KD_{e,p}/\mu_{e,p}$  много меньше приложенного внешнего электрического поля  $E_0$ .

Система уравнений (2)–(4) определяет искомые величины  $n_{e,p}$ ,  $\rho$ ,  $E$ , и ее следует дополнить четвертым уравнением для полного тока

$$\frac{\varepsilon}{4\pi e} \frac{\partial E}{\partial t} + j_e + j_p = I, \quad (6)$$

где  $I = I(t)$  — искомая величина тока во внешней цепи.

Для нахождения аналитического решения системы нелинейных уравнений (2)–(4), (6) проведем линеаризацию по величине контраста интерференционной картины  $m$ , т.е. по параметру  $h$ . Это означает, что полученные в дальнейшем результаты справедливы при условии  $m \ll 1$ . Введем безразмерные параметры

$$n_{e,p} = n_{e,p}^{(0)}(1 + X_{e,p}), \quad \rho = \rho_0(1 + R),$$

$$E = E_0(1 + Y), \quad I = I_0 + \delta I. \quad (7)$$

Здесь  $n_{e,p}^{(0)}$ ,  $\rho_0$  — концентрации электронов, дырок и связанного заряда в условиях однородного освещения (т.е. при  $h = 0$ ), а  $E_0$  — внешнее электрическое поле.

Эти величины не зависят ни от координаты, ни от времени и удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} \frac{n_e^{(0)} n_p^{(0)}}{\vartheta} + \frac{n_e^{(0)} (N_a + \rho_0)}{\vartheta_e} &= [G + g_e (N_d - \rho_0)], \\ \frac{n_e^{(0)} n_p^{(0)}}{\vartheta} + \frac{n_p^{(0)} (N_d - \rho_0)}{\vartheta_p} &= [G + g_p (N_a + \rho_0)], \\ n_p^{(0)} - n_e^{(0)} + \rho_0 &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

При этом ток во внешней цепи

$$I_0 = \sigma E_0, \quad \sigma = \sigma_e + \sigma_p, \quad \sigma_{e,p} = e n_{e,p}^{(0)} \mu_{e,p}. \quad (9)$$

Отметим, что в условиях отсутствия освещения материал предполагается непроводящим, т.е.  $n_{e,p}^{(0)} = 0$  при  $W_0 = 0$ .

Теперь можно выписать линеаризованную систему уравнений для поправок  $X_{e,p}$ ,  $R$ ,  $Y$ , перейдя к представлению Фурье по координате и времени,

$$Y(x, t) = \sum_{k,l=-\infty}^{\infty} Y_{k,l} \exp(iKkx + i\Omega lt).$$

В результате имеем

$$\begin{aligned} (i\Omega l \tau_e + 1) X_e(k, l) + \tau_e \frac{n_p^{(0)}}{\vartheta} X_p(k, l) + \rho_0 \tau_e \left( \frac{1}{\vartheta_e} + \frac{G_e}{n_e^{(0)}} \right) \\ \times R(k, l) - ik d_e [X_e(k, l) + Y(k, l)] &= h(k, l), \\ (i\Omega l \tau_p + 1) X_p(k, l) + \tau_p \frac{n_e^{(0)}}{\vartheta} X_e(k, l) - \rho_0 \tau_p \left( \frac{1}{\vartheta_p} + \frac{G_p}{n_p^{(0)}} \right) \\ \times R(k, l) - ik d_p [X_p(k, l) + Y(k, l)] &= h(k, l), \\ ik \frac{\varepsilon E_0 K}{4\pi e} Y(k, l) = n_p^{(0)} X_p(k, l) - n_e^{(0)} X_e(k, l) + \rho_0 R(k, l), \\ (i\Omega l \tau_M + 1) Y(k, l) + \gamma_e X_e(k, l) + \gamma_p X_p(k, l) &= 0. \end{aligned}$$

Здесь  $\tau_{e,p}$  — времена жизни электронов и дырок,  $\tau_M = \varepsilon / 4\pi\sigma$  — максвелловское время релаксации

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_e} = \frac{n_p^{(0)}}{\vartheta} + \frac{N_a + \rho_0}{\vartheta_e}, \quad \frac{1}{\tau_p} = \frac{n_e^{(0)}}{\vartheta} + \frac{N_d - \rho_0}{\vartheta_p}, \\ d_{e,p} = K \mu_{e,p} E_0 \tau_{e,p}, \quad \gamma_{e,p} = \frac{\sigma_{e,p}}{\sigma}. \end{aligned} \quad (10)$$

Исключая величину  $R(k, l)$ , получаем систему трех уравнений для концентрации электронов и дырок  $X_{e,p}$  и внутреннего электрического поля  $Y$

$$\begin{aligned} (i\Omega l \tau_e + \Gamma_e - id_e k) X_e(k, l) \\ + \Lambda_e X_p(k, l) - id_e k (1 - \beta_e) Y(k, l) &= h(k, l), \\ (i\Omega l \tau_p + \Gamma_p + id_p k) X_p(k, l) \\ + \Lambda_p X_e(k, l) + id_p k (1 - \beta_p) Y(k, l) &= h(k, l), \\ (i\Omega l \tau_M + 1) Y(k, l) + \gamma_e X_e(k, l) + \gamma_p X_p(k, l) &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \beta_{e,p} &= \frac{\varepsilon}{4\pi e \mu_{e,p} \tau_{e,p} N_{ef}^{(e,p)}} = \frac{\alpha_{e,p}}{\gamma_{e,p}} \frac{\tau_M}{\tau_{e,p}}, \\ N_{ef}^{(e,p)} &= \left\{ \tau_{e,p} \left( \frac{1}{\vartheta_{e,p}} + \frac{g_{e,p}}{n_{e,p}^{(0)}} \right) \right\}^{-1}, \\ \Gamma_{e,p} &= 1 + \alpha_{e,p}, \quad \alpha_{e,p} = \frac{n_{e,p}^{(0)}}{N_{ef}^{(e,p)}}, \\ \Lambda_{e,p} &= n_{p,e}^{(0)} \left( \frac{\tau_{e,p}}{\vartheta} - \frac{1}{N_{ef}^{(e,p)}} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Компонента Фурье  $h(k, l)$ , согласно (1), имеет вид

$$h(k, l) = \frac{m}{2} i^l J_l(\Theta) [\delta_{k,l} + (-1)^l \delta_{k,-l}], \quad (13)$$

где  $J_l(\Theta)$  — функция Бесселя.

В уравнениях (11), (12) появились параметры  $N_{ef}^{(e,p)}$ , которые в данном случае не имеют простого наглядного толкования и введены просто с целью получения более компактного вида формул. Однако при переходе к стандартной однополярной модели, в которой нет межзонных переходов, а пространственный заряд возникает за счет генерации с ловушек либо только электронов, либо только дырок, выражения  $N_{ef}^{(e,p)}$  переходят в хорошо известные формулы для эффективной концентрации ловушек [6]. Связь параметров  $N_{ef}^{(e,p)}$  с соответствующими длинами экранирования и величиной поля пространственного заряда более подробно обсуждается в конце настоящей работы.

Уравнения (11) можно использовать лишь для нахождения пространственно неоднородных компонент концентраций свободных носителей и внутреннего электрического поля  $X_{e,p}(k, l)$ ,  $Y(k, l)$  при  $k \neq 0$ .

При определении тока  $\delta I(l)$  следует рассматривать поправки к уравнениям (2)–(6) порядка  $m^2$  с использованием граничного условия для электрического поля. Если пренебречь падением напряжения на нагрузочном сопротивлении внешней цепи, то такое граничное условие имеет вид

$$Y(0, l) = 0. \quad (14)$$

### 3. Спектр собственных мод колебаний

Дисперсионная зависимость собственных мод колебаний определяется приравниванием детерминанта системы уравнений (11) нулю, в которой следует положить  $k = 1$ ,  $l = 1$ . В результате получаем кубическое уравнение для частот трех собственных мод волн пространственного заряда. Две из них представляют собой дрейфовые волны электронов и дырок, их частоты пропорциональны  $\tau_{e,p}^{-1}$ . Эти моды для случая биполярной проводимости рассмотрены в работе [12] в условиях отсутствия ловушечных центров. Третья мода, частота которой  $\propto \tau_M^{-1}$ , является волной перезарядки ловушек.

Эта мода при монополярной проводимости подробно исследована в [7]. Заметим, что впервые идея о существовании ВПЗ и их описание в рамках монополярной модели и без учета насыщения ловушек были представлены в [13]. В рамках настоящей работы мы исследуем лишь волны перезарядки ловушек. При этом, если  $\tau_{e,p} \ll \tau_M$  (что обычно выполняется в реальных экспериментальных условиях) и частоты дрейфовых мод значительно превышают частоту перезарядки ловушек, в (11) можно положить  $\Omega\tau_{e,p} = 0$ . В результате из условия равенства детерминанта нулю получаем дисперсионное соотношение для волн перезарядки ловушек

$$\Omega_r = \frac{1}{\tau_M} \frac{B}{A}, \quad (15)$$

$$A = (\Gamma_e - id_e)(\Gamma_p + id_p) - \Lambda_e \Lambda_p,$$

$$B = d_e[\gamma_p(\Gamma_p + \Lambda_p) + \beta_e(\gamma_e\Gamma_p - \gamma_p\Lambda_p)] - d_p[\gamma_e(\Gamma_e + \Lambda_e) + \beta_p(\gamma_p\Gamma_e - \gamma_e\Lambda_e)] + i[\Gamma_e\Gamma_p - \Lambda_e\Lambda_p + d_e d_p(\gamma_p\beta_p + \gamma_e\beta_e)]. \quad (16)$$

Выражение для собственной частоты волн перезарядки ловушек  $\Omega_r$  (15) имеет достаточно громоздкий вид и зависит от большого числа параметров. Если диффузия не играет существенной роли (что предполагается в настоящей работе), то  $\Omega_r$  зависит лишь от произведения  $KE_0$  через параметры  $d_{e,p}$ . Для удобства сравнения с экспериментальными данными введем величину  $d = \sqrt{d_e d_p}$ , которая пропорциональна  $KE_0$ . Коэффициенты  $A$  и  $B$  представляют собой квадратичные формы параметра  $d$ ,

$$B = a_1 d + i(a + a_2 d^2), \quad A = a + d^2 + ia_3 d, \quad (17)$$

и выражение для  $\Omega_r$  можно записать в более компактном виде

$$\Omega_r = \frac{1}{\tau_M} \frac{a_1 d + i(a + a_2 d^2)}{a + d^2 + ia_3 d}, \quad (18)$$

причем четыре коэффициента

$$\begin{aligned} a &= \Gamma_e \Gamma_p - \Lambda_e \Lambda_p, \\ a_1 &= \eta_e[\gamma_p(\Gamma_p + \Lambda_p) + \beta_e(\gamma_e\Gamma_p - \gamma_p\Lambda_p)] - \eta_p[\gamma_e(\Gamma_e + \Lambda_e) + \beta_p(\gamma_p\Gamma_e - \gamma_e\Lambda_e)], \\ a_2 &= \gamma_e\beta_e + \gamma_p\beta_p, \\ a_3 &= \eta_p\Gamma_e - \eta_e\Gamma_p \end{aligned} \quad (19)$$

зависят только от параметров материала (в частности, от подвижности носителей и интенсивности освещения). Здесь  $\eta_e = \sqrt{\mu_e \tau_e / \mu_p \tau_p}$ ,  $\eta_p = \sqrt{\mu_p \tau_p / \mu_e \tau_e}$ .

## 4. Влияние интерференционной картины на постоянный ток

Физическую картину, приводящую к изменению постоянного тока за счет ВПЗ, можно качественно пояснить следующим образом [7]. Ток в кристалле описывается средним значением произведения заряда на поле. Когда в кристалле возбуждена волна пространственного заряда, то она сопровождается и волной поля, индуцированной этим пространственным зарядом. Спецификой волн перезарядки ловушек является то, что разность фаз у волн заряда и поля не равна  $\pi/2$ . Поэтому для ВПЗ произведение пространственного заряда, которое пропорционально  $m\Theta \cos(Kx - \Omega t)$ , на поле пространственного заряда, которое тоже пропорционально  $m\Theta \cos(Kx - \Omega t)$ , дает постоянную составляющую, пропорциональную  $m^2\Theta^2$ . Таким образом, появляется добавка к постоянному току  $\delta I(0) \propto m^2\Theta^2$ . Этот эффект, который был ранее назван полным выпрямлением ВПЗ, в некотором смысле напоминает эффект оптического выпрямления в нелинейной оптике. Заметим, что для дрейфовых волн эффект полного выпрямления отсутствует, так как у них между волнами заряда и поля имеется фазовый сдвиг, близкий к  $\pi/2$ . Эффект полного выпрямления ВПЗ не зависит от того, каким способом возбуждены ВПЗ. Например, эффект может наблюдаться и в том случае, если интерференционная картина не колеблется около среднего положения, а непрерывно движется вдоль кристалла.

Как уже отмечалось выше, для расчета тока необходимо учитывать нелинейные поправки в общем выражении (6). После несложных преобразований для искомой величины получаем

$$\begin{aligned} \delta I(l) &= \sigma E_0 \sum_{k,l'} [\gamma_e X_e(k, l') + \gamma_p X_p(k, l')] Y(-k, l - l') \\ &\quad + \gamma_e X_e^{(2)}(0, l) + \gamma_p X_p^{(2)}(0, l). \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь  $X_{e,p}^{(2)}(0, l)$  — компоненты Фурье по времени второго порядка по  $m$  изменения полного числа электронов и дырок в образце. Вклад в ток от них имеет весьма громоздкий вид и обычно мал по сравнению с первым членом правой части (20). Поэтому далее эти поправки не учитываем. Из третьего уравнения (11) имеем связь

$$\gamma_e X_e(k, l) + \gamma_p X_p(k, l) = -(i\Omega l \tau_M + 1) Y(k, l).$$

Отсюда из (19)

$$\begin{aligned} \delta I(l) &= -\sigma E_0 \sum_{k=\pm 1, l'} (i\Omega l' \tau_M + 1) Y(k, l') Y(-k, l - l') \\ &= -\left(\frac{1}{2} i\Omega l \tau_M + 1\right) \sum_{k=\pm 1, l'} Y(k, l') Y(-k, l - l'). \end{aligned} \quad (21)$$

Теперь из системы уравнений (11) определяем линейную по  $m$  поправку к внутреннему электрическому полю

при  $k = 1$

$$Y(1, l) = \frac{C}{i\tau_M A(\Omega l - \Omega_r)} \frac{m}{2} i^l J_l(\Theta), \quad (22)$$

где

$$C = \gamma_e(\Lambda_e - \Gamma_p - id_p) + \gamma_p(\Lambda_p - \Gamma_e + ide) \\ \equiv a_4 + ia_5 d. \quad (23)$$

Здесь

$$a_4 = \gamma_e \Lambda_e + \gamma_p \Lambda_p - 1, \\ a_5 = \gamma_p \eta_e - \gamma_e \eta_p.$$

При получении (22) было использовано выражение для  $h(k, l)$  (13). Остальные компоненты Фурье в (21) определяются из соотношений:  $Y(k, l) = Y^*(-k, -l)$ ,  $Y(k, l|\Omega) = Y^*(-k, l|\Omega)$ .

Теперь можно получить конечные выражения для поправок к току через образец. Поправка к постоянному току имеет вид

$$\delta I_0 \cong -\sigma E_0 \frac{m^2}{2} \left| \frac{C}{B} \right|^2 \\ \times \left\{ 1 - \frac{\Theta^2}{2} + \frac{\Theta^2 |\Omega_r|^2}{4} \left[ \frac{1}{|\Omega - \Omega_r|^2} + \frac{1}{|\Omega + \Omega_r|^2} \right] \right\}. \quad (24)$$

Здесь мы ограничились случаем малой амплитуды фазовой модуляции  $\Theta \ll 1$  и расчет провели с точностью до  $\Theta^2$ . Величины  $B$  и  $C$  определены равенствами (17) и (23).

Частотная зависимость постоянного тока (24) имеет минимум при частоте

$$\Omega_m = |\Omega_r| \left[ 2(1 + Q^{-2})^{-1/2} - 1 \right]^{1/2}, \quad (25)$$

где  $Q = \text{Re } \Omega_r / \text{Im } \Omega_r$  — добротность, определяемая временем жизни волн перезарядки ловушек. Согласно (18),

$$|\Omega_r| = \frac{1}{\tau_M} \sqrt{\frac{a^2 + (a_1^2 + 2aa_2)d^2 + a_2^2 d^4}{a^2 + (a_3^2 + 2a)d^2 + d^4}}, \quad (26)$$

$$Q = d \frac{a(a_1 + a_3) + (a_1 + a_2 a_3)d^2}{a^2 + [a(a + a_2) - a_1 a_3]d^2 + a_2 d^4}. \quad (27)$$

Значение поправки тока в точке минимума

$$\delta I(0) = -\sigma E_0 \frac{m^2}{2} \left| \frac{C}{B} \right|^2 \left( 1 - \frac{\Theta^2}{2} + \frac{\Theta^2}{8} \frac{1}{\sqrt{1 + Q^{-2} - 1}} \right). \quad (28)$$

В соответствии с (25) частотная зависимость постоянного тока имеет минимум лишь при достаточно высокой добротности  $Q^2 > 1/3$ . Этот факт позволяет в принципе экспериментально определить соотношения между параметрами модели. Из (27) следует, что добротность в обоих предельных случаях малых и больших значений  $d$  падает. Изменяя в эксперименте либо внешнее поле, либо волновой вектор решетки, можно зафиксировать значения этих параметров, при которых исчезает минимум частотной зависимости тока, что соответствует значению добротности  $Q = 1/\sqrt{3}$ .

## 5. Влияние интерференционной картины на переменный ток

Наглядной физической причиной появления переменного тока в кристалле является движение волны пространственного заряда в поле статической решетки заряда. Как уже отмечалось в предыдущем разделе, волна пространственного заряда пропорциональна  $m\Theta \cos(Kx - \Omega t)$ , а поле статической решетки пропорционально  $m \cos(Kx)$ . В результате произведение волн заряда на поле решетки, которое и определяет величину тока, содержит слагаемое, пропорциональное  $m^2 \Theta \cos(\Omega t)$ , что и означает наличие переменного однородного тока в кристалле и во внешней цепи. Этот эффект, получивший название пространственного выпрямления ВПЗ, имеет место только в том случае, если в кристалле есть статическая решетка поля с тем же периодом, что и ВПЗ, поэтому такой эффект зависит от метода возбуждения ВПЗ. Эффект пространственного выпрямления имеет место также и для дрейфовых волн [7,13,14].

Полагая в (21)  $l = 1$ , после несложных преобразований в линейном приближении по амплитуде фазовой модуляции  $\Theta$  получаем

$$\delta I(1) = \sigma E_0 \frac{im^2 \Theta |C|^2}{2|B|^2} \left( 1 + \frac{1}{2} i\Omega \tau_M \right) \frac{\Omega \text{Re } \Omega_r}{(\Omega - \Omega_r)(\Omega + \Omega_r^*)}. \quad (29)$$

В эксперименте обычно измеряют модуль этой величины, имеющий, согласно (29), вид

$$|\delta I(1)| = \sigma E_0 \frac{m^2 \Theta}{2} \left| \frac{C}{B} \right|^2 \\ \times \frac{\omega}{\sqrt{(\omega^2 - 1)^2 + 2Q^{-2}(\omega^2 + 1) + Q^{-4}}}, \quad (30)$$

где введена безразмерная частота  $\omega = \Omega / \text{Re } \Omega_r$ . При получении (30) мы ограничились областью частот  $\Omega \tau_M < 2$ . Частотная зависимость  $|\delta I(1)|$  имеет максимум при частоте

$$\Omega_{\max} = |\Omega_r|, \quad (31)$$

а значение тока в максимуме

$$|\delta I(1)|_{\max} = \sigma E_0 \frac{m^2 \Theta}{4} \left| \frac{C}{B} \right|^2 Q \\ = \frac{\sigma E_0 m^2 \Theta d [a(a_1 + a_3) + (a_1 + a_2 a_3)d^2] (a_4^2 + a_5^2 d^2)}{4 \{ a^2 + [a(a + a_2) - a_1 a_3]d^2 + a_2 d^4 \} \times \\ \times \{ a^2 + (a_1^2 + 2aa_2)d^2 + a_2^2 d^4 \}}. \quad (32)$$

## 6. Переход к монополярной модели

При переходе к монополярной (электронной) модели, когда отсутствуют межзонные переходы, а пространственный заряд формируется только за счет возбуждения электронов с ловушек в зону проводимости,

в исходных уравнениях следует положить  $g_p = G = 0$ . При этом концентрация дырок  $n_p = 0$ . В этом случае коэффициенты  $A$  и  $B$  в (15) сильно упрощаются,  $A = \Gamma_e - id_e$ ,  $B = \beta_e d_e + i\Gamma_e$ , выражение для частоты ВПЗ (15) приводится к виду

$$\Omega_r = -\frac{1}{\tau_M} \frac{\Gamma_e - E_0/E_q}{d + i\Gamma_e}. \quad (33)$$

Здесь  $\beta_e d_e = E_0/E_q$ ,

$$E_q = \frac{4\pi e N_{ef}^{(e)}}{\varepsilon K} \quad (34)$$

— поле насыщения ловушек, введенное в работе [15]. Выражение для эффективной концентрации ловушек (12) при монополярной проводимости с учетом уравнений (8) можно привести к виду

$$N_{ef}^{(e)} = \frac{(N_a + n_e^{(0)})(N_d - n_e^{(0)})}{N_d + N_a}. \quad (35)$$

Этот результат имеет вполне наглядный характер и совпадает с традиционными соотношениями в [6], если в (35) произвести замену  $N_d \rightarrow N_d - N_a$ . Эта замена связана с тем, что в традиционной монополярной модели акцепторы играют пассивную роль и не принимают участия в оптических переходах.

Выражение для постоянного тока (24) при монополярной проводимости принимает вид (в этом случае, согласно (23), коэффициент  $C = -1$ )

$$\begin{aligned} \frac{\delta I(0)}{\sigma E_0} \cong & -\frac{m^2}{2} \frac{1 - \Theta^2/2}{\Gamma_e^2 + (\beta_e d_e)^2} \\ & - \frac{m^2 \Theta^2}{8} \left\{ \frac{1}{(\Gamma_e \Omega \tau_M - \beta_e d_e)^2 + (d_e \Omega \tau_M + \Gamma_e)^2} \right. \\ & \left. + \frac{1}{(\Gamma_e \Omega \tau_M + \beta_e d_e)^2 + (d_e \Omega \tau_M - \Gamma_e)^2} \right\}. \quad (36) \end{aligned}$$

Полученные выражения могут быть еще более упрощены, если приложенное электрическое поле меньше поля пространственного заряда для волн перезарядки ловушек с волновым вектором  $K$ , т.е.  $E_0 \ll E_q$ . Это условие обычно носит название „отсутствие насыщения ловушек“. В этом предельном случае в (36) следует положить  $\beta_e = 0$ ,  $\Gamma_e = 1$ .

Выражение для переменного тока (29) в монополярной модели принимает вид

$$\delta I(1) = \sigma E_0 \frac{im^2 \Theta}{4} \frac{2 + i\Omega \tau_M}{\Gamma_e^2 + \beta_e^2 d_e^2} \frac{\Omega \operatorname{Re} \Omega}{(\Omega - \Omega_r)(\Omega + \Omega_r^*)}. \quad (37)$$

При этом выражение для резонансной частоты задано соотношением (33).

Выражение для максимального тока (32) принимает вид

$$|\delta I(1)|_{\max} = \sigma E_0 \frac{m^2 \Theta d_e \Gamma_e |1 - \beta_e|}{4(\Gamma_e^2 + \beta_e d_e^2)(\Gamma_e^2 + \beta_e^2 d_e^2)}, \quad (38)$$

а положение максимума описывается соотношением (31). С ростом параметра  $d$  величина  $\Omega_{\max}$  монотонно

изменяется от 1 до  $\beta_e$  (возрастает при  $\beta_e > 1$  и падает при  $\beta_e < 1$ ). Ток  $|\delta I(1)|_{\max}$  линейно возрастает при малых значениях  $d$  и падает как  $d^{-3}$  при больших  $d$ . При отсутствии насыщения ловушек максимальный ток (38) возрастает пропорционально  $KE^2$ .

## 7. Квазимонополярная модель

Рассмотренная выше модель биполярной проводимости содержит большое число параметров. Сравнение ее с экспериментальными данными носит достаточно произвольный характер, так как имеется слишком много подгоночных параметров. Поэтому целесообразно произвести упрощение задачи, сохранив при этом основную черту биполярной модели — оптическое возбуждение электрон-дырочных пар. Одним из возможных вариантов такого упрощения является пренебрежение обменом электронами между валентной зоной и ловушками, при котором полагают  $g_p = \vartheta_p^{-1} = 0$ . Такая модель, в частности, рассматривается в [4] для описания оптической записи решетки. Кроме того, будем считать, что дырки обладают достаточно малой подвижностью, так что можно положить  $\mu_p = 0$ . В такой модели валентная зона играет роль источника фотоэлектронов, но не влияет на характер волн перезарядки ловушек. Решение уравнений баланса (8) в этой модели имеет вид

$$n_e^{(0)} \cong n_p^{(0)} \cong \sqrt{G\vartheta}, \quad \rho_0 \cong \frac{N_d}{1 + \sqrt{G\vartheta}/g_e \vartheta_e} - N_a. \quad (39)$$

Дисперсионную зависимость ВПЗ в этой модели после некоторых преобразований можно привести к виду

$$\Omega_r = -\frac{1}{\tau_M} \frac{1 - iE_0/\tilde{E}_q}{\tilde{d} + i}, \quad (40)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{d} &= \frac{1}{2} \mu_e E_0 K T_e, \quad T_e = \left( g_e + \frac{n_e^{(0)}}{\vartheta_e} \right)^{-1}, \\ \tilde{E}_q &= \frac{4\pi e (\tilde{N}_{ef}^{(e)} + 2n_e^{(0)})}{\varepsilon K}. \quad (41) \end{aligned}$$

При этом произведена перенормировка как эффективной концентрации ловушек

$$\tilde{N}_{ef}^{(e)} = N_{ef}^{(e)} \tau_e \frac{N_a + \rho_0}{\vartheta_e} = \frac{(N_a + \rho_0)(N_d - \rho_0)}{N_d + N_a}, \quad (42)$$

так и параметра  $d_e \rightarrow \tilde{d}$ , имеющего смысл отношения дрейфовой длины электрона в зоне к длине волны интерференционной решетки.

Частота ВПЗ  $\Omega_r$  в форме (40) практически полностью совпадает с результатом монополярной модели (33), но наличие межзонной фотогенерации носителей приводит к перенормировке входящих в эти выражения параметров. Одновременно в выражении для  $\tilde{N}_{ef}$  (42) по сравнению с  $N_{ef}^{(e)}$  (35) произошла замена  $n_e^{(0)} \rightarrow \rho_0$ , что

представляется естественным, так как в силу электро-нейтральности в монополярной модели концентрация электронов в зоне равна концентрации связанного заряда. Отметим также, что эффективное время  $T_e$ , входящее в определение  $\tilde{d}$ , имеет физический смысл времени релаксации связанного заряда, а не времени жизни фотоэлектронов  $\tau_e$ , которое определяет величину  $d_e$  (10), как это имело место при монополярной проводимости. Впрочем, следует отметить, что при  $G = 0$  эти времена совпадают.

Подстановка выражения для связанного заряда  $\rho_0$  в форме (39) в выражение для  $\tilde{N}_{ef}$  (42) дает

$$N_{ef} = N_d \left( \frac{\sqrt{G\vartheta}}{g_e\vartheta_e} + \frac{g_e\vartheta_e}{\sqrt{G\vartheta}} + 2 \right)^{-1}, \quad (43)$$

что согласуется с выражением для эффективной концентрации ловушек, полученным в [4]. Важно отметить, что в обоих предельных случаях  $\sqrt{G\vartheta}/g_e\vartheta_e \ll 1$  и  $\sqrt{G\vartheta}/g_e\vartheta_e \gg 1$  эффективная концентрация ловушек много меньше концентрации доноров  $N_d$ . Этот факт означает усиление эффекта насыщения ловушек за счет межзонной фотогенерации. Иными словами, межзонное возбуждение приводит к тому, что эффект насыщения ловушек начинает сказываться уже при меньших электрических полях, чем в условиях отсутствия межзонных переходов.

Таким образом, рассмотрение простейшей модели, учитывающей межзонную фотогенерацию, показывает, что при анализе соответствующих экспериментальных данных можно использовать простые формулы для зависимости тока от частоты колебаний интерференционной решетки, полученные в [7] для монополярной модели. Но при этом следует принимать во внимание сильную перенормировку эффективной концентрации ловушек и эффективного времени жизни  $\tau_e \rightarrow T_e$ . В отличие от монополярного случая эти эффективные параметры зависят от интенсивности засветки.

## 8. Предел превалирующей роли межзонных переходов

Рассмотрим случай, когда основную роль играют межзонные переходы, т.е.  $G \gg g_{r,p}$ ,  $\vartheta \ll \vartheta_{e,p}$ . При этом, как и в предыдущем разделе,  $n_e^{(0)} = n_p^{(0)} \equiv n_0 = \sqrt{G\vartheta}$ , причем  $n_0 \gg \rho_0$ . Но в отличие от раздела 6 будем принимать во внимание обмен электронами между валентной зоной и ловушками, а подвижность дырок  $\mu_p \neq 0$ . Времена жизни электронов и дырок (10) равны между собой,  $\tau_e = \tau_p \equiv \tau = \vartheta/n_0 = \sqrt{\vartheta/G}$ . Что касается переходов между ловушками и зонами, то при рассмотрении ВПЗ их следует учитывать по теории возмущений. Основную роль при этом играет безразмерный параметр  $\alpha = \alpha_e + \alpha_p$ , который, согласно (12), представляет собой отношение концентрации свободных носителей тока к эффективной концентрации ловушек. В пределе преобладающей роли межзонных переходов этот параметр

есть отношение времени жизни свободных носителей ко времени релаксации в системе связанного заряда,  $\alpha = \tau/T$ . При этом время релаксации связанного заряда

$$T = \left( g_e + g_p + n_0 \frac{\vartheta_e + \vartheta_p}{\vartheta_e\vartheta_p} \right)^{-1}. \quad (44)$$

В рассматриваемом здесь случае преобладающей роли межзонного фотовозбуждения  $\alpha \ll 1$ , а параметр  $\Lambda_{e,p} \cong 1 - \alpha_{e,p}$ . В этом приближении выражение для резонансной частоты ВПЗ (15) принимает сравнительно простой вид

$$\Omega_r = i \frac{\alpha}{\tau} \frac{2\xi + d^2 - id\lambda}{2\alpha + d^2 - id\lambda}. \quad (45)$$

Здесь введены обозначения  $\xi = \tau/\tau_M = 4\pi e(\mu_e + \mu_p)\vartheta/\varepsilon$ ,  $\lambda = \sqrt{\mu_e/\mu_p} - \sqrt{\mu_p/\mu_e}$ . Заметим, что параметр  $\xi$  не зависит от интенсивности засветки.

Выражение для постоянного тока (24) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \delta I(0) &\cong -\frac{m^2}{2} \frac{\sigma E_0}{(2\xi + d^2)^2 + d^2\lambda^2} \\ &\times \left\{ 1 - \frac{\Theta^2}{2} + \frac{\Theta^2 |\Omega_r|^2}{4} \left[ \frac{1}{|\Omega - \Omega_r|^2} + \frac{1}{|\Omega + \Omega_r|^2} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (46)$$

а для переменного тока (29)

$$\delta I(1) = \sigma E_0 \frac{im^2\Theta}{4} \frac{(2 + i\Omega\tau_M)\xi^2}{(2\xi + d^2)^2 + d^2\lambda^2} \frac{\Omega \operatorname{Re} \Omega_r}{(\Omega - \Omega_r)(\Omega + \Omega_r^*)}. \quad (47)$$

Напомним, что предлагаемая в настоящей работе теория справедлива, если частота ВПЗ меньше частоты дрейфовых волн. При этом рассматриваемый интервал частот колебаний интерференционной решетки расположен ниже частоты дрейфовых волн, пропорциональной  $\tau^{-1}$ . Это условие выполняется, если время жизни фотоэлектронов меньше времени максвелловской релаксации, т.е. при  $\xi < 1$  (см. уравнения (11) и раздел 3).

## 9. Экранирование внутреннего электрического поля

Монополярная и биполярные модели принципиально различаются между собой по характеру экранировки внутреннего электрического поля. Пусть образец освещен тонкой полоской света, так что в (1)  $h(x, t) \rightarrow h\delta(x)$ . Индуцированные светом носители тока дрейфуют во внешнем электрическом поле, в результате чего возникает внутреннее электрическое поле. Глубина дрейфа лимитируется как рекомбинацией носителей тока, так и кулоновским взаимодействием между заряженными частицами. В результате возникающий пространственный заряд имеет характерный размер, который далее называется длиной экранировки  $L$ . Очевидно, что при

монополярной проводимости пространственный заряд локализован лишь с одной из сторон полосы света (определяется типом проводимости — электронной или дырочной). Напомним, что здесь мы пренебрегаем диффузией, наличие которой приведет к проникновению пространственного заряда в другую сторону на расстояние порядка диффузионной длины. В случае биполярного переноса тока в силу того, что электроны и дырки дрейфуют в разные стороны, пространственный заряд локализован по обе стороны полосы света с двумя длинами экранировки  $L_{\pm}$ .

Проведенные выше расчеты позволяют найти эти длины экранирования и выразить их через параметры теории. Для этого воспользуемся выражением для внутреннего электрического поля (22) в статическом случае  $l = 0$ . С учетом (15) для статического поля получаем

$$Y(q) = \frac{iC(q)}{B(q)} h = \frac{a_4 + ia_5 d(q)}{a_2 d^2(q) - ia_1 d(q) + a} h. \quad (48)$$

Здесь произведен переход в представление Фурье для континуального пространства с волновым вектором  $q$ ,  $kK \rightarrow q$ , так что

$$d(q) = qE_0 \sqrt{\mu_e \mu_p \tau_e \tau_p}. \quad (49)$$

Полюса выражения (38) определяют длину проникновения внутреннего электрического поля в глубь образца  $L_{\pm}$ . Приравняв знаменатель в (48) нулю, получаем

$$L_{\pm} = -E_0 \sqrt{\mu_e \mu_p \tau_e \tau_p} \frac{a_1}{2a} \left( 1 \pm \sqrt{1 + \frac{4aa_2}{a_1^2}} \right). \quad (50)$$

В монополярном (электронном) случае, когда  $a = \Gamma_e$ ,  $a_1 = \eta_e \beta_e$ ,  $a_2 = \beta_e$ , это выражение радикально упрощается

$$L_+ = -\frac{\varepsilon E_0}{4\pi e (n_e^{(0)} + N_{ef}^{(e)})}, \quad L_- = 0, \quad (51)$$

причем эффективная концентрация ловушек описывается соотношением (35). При дырочной проводимости в (51) следует изменить знак длины экранировки, а электронные индексы ( $e$ ) заменить на дырочные ( $p$ ). Таким образом, в пределе слабой засветки, когда  $n_e^{(0)} \ll N_{ef}^{(e)}$ , в монополярном случае именно  $N_{ef}^{(e)}$  определяет длину экранировки внутреннего электрического поля. В биполярном случае эффективные концентрации ловушек  $N_{ef}^{(e,p)}$  такого физического смысла не имеют.

Длину экранировки  $L_{\pm}$  в случае превалирующей роли межзонных переходов, рассмотренной в разделе 8, можно получить из общего соотношения (50). Однако проще использовать рецепт нахождения длин экранировки, заключающийся в том, что их можно определить посредством приравнивания нулю дисперсионной частоты  $\Omega_r(q)$ . Тогда с помощью (45) получаем

$$L_{\pm} = E_0 (\mu_p - \mu_e) \tau_M \frac{1}{4} \left( 1 \pm \sqrt{1 \pm \frac{8\xi}{\lambda^2}} \right). \quad (52)$$

Результат для  $L_{\pm}$  (52) соответствует длине экранировки в электрон-дырочной плазме без учета взаимодействия

ее с ловушками. В этом пределе формирование внутреннего поля полностью определяется кулоновским взаимодействием между электронами и дырками без участия рекомбинационных процессов.

## Список литературы

- [1] M.P. Petrov, V.V. Bryksin, A.A. Lebedev, M. Lemmer, M. Imlau. *J. Appl. Phys.* **98**, 083 706 (2005).
- [2] M.P. Petrov, V.V. Bryksin, C. Rüter, F. Rahe, A. Emgrunt, M. Imlau, E. Krätzig. *Phys. Rev. B* **69**, 241 201(R) (2004).
- [3] B.I. Sturman. In: *Photorefractive materials and their applications 1* / Eds P. Günter, J.P. Huignard. Springer, Berlin (2006). Ch. 5.
- [4] M.P. Petrov, V.V. Bryksin. In: *Photorefractive materials and their applications 2* / Eds P. Günter, J.P. Huignard. Springer, Berlin (2007). Ch. 9.
- [5] M. Brushinin, V. Kulikov, I. Sokolov. *Phys. Rev. B* **67**, 075 202 (2003).
- [6] L. Solymar, W. Solymar, A. Grunnet. *The physics and applications of photorefractive materials*. Oxford University Press (1996).
- [7] В.В. Брыксин, М.П. Петров. *ФТТ* **48**, 1167 (2006).
- [8] G. Montemezzani, P. Rogin, M. Zgonik, P. Gunter. *Phys. Rev. B* **49**, 2428 (1996).
- [9] G. Montemezzani, P. Dittrich, P. Gunter. In: *Photorefractive materials and their applications 1* / Eds P. Günter, J.P. Huignard. Springer, Berlin (2006). Ch. 7.
- [10] N. Korneev, S. Mansurova, S. Stepanov. *J. Opt. Soc. Am. B* **12**, 615 (1995).
- [11] C.C. Wang, F. Davidson, S. Trivedi. *J. Opt. Soc. Am. B* **14**, 21 (1997).
- [12] P. Kleinert. *J. Appl. Phys.* **97**, 073 711 (2005).
- [13] Р.Ф. Казаринов, Р.А. Сурис, Б.И. Фукс. *ФТП* **7**, 102 (1972).
- [14] M.P. Petrov, V.V. Bryksin, A. Emgrunt, M. Imlau, E. Krätzig. *J. Opt. Soc. Am. B* **22**, 1529 (2005).
- [15] N.V. Kukhtarev, V.B. Markov, S.G. Odulov, M.S. Soskin, V.L. Vinetskii. *Ferroelectrics* **22**, 949 (1979).