

УДК 537.311.33

© 1991

НЕЛИНЕЙНОЕ СТАЦИОНАРНОЕ И НЕСТАЦИОНАРНОЕ ПРОХОЖДЕНИЕ СВЕТА ЧЕРЕЗ ПОЛУПРОВОДНИК ПРИ РЕЗОНАНСНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ ЭКСИТОНОВ

Б. Ш. Парканский, А. Х. Ротару

Исходя из обобщенных уравнений Келдыша для когерентных экситонов и фотонов, с учетом экситон-экситонного взаимодействия построена теория стационарного и нестационарного прохождения света через кольцевой резонатор. Показано, что на кривой пропускания резонатора при определенных условиях возникает участок с отрицательным наклоном — «окно неустойчивости», ответственное за появление периодических и стохастических самопульсаций. Найден спектр мощности соответствующих колебаний и показано, что переход к хаосу происходит через бифуркации удвоения периода. Построены фазовые траектории колебаний, представляющие собой сложные предельные циклы и странные аттракторы. Показано, что система может работать как преобразователь стационарного света в пульсирующее излучение.

Использование мощных источников света позволяет создавать такие концентрации электронно-дырочных пар и экситонов в полупроводниках, что становятся существенными нелинейные эффекты. В настоящее время известно много работ, посвященных нелинейным когерентным эффектам на длинноволновом краю собственного поглощения кристалла при резонансном возбуждении экситонов. Среди них отметим теоретическое и экспериментальное исследования явлений самоиндуцированной прозрачности, оптической нутации, бистабильности, перестройки спектра поляритонов и фононов и образования новых элементарных возбуждений — фоноритонов [1-7].

В отличие от нелинейных эффектов в модели двухуровневых атомов в экситонной области спектра имеются существенные особенности нелинейных когерентных явлений. Так, при относительно малых плотностях, когда экситоны можно считать бозонами, гамильтониан взаимодействия экситонов и фотонов квадратичный и зависимость между амплитудой электрического вектора E электромагнитного поля и амплитудой экситонной волны a является линейной. Нелинейность в случае экситонов обусловлена динамическим и кинематическим экситон-экситонным взаимодействием. Уравнения, описывающие слабонеоднородные в пространстве и во времени когерентные экситоны и фотоны с учетом межэкситонного взаимодействия, выведены Келдышем [8]. Они послужили основой для исследования многих аспектов когерентного нелинейного распространения света в плотных конденсированных средах в экситонной области спектра. Так, в [1, 2, 5] построены теория самоиндуцированной прозрачности в экситонной области спектра и теория оптической бистабильности. Наконец, совсем недавно [9, 10] нами была показана принципиальная возможность возникновения нового кооперативного эффекта — самопульсаций на длинноволновом краю собственного поглощения кристалла при резонансном возбуждении экситонов большой плотности. Исходя из уравнений Келдыша, обобщенных на случай действия внешней когерентной накачки и затуханий, в пространственно-однородном случае были найдены условия

возникновения различных временных структур в системе когерентных экситонов и фотонов.

Настоящий этап изучения оптической бистабильности и самопульсаций характеризуется тем, что они рассматриваются для конкретных оптических приборов с соответствующей геометрией опыта. Теоретическое и экспериментальное изучение этих кооперативных эффектов в модели двухуровневых атомов [11-17] проводилось, как правило, в геометрии кольцевого резонатора и резонатора Фабри—Перо.

Данная работа посвящена теоретическому изучению нелинейного стационарного и нестационарного прохождения света через полупроводник при резонансном возбуждении экситонов большой плотности в геометрии кольцевого резонатора. Эта работа является логическим продолжением работ [9, 10] с целью учета конкретной геометрии эксперимента. Построенная в [4, 9, 10] теория оптической бистабильности и самопульсаций относится к внутренним свойствам системы «поле+экситоны». Поэтому важно найти способы их экспериментального обнаружения через реально наблюдаемые физические величины, изучить нелинейные характеристики выходящего из кристалла света в зависимости от амплитуды и частоты падающего на него излучения и, таким образом, получить информацию о происходящих в кристалле нелинейных процессах. В отличие от [9, 10], где внешняя накачка вводилась в динамические уравнения феноменологически, мы учли естественные граничные условия для кольцевого резонатора.

1. Динамические уравнения когерентных экситонов и фотонов в приближении среднего поля

Исходным пунктом теоретического рассмотрения нелинейного прохождения света через кольцевой резонатор при резонансном возбуждении экситонов является система уравнений Келдыша [8]. Мы обобщили ее на случай учета ухода экситонов и фотонов из соответствующих когерентных мод путем введения констант затухания γ_{ex} и γ_{ph} . Для волн, распространяющихся вдоль оси x , система уравнений имеет вид

$$i \frac{\partial a}{\partial t} = \left(\Omega_{ex} - \frac{\hbar}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) a + \frac{g}{\hbar V} |a|^2 a - \frac{d}{\hbar} E^+ - i\gamma_{ex} a, \quad (1)$$

$$c^2 \frac{\partial^2 E^+}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 E^+}{\partial t^2} - 2\gamma_{ph} \frac{\partial E^+}{\partial t} = \frac{4\pi d}{v_0} \frac{\partial^2 a}{\partial t^2}, \quad (2)$$

где $a(x, t)$ — макроскопическая амплитуда когерентных экситонов, $E^+(x, t)$ — положительно-частотная часть переменного электромагнитного поля, g — константа экситон-экситонного взаимодействия, d — дипольный момент перехода из основного состояния кристалла в экситонное, Ω_{ex} — предельная частота механических экситонов, m — трансляционная масса экситона, v_0 и V — объемы элементарной ячейки и кристалла.

Далее удобно перейти к безразмерным величинам \bar{A} и $\bar{\xi}^+$ с помощью подстановки

$$a = \bar{A} \left(\frac{\hbar \gamma_{ex} V}{g} \right)^{1/2}, \quad E^+ = \bar{\xi}^+ \left(\frac{\hbar^3 \gamma_{ex}^3 V}{g d^2} \right)^{1/2}. \quad (3)$$

Амплитуды экситонов и поля представим в виде модулированных плоских волн с несущей частотой Ω и волновым вектором k

$$\bar{A} = A \cdot \exp(ikx - i\Omega t), \quad \bar{\xi}^+ = e \cdot \exp(ikx - i\Omega t), \quad (4)$$

где A и e — медленно меняющиеся функции.

Подставляя (3)—(4) в (1)—(2) в приближении плавных огибающих, получаем

$$c^2 \left(-k^2 e + 2ik \frac{\partial e}{\partial x} \right) + \left(\Omega^2 e + 2i\Omega \frac{\partial e}{\partial t} \right) - 2\gamma_{ph} \left(\frac{\partial e}{\partial t} - i\Omega e \right) =$$

$$= -4\pi \frac{d^2/v_0}{\hbar\gamma_{ex}} \left(\Omega^2 A + 2i\Omega \frac{\partial A}{\partial t} \right), \quad (5)$$

$$i \left(\frac{\partial A}{\partial t} - i\Omega A \right) = \Omega_{ex} A - \frac{\hbar}{2m} \left(-k^2 A + 2ik \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \gamma_{ex} |A|^2 A - i\gamma_{ex} A - \gamma_{ex} e. \quad (6)$$

В общем случае амплитуды A и e — комплексные величины. Введем $A_r = \text{Re } A$, $A_i = \text{Im } A$, $e_r = \text{Re } e$, $e_i = \text{Im } e$, а также $\sigma = \gamma_{ph}/\gamma_{ex}$, $\tau = \gamma_{ex} t$ — безразмерное время, $\delta = (\Omega - \Omega_{ex})/\gamma_{ex}$ — безразмерная расстройка резонанса. Из (5)–(6), пренебрегая эффектами пространственной дисперсии которые в актуальной области спектра несущественны, получим

$$\partial A_r / \partial \tau = -\delta A_i + (A_r^2 + A_i^2) A_i - A_r - e_i, \quad (7)$$

$$\partial A_i / \partial \tau = \delta A_r - (A_r^2 + A_i^2) A_r - A_i + e_r, \quad (8)$$

$$\frac{\partial e_r}{\partial \tau} = -\sigma \frac{\Omega^2 + c^2 k^2}{2\Omega^2} e_r - \frac{\Omega^2 - c^2 k^2}{2\Omega\gamma_{ex}} e_i - \frac{c^2 k}{\Omega} \frac{\partial e_r}{\partial x} - 2\pi \frac{d^2/v_0}{\hbar\gamma_{ex}} \frac{\Omega}{\gamma_{ex}} A_i, \quad (9)$$

$$\frac{\partial e_i}{\partial \tau} = -\sigma \frac{\Omega^2 + c^2 k^2}{2\Omega^2} e_i + \frac{\Omega^2 - c^2 k^2}{2\Omega\gamma_{ex}} e_r - \frac{c^2 k}{\Omega} \frac{\partial e_i}{\partial x} + 2\pi \frac{d^2/v_0}{\hbar\gamma_{ex}} \frac{\Omega}{\gamma_{ex}} A_r. \quad (10)$$

Система нелинейных дифференциальных уравнений (7)–(10) описывает пространственно-временную эволюцию когерентных экситонов и фотонов в конденсированных средах в приближении плавных огибающих и является основой для дальнейшего рассмотрения.

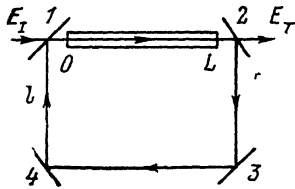


Рис. 1. Кольцевой резонатор, в котором зеркала 1 и 2 имеют коэффициент отражения R , а 3 и 4 — 100%, расстояние между зеркалами 1 и 2 — L , между 3 и 2 — l .

Пусть образец длины L помещен между входным и выходным зеркалами кольцевого резонатора, которые характеризуются коэффициентом пропускания T . Два других зеркала считаются идеально отражающими (рис. 1). Соответствующие граничные условия (E_I — накачка, $E_T(t)$ — поле на выходе резонатора)

$$\sqrt{1-R} E_I + R E^+(L, t - \Delta t) = E^+(0, t), \quad (11a)$$

$$E_T(t) = \sqrt{1-R} E^+(L, t), \quad (11b)$$

где R — коэффициент отражения зеркал 1 и 2 резонатора; Δt — время запаздывания, вносимого обратной связью. Вводя безразмерную входную (y) и выходную (x) амплитуды полей и используя (4), для нормированных амплитуд получаем граничные условия

$$T y + R [e_r(L, t - \Delta t) \cos F - e_i(L, t - \Delta t) \sin F] = e_r(0, t), \quad (12a)$$

$$R (e_r(L, t - \Delta t) \sin F + e_i(L, t - \Delta t) \cos F) = e_i(0, t), \quad (12b)$$

где

$$E_I = y \left(\frac{\hbar^3 \gamma_{ex}^3 v_0 T}{g d^2} \right)^{1/2}, \quad E_T = x \left(\frac{\hbar^3 \gamma_{ex}^3 v_0 T}{g d^2} \right)^{1/2},$$

$F = k_0(L + 2l) + kL$ — набег фазы поля в кольцевом резонаторе, $k_0 = k/\sqrt{\varepsilon_\infty}$ — волновой вектор поля в вакууме.

Найти точные аналитические решения системы нелинейных уравнений в частных производных невозможно. Однако основные черты нелинейного прохождения света можно выявить в модели среднего поля, которая широко используется в теории оптической бистабильности [18]. Математически она соответствует замене $\int_0^L E(x) dx$ на $E(L)L$. В этом приближении

уравнения (9)–(10) можно проинтегрировать по координате

$$\frac{\partial e_r}{\partial \tau} = -\sigma e_r - \Delta e_i - \frac{c}{\gamma_{ex} L} (e_r - e_r(0)) - \frac{\alpha^2}{2} A_i, \quad (13)$$

$$\frac{\partial e_i}{\partial \tau} = -\sigma e_i + \Delta e_r - \frac{c}{\gamma_{ex} L} (e_i - e_i(0)) + \frac{\alpha^2}{2} A_r, \quad (14)$$

где

$$\alpha^2 = \frac{\Delta_0}{\gamma_{ex}} \frac{\Omega}{\gamma_{ex}}, \quad \Delta_0 = 4\pi \frac{d^2/v_0}{\hbar}, \quad \Omega \approx ck, \quad \Delta = \frac{\Omega^2 - c^2 k^2}{2\Omega \gamma_{ex}}.$$

Вместе с уравнениями (7)–(8) и граничными условиями (12) они описывают динамику когерентных экситонов и фотонов в приближении среднего поля.

2. Стационарное решение. Временная эволюция системы

Уравнения (7)–(8) и (13)–(14) относятся к классу нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих открытые динамические системы. Однако в зависимости от соотношений между параметрами не все стационарные состояния являются устойчивыми. Их можно определить из условия $\dot{A}_r = \dot{A}_i = \dot{e}_r = \dot{e}_i = 0$. При этом из (7)–(8) непосредственно следует уравнение бистабильности типа «плотность—свет», впервые изученной Елесиным и Копаевым [19] и нами [4, 20, 21],

$$z[(z - \delta)^2 + 1] = x^2, \quad (15)$$

где $z = A_r^2 + A_i^2$ — безразмерная плотность экситонов. Отметим, что бистабильность такого типа является «вещью в себе». Для того чтобы раскрыть внутренний гистерезис, необходимо изучить зависимость интенсивности выходящего излучения от падающего, т. е. исследовать бистабильность типа «свет—свет». С учетом (7)–(8) и (12) для стационарного случая из (13)–(14) получаем

$$y^2 = \left[\left(\frac{1 - R \cos F}{1 - R} + \frac{\sigma \tau_1 \sqrt{\epsilon_{\infty}}}{1 - R} \right) x + C \frac{z}{x} \right]^2 + \left[\left(\frac{R \sin F}{1 - R} + \frac{\Delta \tau_1 \sqrt{\epsilon_{\infty}}}{1 - R} \right) x + C \frac{z(z - \delta)}{x} \right]^2, \quad (16)$$

где

$$\tau_1 = \frac{\gamma_{ex} L}{c_0}, \quad C = \frac{1}{2} \frac{\Delta_0}{\gamma_{ex}} \frac{kL}{T}$$

— параметр оптической бистабильности. Уравнение (16) — уравнение состояния в теории оптической бистабильности в экситонной области спектра в полупроводниковом кольцевом резонаторе.

На рис. 2, 3 приведены нелинейные зависимости $x(y)$, т. е. амплитуды выходящего поля от амплитуды падающего при различных значениях параметров. Отметим, что с ростом расстройки резонанса между частотой электромагнитного поля накачки и частотой механического экситона δ зависимость изменяется от однозначной до многозначной, когда пропускание становится бистабильным, причем с ростом δ оптическая бистабильность проявляется все более ярко.

Когда набег фазы в резонаторе $F = 2\pi n$ ($n \in Z$), оптический гистерезис в рассматриваемой системе имеет направление обхода по часовой стрелке. При определенных параметрах, как это следует из рисунков, петля гистерезиса превращается в почти ступеньку переключения, что может найти применение в оптических логических ячейках для оптического компьютера. Кроме того, когда набег фазы $F = \pi/2 + 2\pi n$, на гистерезисе имеется точка самопересечения. Эти особенности характерны для оптической бистабильности в экситонной области спектра с учетом экситон-экситонного

взаимодействия и существенно отличаются от аналогичного явления в системе двухуровневых атомов, где гистерезис имеет направление обхода

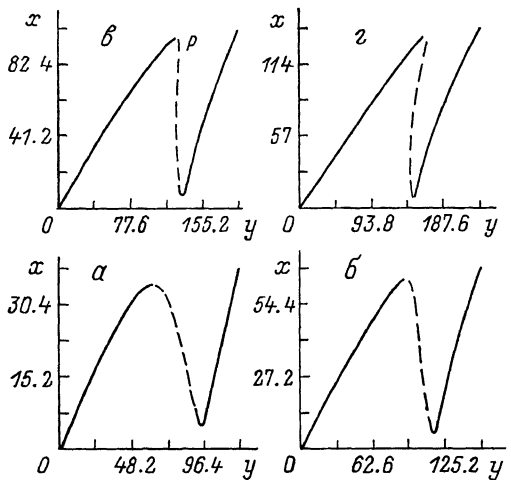


Рис. 2. Зависимость x от y при $F=2\pi l$ и расстройках $\delta=20$ (а), 30 (б), 40 (в), 50 (г). $C=20$, $\epsilon_\infty=3.117$, $l/L=2.94$.

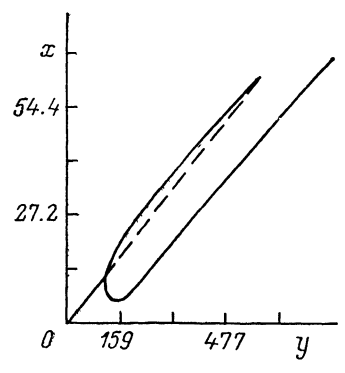


Рис. 3. Зависимость x от y при $F=\pi/2+2\pi n$ и величине расстройки $\delta=30$. $C=30$, $\epsilon_\infty=1.2$, $l/L=0.1$. Часть, изображенная штрихами, как и на рис. 2, соответствует $dz/dx < 0$.

против часовой стрелки и бистабильность ухудшается с ростом расстройки резонанса [4]. Эти особенности были экспериментально обнаружены в ра-

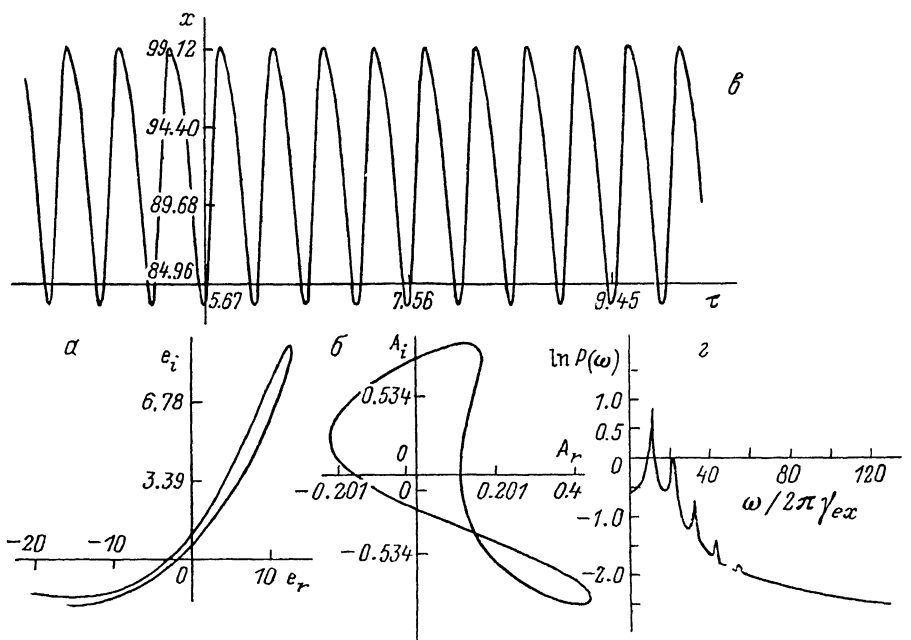


Рис. 4. Временная эволюция системы при $y=71.39$ (параметры рис. 2, а): фазовая траектория фотонной моды (а), фазовая траектория экситонной моды (б), зависимость $x-x_s$ от времени (x_s — стационарное значение) (в), спектр (преобладает одна гармоника) (г).

ботах Днепровского с сотрудниками [22], наблюдавшими в полупроводнике CdSe оптическую бистабильность, обусловленную экситон-экситонным взаимодействием.

До сих пор мы рассматривали стационарное прохождение света через полупроводник при резонансном возбуждении экситонов. Изучим далее

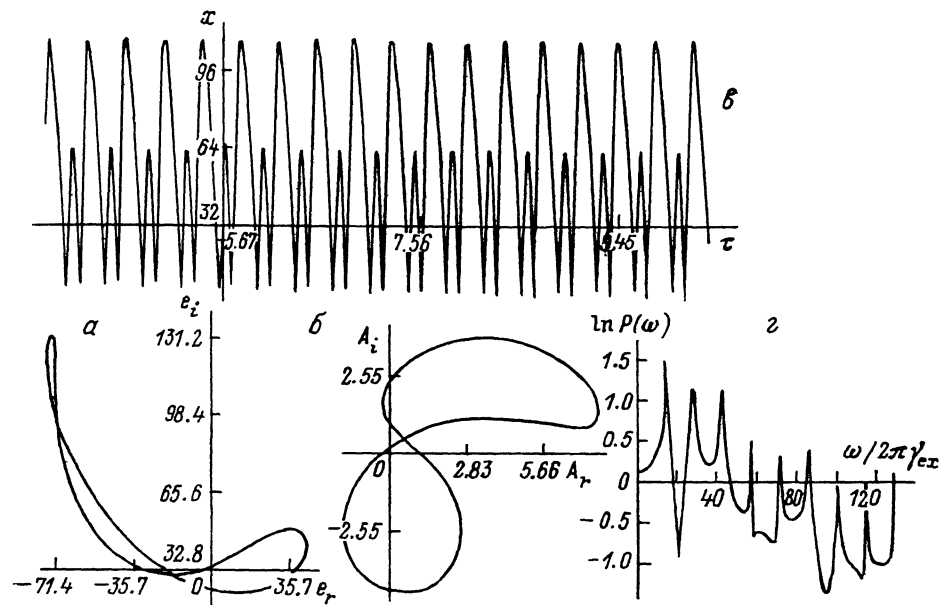


Рис. 5.

То же, что и на рис. 4, при $y=77.65$. В спектре преобладают три гармоники.

динамические свойства системы когерентных экситонов и фотонов, описываемые уравнениями (7)–(8) и (12)–(14).

При расстройках $\delta < \delta_c = (C+1)\sqrt{3}$ (рис. 2, а), когда бистабильность отсутствует, на зависимости $x(y)$ имеется участок с отрицательным наклоном.

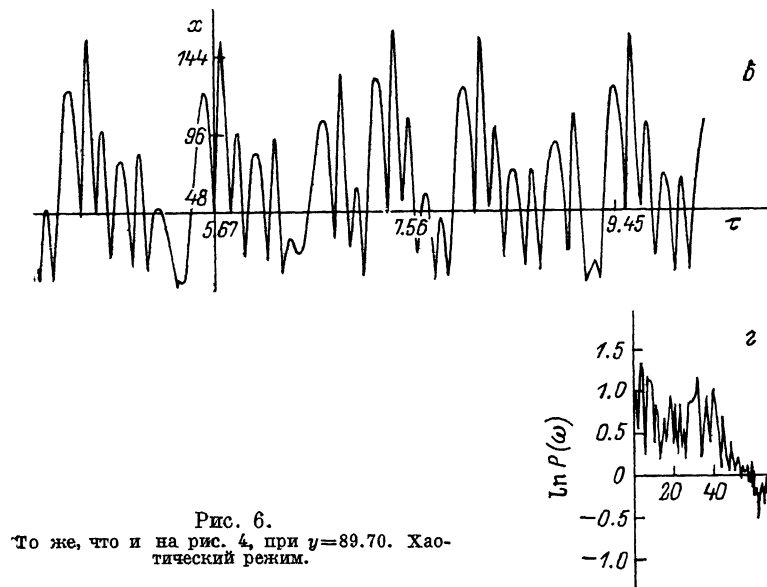
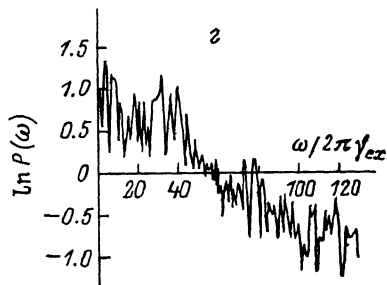


Рис. 6.

То же, что и на рис. 4, при $y=89.70$. Хаотический режим.

ном. Он соответствует промежуточной ветви кривой $z(x)$ в области трехзначности, которая неустойчива [9]. Этот участок далее будем называть «окном нестабильности».

Численный анализ при значениях δ и y , соответствующих этому «окну», приводит к следующим результатам. На краях «окна нестабильности»



наблюдается резкий переход от устойчивых решений к затухающим нелинейным колебаниям. На рис. 4—6 представлены временная эволюция выходящего из резонатора поля, соответствующие проекции фазовых траекторий на плоскости (e_r, e_i) и (A_r, A_i) и спектр мощности колебаний. Как видно из рис. 4, 5, при указанных значениях параметров в системе возникают нелинейные периодические самопульсации, а фазовая траектория с течением времени выходит на устойчивый предельный цикл.

По мере продвижения изображающей точки к центру «окна» происходят бифуркации типа удвоения периода, колебания становятся более сложными, в них появляются новые гармоники и, наконец, в средней части «окна» появляются стохастические самопульсации (рис. 6), имеющие сплошной спектр мощности.

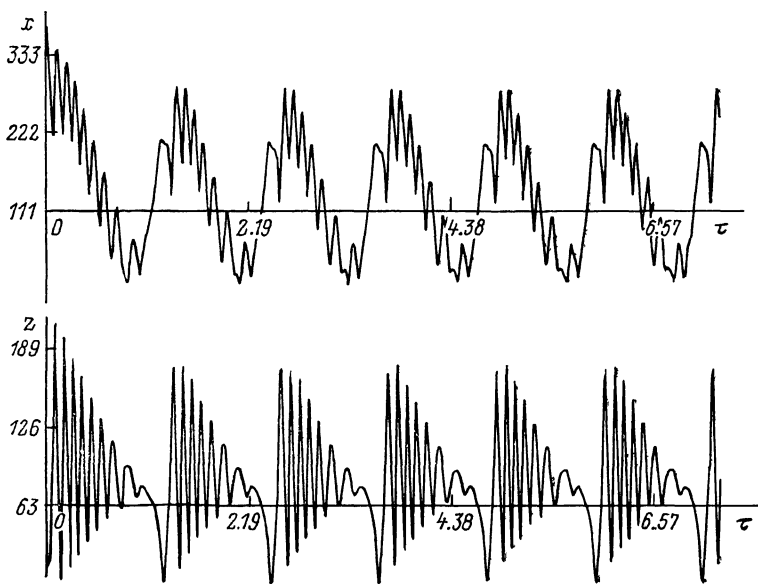


Рис. 7. Временная зависимость $x-x_*$ и $z-z_*$ при $\delta=40$; соответствующая точка — P на рис. 2, e .

Характерным свойством возникающего оптического хаоса при прохождении света через полупроводник в экситонной области спектра, как и в случае системы двухуровневых атомов, является детерминированный характер: его возникновение — внутреннее свойство системы, связанное со сложным поведением неустойчивых динамических траекторий в ограниченном фазовом пространстве, а не с введением случайных сил в уравнения движения. При $t \rightarrow \infty$ эти траектории притягиваются к предельному инвариантному множеству фазового пространства — странному аттрактору.

На рис. 7 представлена временная эволюция выходящего из кольцевого резонатора света при $\delta > \delta_c$, когда в системе имеется бистабильность. Как видно из рис. 7 в этом случае возникает бесконечная цепочка затухающих импульсов.

Обсуждение результатов

В данной работе на основе системы уравнений Келдыша, описывающих поведение системы когерентных экситонов и фотонов в полупроводнике, построена теория оптической бистабильности, учитывающая реальную геометрию задачи (кольцевой резонатор, в который помещен полупроводник). Выяснена роль параметра набег фазы поля в резонаторе: при $F = \pi/2 + 2\pi n$ гистерезис имеет точку самопересечения, при $F = 2\pi n$ и $\delta < \delta_c = (C+1)\sqrt{3}$ бистабильности в системе нет, но имеется «окно неста-

бильности», где возможно возникновение незатухающих периодических и стохастических колебаний выходящего из резонатора излучения; при $F=2\pi n$ и $\delta \geq \delta_c$ в системе появляется бистабильность, причем гистерезис имеет направление обхода по часовой стрелке.

Отметим два возможных практических применения полупроводников с изученным механизмом нелинейности (экситон-экситонное взаимодействие): во-первых, возникающие в системе нелинейные периодические и стохастические колебания могут быть использованы для преобразования падающего на резонатор стационарного излучения в пульсирующее; во-вторых, так как при определенных значениях параметров петли гистерезиса имеет вид почти ступеньки переключения, на основе таких полупроводников может быть создана оптическая логическая ячейка с малым временем срабатывания, потребляющая малую мощность и обладающая достаточно высоким КПД (из-за узости петли гистерезиса).

Отметим, что уравнения Келдыша представляют собой уравнения типа Гинзбурга—Ландау. Как известно, для уравнений такого типа построена теория развития пространственной турбулентности [23]. Обнаружен новый класс переходов типа «порядок—хаос» в виде движущихся фронтов перехода. Аналогичные явления могут иметь место и в системе когерентных экситонов и фотонов. Наряду с динамической турбулентностью возможно развитие турбулентности в пространстве и возникновение структур типа «порядок—хаос» и «хаос—порядок», причем эти переходы возникают благодаря волне переброса [23].

Список литературы

- [1] Belkin S. N., Khadzhi P. I., Moskalenko S. A. // J. Phys. C. 1981. V. 14. N 28. P. 4109—4120.
- [2] Москаленко С. А., Ротару А. Х., Сняк В. А., Хаджи П. И. // ФТТ. 1977. Т. 19. № 7. С. 2172—2177.
- [3] Брюкнер Ф., Днепровский В. С., Коцуг Д. Г. // Письма в ЖЭТФ. 1974. Т. 67. № 12. С. 2219—2226.
- [4] Хаджи П. И., Шибаршина Г. Д., Ротару А. Х. Оптическая бистабильность в системе когерентных экситонов и биэкситонов в полупроводниках. Кишинев: Штиинца, 1988. С. 120.
- [5] Москаленко С. А., Хаджи П. И., Ротару А. Х. Солитоны и нутация в экситонной области спектра. Кишинев: Штиинца, 1980. С. 195.
- [6] Иванов А. Л., Келдыш Л. В. // ДАН СССР. 1982. Т. 246. № 6. С. 1363—1366.
- [7] Иванов А. Л., Келдыш Л. В. // ЖЭТФ. 1983. Т. 84. № 1. С. 404—424.
- [8] Келдыш Л. В. Проблемы теоретической физики. М.: Наука, 1972. С. 433—444.
- [9] Залож В. А., Москаленко С. А., Ротару А. Х. // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 2. С. 601—612.
- [10] Moskalenko S. A., Rotaru A. H., Zaloz V. A. // Phys. Stat. Sol. (b). 1988. V. 150. P. 401—406.
- [11] Lugiato L., Narducci L., Bandy D. // Opt. Comm. 1982. N 4. С. 281—286.
- [12] Bonifacio R., Gronchi M., Lugiato L. // Opt. Comm. 1978. V. 30. P. 129—133.
- [13] Casagrande F., Lugiato L., Asquini M. L. // Opt. Comm. 1980. V. 32. N 3. P. 492—496.
- [14] Ikeda K. // Opt. Comm. 1979. V. 30. N 4. P. 257—261.
- [15] Ikeda K., Daido H., Akimoto O. // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. N 9. P. 709—712.
- [16] Ikeda K., Akimoto O. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 48. N 9. P. 617—620.
- [17] Carmichael H., Snapp R., Schieve W. // Phys. Rev. A. 1982. V. 26. N 6. P. 3408—3422.
- [18] Bonifacio R., Lugiato L. // Lett. Nuovo Cim. 1978. V. 21. N 15. P. 505—509.
- [19] Елесин В. Ф., Кобаев Ю. В. // ЖЭТФ. 1972. Т. 63. № 4. С. 1447—1453.
- [20] Хаджи П. И., Москаленко С. А., Ротару А. Х., Белкин С. Н., Киселева Е. С. // ФТТ. 1982. Т. 24. № 6. С. 1624—1629.
- [21] Москаленко С. А., Ротару А. Х., Хаджи П. И. Собственные полупроводники при больших уровнях возбуждения. Кишинев: Штиинца, 1978. С. 3—37.
- [22] Голубев Г. П., Днепровский В. С., Киселев Е. А., Ковалюк З. Д., Стадник В. А. // ДАН СССР. 1985. Т. 280. № 3. С. 591—593.
- [23] Арансон И. С., Гапонов-Грегов А. В., Рабинович М. И., Старобинец И. М. // ЖЭТФ. 1986. Т. 90. № 5. С. 1707—1721.